Politechnika Częstochowska
Katedra Inteligentnych Systemów Informatycznych

Programowanie Niskopoziomowe

Laboratorium 9

Wektory i macierze liczb rzeczywistych

dr inż. Bartosz Kowalczyk

Częstochowa, 15 maja 2023

Spis treści

1 Operacje skalarne na wektorach

Przekaż do procedury w języku asembler podane wektory. Jeżeli to konieczne, dokonaj konwersji ich elementów. Następnie oblicz wartość podanych wyrażeń:

1. (Suma elementów wektora) $y = \text{sum}(\mathbf{a}) = \sum_{i=0}^{n} a_i$, gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$
2. (Iloczyn elementów wektora) $y = \text{prod}(\mathbf{a}) = \prod_{i=0}^{n} a_i$, gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$
3. (Wartość minimalna wektora) $y = \min(\mathbf{a})$, gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$
4. (Wartość maksymalna wektora) $y = \max(\mathbf{a})$, gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$
5. (Wartość średnia wektora) $y = \text{avg}(\mathbf{a}) = \frac{\sum_{i=0}^{n} a_i}{n}$, gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$
6. (Iloczyn skalarny wektorów) $y = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sum_{i=0}^{n} a_i b_i$, gdzie $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$
7. $y = \sum_{i=0}^{n} 5a_i - 3$, gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$
8. $y = \sum_{i=0}^{n} 16a_i^3 + \log_2 e$, gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$
9. $y = \sum_{i=0}^{n} \sqrt{\frac{a_i^2 + 20}{4}}$, gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$
10. $y = \sum_{i=0}^{n} \log_2(a_i x + 1)$, gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ oraz $a_i x \geqslant 0$
11. Policz ile elementów większych od 0 znajduje się w wektorze $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$.
12. Policz ile elementów z przedziału $a_i \in (5, 15]$ znajduje się w wektorze $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$.

Implementację powyższych funkcji należy rozważyć w następujących scenariuszach:

1. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `float`, wartość zwracana `y` typu `float`.
2. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `double`, wartość zwracana `y` typu `double`.
3. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `float`, wartość zwracana `y` typu `double`.

2 Operacje na wektorach

Przekaż do procedury w języku asembler podane wektory. Jeżeli to konieczne, dokonaj konwersji ich elementów. Następnie oblicz wartość podanych wyrażeń:

1. $y_i = 16a_i^5 + 5$, gdzie $i \in [0, \ldots n]$ oraz $\mathbf{a}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$
2. $y_i = 15a_i^2 - 9a_i + \log_2 10$, gdzie $i \in [0, \ldots n]$ oraz $\mathbf{a}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$
3. $y_i = \dfrac{a_i^4 + b_i^3}{\ln 2}$, gdzie $i \in [0, \ldots n]$ oraz $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$
4. $y_i = \sqrt{\dfrac{|5a_i + 4b_i|}{3}}$, gdzie $i \in [0, \ldots n]$ oraz $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$
5. $y_i = 20\sin(a_i) + \tan^2(b_i)$, gdzie $i \in [0, \ldots n]$, $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ oraz wektory $\mathbf{a}$ i $\mathbf{b}$ przechowują wartości kątów wyrażone w stopniach.
6. Wyzeruj *in situ* elementy wektora $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ o parzystych indeksach.
7. Wyzeruj *in situ* elementy wektora $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ o nieparzystych indeksach.
8. Wyzeruj elementy wektora $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ o parzystych indeksach. Wynik umieścić w wektorze wynikowym $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$.
9. Wyzeruj elementy wektora $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ o nieparzystych indeksach. Wynik umieścić w wektorze wynikowym $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$.

Implementację powyższych funkcji należy rozważyć w następujących scenariuszach:

1. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `float`, wartość zwracana `y` typu `float`.
2. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `double`, wartość zwracana `y` typu `double`.
3. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `float`, wartość zwracana `y` typu `double`.

3 Operacje skalarne na macierzach

Przekaż do procedury w języku asembler podane macierze. Jeżeli to konieczne, dokonaj konwersji ich elementów. Następnie oblicz wartość podanych wyrażeń:

1. (Suma elementów macierzy) $y = \operatorname{sum}(\mathbf{A}) = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} a_{ij}$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
2. (Iloczyn elementów macierzy) $y = \operatorname{prod}(\mathbf{A}) = \prod_{i=0}^{m}\prod_{j=0}^{n} a_{ij}$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
3. (Wartość minimalna macierzy) $y = \min(\mathbf{A})$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
4. (Wartość maksymalna macierzy) $y = \max(\mathbf{A})$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
5. (Wartość średnia macierzy) $y = \operatorname{avg}(\mathbf{A}) = \frac{\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} a_{ij}}{mn}$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
6. (Suma iloczynów elementów macierzy) $y = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} a_{ij}b_{ij}$, gdzie $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
7. (Suma elementów na głównej przekątnej macierzy) $y = \operatorname{sum}(\mathbf{A}) = \sum_{i=0}^{d} a_{ii}$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ oraz $d = \min(m, n)$.
8. (Iloczyn elementów na głównej przekątnej macierzy) $y = \operatorname{prod}(\mathbf{A}) = \prod_{i=0}^{d} a_{ii}$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ oraz $d = \min(m, n)$.
9. (Wartość minimalna na głównej przekątnej macierzy) $y = \min(\mathbf{A})$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ oraz $d = \min(m, n)$.
10. (Wartość maksymalna na głównej przekątnej macierzy) $y = \max(\mathbf{A})$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ oraz $d = \min(m, n)$.
11. (Wartość średnia elementów macierzy na głównej przekątnej) $y = \operatorname{avg}(\mathbf{A}) = \frac{\sum_{i=0}^{d} a_{ii}}{d}$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ oraz $d = \min(m, n)$.
12. (Suma iloczynów elementów macierzy na głównych przekątnych) $y = \sum_{i=0}^{d} a_{ii}b_{ii}$, gdzie $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m,n}$ oraz $d = \min(m, n)$.
13. $y = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} 5a_{ij} - 3$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
14. $y = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} 16a_{ij}^3 + 6$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
15. $y = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} \sqrt{\frac{a_{ij}^2 + 20}{4}}$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
16. $y = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} \log_2(a_i x + 1)$, gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ oraz $a_{ij}x \geqslant 0$.

17. Policz ile elementów parzystych znajduje się w macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
18. Policz ile elementów nieparzystych znajduje się w macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
19. Policz ile elementów większych od 0 znajduje się w macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
20. Policz ile elementów z przedziału $a_{ij} \in (-10, 10)$ znajduje się w macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
21. Policz ile elementów parzystych znajduje się na głównej przekątnej macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
22. Policz ile elementów nieparzystych znajduje się na głównej przekątnej macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
23. Policz ile elementów większych od 0 znajduje się na głównej przekątnej macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
24. Policz ile elementów z przedziału $a_{ij} \in [20, 30]$ znajduje się na głównej przekątnej macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.

Implementację powyższych funkcji należy rozważyć w następujących scenariuszach:

1. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `float`, wartość zwracana `y` typu `float`.
2. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `double`, wartość zwracana `y` typu `double`.
3. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `float`, wartość zwracana `y` typu `double`.

4 Operacje na macierzach

Przekaż do procedur w języku asembler podane macierze. Następnie oblicz wartość podanych wyrażeń:

1. Dla każdego elementu macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ oblicz: $a_{ij} = 10 \log_2 \left(16a_{ij}^2 + 5\right)$.
2. Podnieś do kwadratu wszystkie elementy macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$.
3. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Do każdego elementu macierzy $\mathbf{A}$ dodaj odpowiadający mu element macierzy $\mathbf{B}$.
4. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Oblicz: $a_{ij} = \dfrac{16a_{ij}^5 + 4b_{ij}}{3}$, gdzie $i \in [0, \ldots m]$, $j \in [0, \ldots n]$.
5. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Oblicz: $a_{ij} = \dfrac{a_{ij}^2 - 9b_{ij}}{\log_2 10}$, gdzie $i \in [0, \ldots m]$, $j \in [0, \ldots n]$.
6. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Oblicz: $a_{ij} = \dfrac{a_{ij}^4 + b_{ij}^3}{\ln 2}$, gdzie $i \in [0, \ldots m]$, $j \in [0, \ldots n]$.
7. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Oblicz: $a_{ij} = \sqrt{\dfrac{|5a_{ij} + 4b_{ij}|}{3}}$, gdzie $i \in [0, \ldots m]$, $j \in [0, \ldots n]$.
8. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Oblicz: $a_{ij} = 20 \sin(a_{ij}) + \tan^2(b_{ij})$, gdzie $i \in [0, \ldots m]$, $j \in [0, \ldots n]$ oraz macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ przechowują wartości kątów wyrażone w stopniach.
9. Dokonaj transpozycji macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ do macierzy $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n,m}$, tj. $\mathbf{Y} = \mathbf{A}^T \Rightarrow y_{ji} = a_{ij}$.
10. Wyzeruj *in situ* elementy macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ o parzystych indeksach.
11. Wyzeruj *in situ* elementy macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ o nieparzystych indeksach.
12. Wyzeruj *in situ* elementy macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ znajdujące się na głównej przekątnej, tj. gdzie indeksy $i = j$.
13. Wyzeruj *in situ* elementy macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ znajdujące się poniżej głównej przekątnej, tj. gdzie indeksy $i > j$.
14. Wyzeruj *in situ* elementy macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ znajdujące się powyżej głównej przekątnej, tj. gdzie indeksy $i < j$.
15. Wyzeruj *in situ* co drugi element macierzy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$, tak aby macierz wynikowa przypominała szachownicę.
16. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Przepisz macierz $\mathbf{A}$ do macierzy $\mathbf{Y}$, przy czym wyzeruj elementy o parzystych indeksach.

17. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Przepisz macierz $\mathbf{A}$ do macierzy $\mathbf{Y}$, przy czym wyzeruj elementy o nieparzystych indeksach.

18. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Przepisz macierz $\mathbf{A}$ do macierzy $\mathbf{Y}$, przy czym wyzeruj elementy znajdujące się na głównej przekątnej, tj. gdzie indeksy $i = j$.

19. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Przepisz macierz $\mathbf{A}$ do macierzy $\mathbf{Y}$, przy czym wyzeruj elementy znajdujące się poniżej głównej przekątnej, tj. gdzie indeksy $i > j$.

20. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Przepisz macierz $\mathbf{A}$ do macierzy $\mathbf{Y}$, przy czym wyzeruj elementy znajdujące się powyżej głównej przekątnej, tj. gdzie indeksy $i < j$.

21. Dane są macierze $\mathbf{A}$ i $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m,n}$. Przepisz macierz $\mathbf{A}$ do macierzy $\mathbf{Y}$, przy czym wyzeruj co drugi element, tak aby macierz wynikowa przypominała szachownicę.

22. Dana jest macierz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ oraz wektor (kolumnowy) $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^{n}$. Oblicz: $\mathbf{y} = \mathbf{Ah}$, gdzie $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{m}$. Uwaga, wynikowy wektor $\mathbf{y}$ jest wektorem kolumnowym.

23. Dana jest macierz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ oraz wektor (wierszowy) $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^{m}$. Oblicz: $\mathbf{y} = \mathbf{hA}$, gdzie $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n}$. Uwaga, wynikowy wektor $\mathbf{y}$ jest wektorem wierszowym.

24. Dane są macierze $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ i $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n,o}$. Oblicz: $\mathbf{Y} = \mathbf{AB}$, gdzie $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m,o}$.

Implementację powyższych funkcji należy rozważyć w następujących scenariuszach:

1. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `float`, wartość zwracana `y` typu `float`.
2. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `double`, wartość zwracana `y` typu `double`.
3. Wektory `a` i `b` przechowują liczby typu `float`, wartość zwracana `y` typu `double`.