



DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
LICENCIATURA EM ENGENHARIA INFORMÁTICA

TRABALHO INDIVIDUAL II

Matemática Discreta

Descente:

Docente:

João Venâncio Cuiana

Pergunta	1 (a)	1 (b)	2 (a)	2 (b)	2 (c)	2 (d)	3	4	5	6 (a)	6 (b)	7 (a)
Pontos												

Pergunta	7 (b)	8	9	10	11	12(a)	12(b)	13	14	15(a)	15(b)	15 (c)
Pontos												

Pergunta	15 (d)	16	17	18	19	20 (a)	20 (b)	20 (c)	20 (d)	20 (e)	Soma
Pontos											

Maluna, abril de 2024

Instruções:

- O **TI2** é constituído por 34 perguntas distribuídas em 20 números, cada número tem a cotação de *1,0 valor*.
- Em todas as perguntas deve apresentar o raciocínio utilizado.
- O TI2 deve ser entregue **às 8 horas e 30 minutos do dia 21 de maio de 2024**, a cada 30 minutos de atraso, o estudante é retirado 40 pontos do total dos pontos que obter no trabalho.

Perguntas

1. Desenhe um grafo cujas características são dadas a seguir. Em cada caso, diga se o grafo é ou não simple.

(a) $G = (\{u, v, w, x\}, \{uv, vw, wx, vx\})$

Resolução:

(b) $G = (\{n, p, q, r, s, t\}, \{np, nq, nt, rs, rt, st, pq\})$

Resolução:

2. Existe um grafo simples com cinco vértices dos seguintes graus? Se existir, desenhe um possível grafo.

(a) 1, 2, 3, 4, 5

Resolução:

(b) 1, 2, 3, 4, 4

Resolução:

(c) 0, 1, 2, 2, 3

Resolução:

(d) 3, 4, 3, 4, 3

Resolução:

3. O grafo G com a propriedade de que todos os seus vértices têm o mesmo grau r é chamado de *grafo regular* e o número r é dito ser o grau de G . Quantos vértices tem um grafo regular de grau 4 com 10 arestas?

Resolução:

4. Um grafo possui oito vértices e seis arestas? Esse grafo é conexo? Justifique a resposta.

Resolução:

5. Prove que se um grafo tem 100 vértices e menos de 99 arestas então ele não pode ser conexo.

Resolução:

6. Seja G um grafo orientado, e seja A a sua matriz de adjacência orientada.

- (a) O que podemos afirmar sobre G se A tem uma linha formada apenas por zeros?

Resolução:

- (b) O que podemos afirmar sobre G se A tem uma coluna formada apenas por zeros?

Resolução:

7. Suponha que A é a matriz de adjacência de um certo grafo. Sabendo que $A^3 = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$, determine:

- (a) a quantidade de caminhos de comprimento 3 saindo do vértice 1.

Resolução:

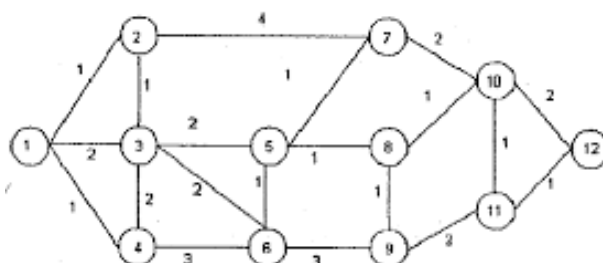
- (b) a quantidade de caminhos de comprimento 6 saindo do vértice 2 e terminado no vértice 3.

Resolução:

8. Sejam a, v inteiros positivos. Considere o grafo simples com $a + v$ vértices, sendo a deles azuis e v vermelhos, tal que que existe uma aresta ligando dois vértices se e somente se eles são de cores diferentes. Para quais valores de a e v existe caminho Euleriano (fechado ou não) neste grafo?

Resolução:

9. Seja dado o seguinte grafo.



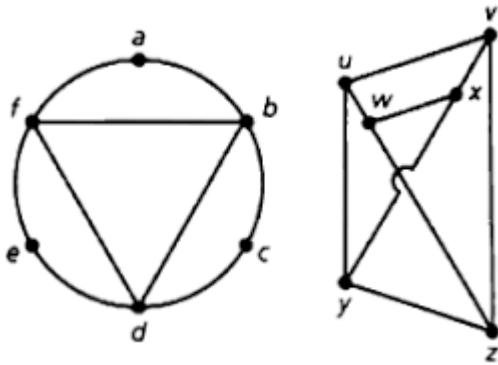
Aplique o algoritmo de Dijkstra e encontre o caminho mínima a partir do vértice 1 para o vértice a 12.

Resolução:

[illegible]

12. Determine, em cada caso, se os grafos são ou não isomorfos

(a)

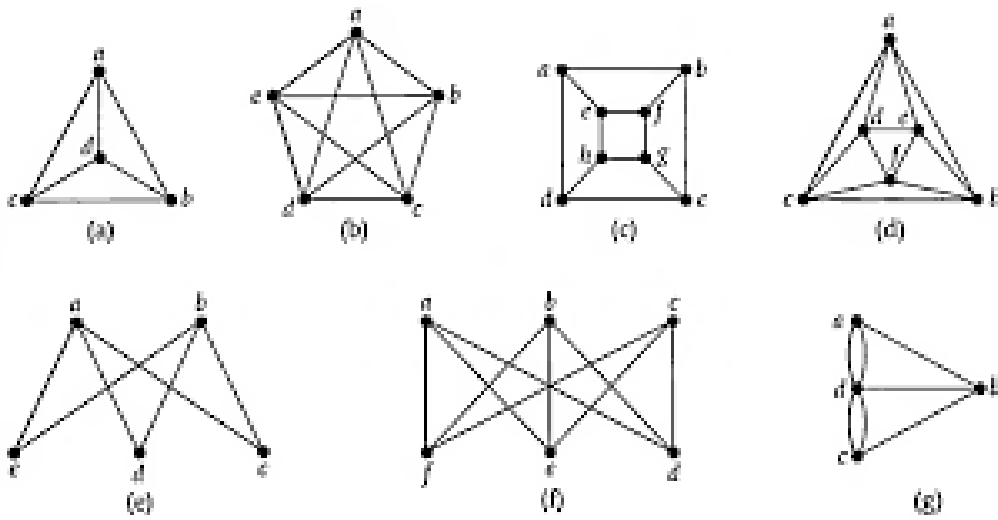


Resolução:

[illegible]

(b)

14. Decida quais dos seguintes grafos são Eulerianos ou Hamiltonianos, ou ambos, e dê um circuito Euleriano ou um ciclo Hamiltoniano quando possível.

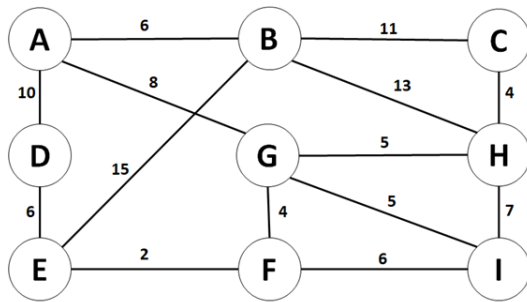


Resolução:

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

15. Ache a árvore geradora mínima dos grafos de cada um dos seguintes usando:

(a)



Resolução:

(i) algoritmo de Prim

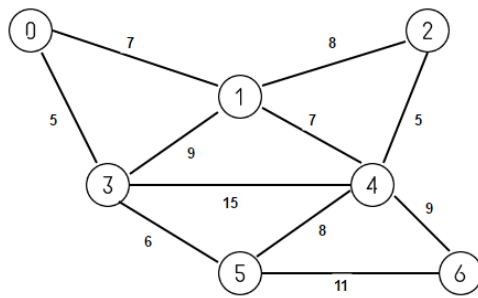
[illegible]

- (ii) algoritmo de Kruskal

[illegible]

(b)

(c)



Resolução:

(i) algoritmo de Prim

[illegible]

- (ii) algoritmo de Kruskal

[illegible]

16. Considere o autômato finito determinístico definido pela tabela:

δ	0	1
$\rightarrow * q_0$	q_1	q_0
q_1	q_2	q_1
q_2	q_0	q_2

Assinale a alternativa correta:

- ☐ A Toda a palavra reconhecida pelo autômato tem tamanho múltiplo de 3.
- ☐ B Toda a palavra reconhecida pelo autômato tem tamanho múltiplo de 2.
- ☐ C Toda a palavra reconhecida pelo autômato tem quantidades de caractere '1' múltipla de 3.
- ☐ D Toda a palavra reconhecida pelo autômato tem quantidades de caractere '1' múltipla de 2.
- ☐ E Toda a palavra reconhecida pelo autômato tem quantidades de caractere '0' múltipla de 3.

17. Considere o AFD definido pela tabela:

δ	0	1
$\rightarrow \sigma$	σ	A
$* A$	B	σ
B	A	B

Assinale a gramática regular que gera a linguagem reconhecida pelo AFD:

- ☐ A $\sigma \rightarrow 0\sigma|1A, A \rightarrow 0B|1\sigma| \lambda, B \rightarrow 0A|1B$
- ☐ B $\sigma \rightarrow 0\sigma|1A| \lambda, A \rightarrow 0B|1\sigma, B \rightarrow 0A|1B$
- ☐ C $\sigma \rightarrow 0\sigma|1A, A \rightarrow 0B|1\sigma, B \rightarrow 0A|1B| \lambda$
- ☐ D $\sigma \rightarrow 0\sigma|1A|, A \rightarrow 0B|1\sigma, B \rightarrow 0A|1B$
- ☐ E $\sigma \rightarrow 0\sigma|1A| \lambda, A \rightarrow 0B|1\sigma| \lambda, B \rightarrow 0A|1B| \lambda$

18. Seja a linguagem $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ possui quantidade par de caracteres } a\}$. Assinale a expressão regular que descreve a linguagem L :

- ☐ A $((b^*ab)(b^*ab^*))^*$
- ☐ B $((b^*ab^*)(b^*a^*b^*))^*$
- ☐ C $((ab)(b^*ab^*))^*$
- ☐ D $((b^*ab^*)(b^*a))^*$
- ☐ E $b^*(ab^*a)^*b^*$

19. Considere o autômato finito determinístico definido pela tabela:

δ	0	1
$\rightarrow * q_0$	q_1	q_1
q_1	q_0	q_1

onde o estado inicial é marcado com a seta " \rightarrow " e os estados finais marcados com " $*$ ". Assinale a expressão regular que representa a linguagem aceita por este AFD:

- ☐ A $(0^*1^*0^*1^*)^*0$
- ☐ B $(0^*1^*0^*1^0)^*$
- ☐ C $((0+1)^*1^*0)^*$
- ☐ D $((0+1)1^*0)^*$
- ☐ E $((0+1)^*1^*0^*)^*$

20. Especifique um autômato finito determinístico, que de entre as palavras que se escrevem com os símbolos do alfabeto $\{a, b\}$, reconheça as que:

Resolução:

- (a) contêm pelo menos uma letra b .

Resolução:

- (b) contêm ab .

Resolução:

- (c) terminam em ab .

Resolução:

- (d) começam com aa e terminam em bb .

Resolução:

- (e) terminam em aba .

Resolução:
