Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas

Aplicaciones Financieras en Python

Profesor

Mg. Martín Conocchiari

Agenda para hoy

- **Consideraciones preliminares**
- **Algunos conceptos previos**
- **Teoría del portafolio**
  - ✓ La contribución de Harry Markowitz
  - ✓ Definiciones básicas
  - ✓ Estructura del problema
  - ✓ Implicancias
  - ✓ Comportamiento de los agentes económicos
  - ✓ Frontera Eficiente y Portafolios Óptimos

¿Por que Python?

- Alto nivel
- Distribución gratuita
- Open source

Índice de popularidad

Rank	Language	Type	Score
1	Python		100.0
2	Java		96.3
3	C		94.4
4	C++		87.5
5	R		81.5
6	JavaScript		79.4
7	C#		74.5
8	Matlab		70.6
9	Swift		69.1
10	Go		68.0

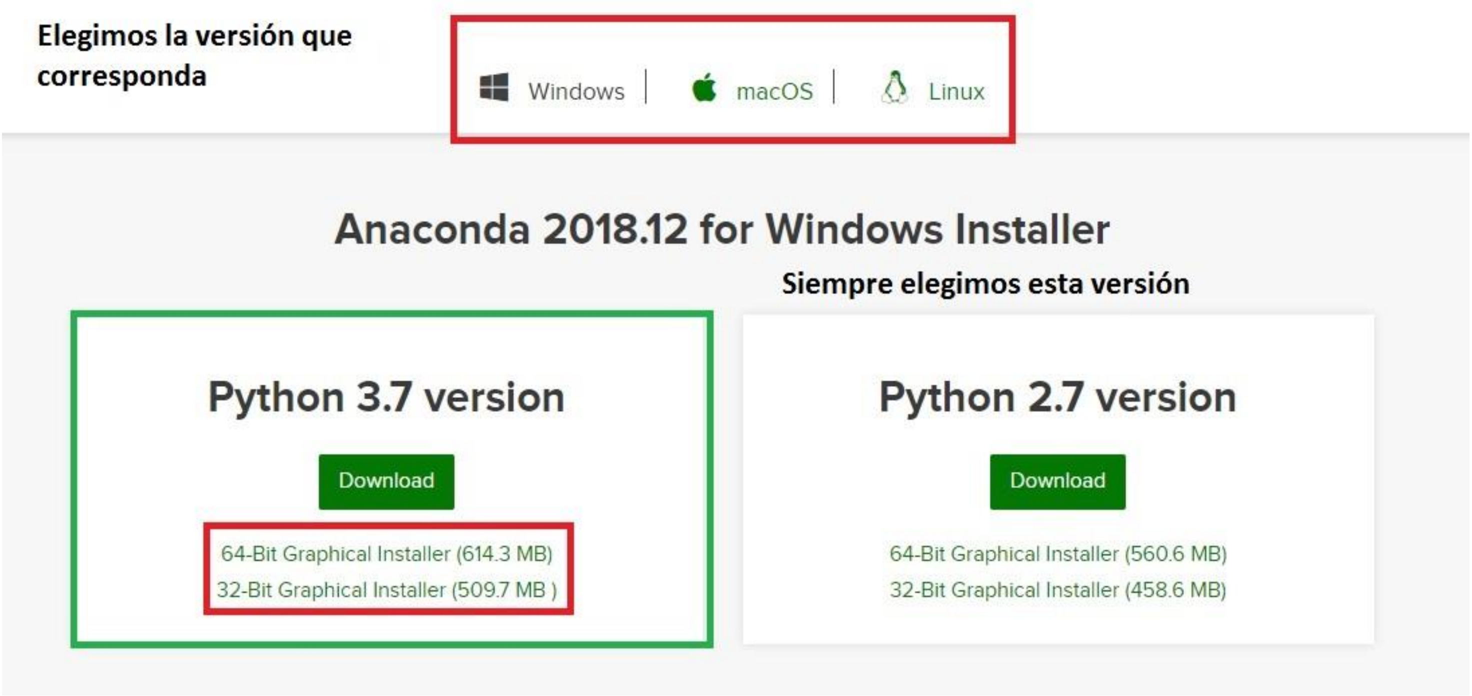
Fuente: IEEE Spectrum

Instalación de Anaconda

- **Anaconda** es una distribución libre y gratuita de Python que incluye:
    1. El conjunto de paquetes que forman el núcleo del lenguaje de programación Python.
    2. Un conjunto de paquetes que incluye funcionalidades de uso común en la computación científica.
    3. La posibilidad de importar funcionalidades adicionales a través de paquetes externos.
    4. Dos editores de texto que permiten correr código escrito en Python.
- **NO** es recomendable descargar **Python** desde su página oficial, ya que el mismo está incluido en **Anaconda** y tener instalados ambas distribuciones al mismo tiempo puede traer problemas de dependencias.

Instalación de Anaconda

- Paso 1) Acceder a https://www.anaconda.com/distribution/
- Paso 2) Descargar la distribución que corresponda según el sistema operativo, siempre eligiendo la versión 3.7 de Python.



- Paso 3) Ejecutar el archivo descargado e instalar el programa bajo las condiciones prestablecidas

Algunos conceptos previos

- **Portafolio**: es una colección/conjunto de inversiones (acciones, bonos, commodities, otros fondos) usualmente propiedad de un individuo.
- **Fondo**: es un conjunto de inversiones administrado por un administrador de fondos profesional. Los inversores individuales compran “unidades” del fondo y el administrador invierte el dinero.
- **Índice**: es una muestra representativa del mercado, por ej.: S&P500, Nasdaq, Russel 2000, MSCI World Index, FTSE 100.

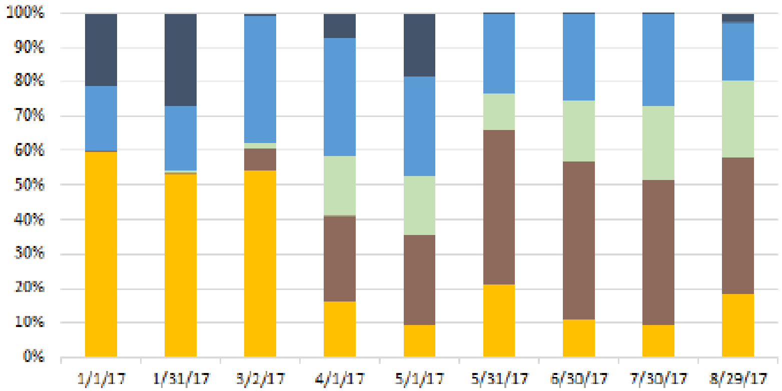
Diversificación

- Las inversiones en acciones individuales se exponen a: un cambio repentino en la administración, un desempeño financiero decepcionante, una economía débil, una caída de la industria, etc.
- Una buena diversificación significa combinar acciones que son diferentes: riesgo, cíclico, anticíclico, industria, país, etc.

Algunos conceptos previos

Ponderaciones del portafolio

- La ponderación es el % de composición de un activo particular dentro del portafolio
- La suma de las ponderaciones debe ser 100%.



- Las ponderaciones determinan la estrategia de inversión, y se pueden *setear* para optimizar el rendimiento y riesgo esperado.

$$Weight = \frac{Stock's\ value}{Total\ portfolio\ value}\ x\ 100$$

Algunos conceptos previos

- El precio de un activo financiero es una variable aleatoria.

Rendimiento

- Variación de precios entre el período $t-1$ y t
  - Retorno simple: $r_t = \frac{p_t}{p_{t-1}} - 1$
  - Retorno logarítmico: $r_t = ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)$
- Rendimiento esperado de un activo $\bar{r} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i$
- El rendimiento del portafolio es la sumaproducto de las ponderaciones por los rendimientos de cada activo.

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i * \bar{r}_i$$

Algunos conceptos previos

Riesgo

- Varianza de un activo $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})^2$
- La varianza del portafolio no es igual a la varianza ponderada de los activos que lo componen. Dado que los activos están correlacionados.
- Suponiendo dos activos: $\sigma_{pf}^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{1,2}$
- De forma matricial: $\sigma_{pf}^2 = [w_1 \;\; w_2] \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$

Teoría del portafolio

La contribución de Markowitz

- Hasta el famoso *paper* de Harry Markowitz, titulado *Portfolio Selection* (Journal of Finance, 1952), no había noción cierta sobre la composición de portafolios, por lo menos desde una óptica cuantitativa, dentro de un *framework* organizado.
- Markowitz introdujo una herramienta al análisis financiero que permitía «ordenar» las ideas. Simplificó el problema de la distribución de riqueza entre activos financieros en un mundo dominado por la incertidumbre, a una suerte de teoría normativa que funciona de guía para todo aquel que quiera invertir en diversos activos, con diversos perfiles de riesgo-retorno.
- En un *paper* posterior (publicado en 1956), demostró que el problema puede ser resuelto aplicando programación cuadrática (optimización).

Teoría del portafolio

La contribución de Markowitz

- El problema se convirtió en uno de *decisión* acerca de la combinación de ***rentabilidad esperada*** y de ***riesgo*** que se podía establecer para los *portafolios factibles para los inversores*.
- Estableció que no solo importa la rentabilidad esperada de los instrumentos financieros, sino su influencia y cómo son influidos por el resto, es decir, como **covarían.**
- Desde este punto de vista se pueden obtener portafolios que tengan el mismo retorno esperado pero menor riesgo que otros portafolios con igual retorno esperado.

Teoría del portafolio

Definiciones básicas

¿Cómo definimos a un portafolio?

- Es un conjunto de activos financieros, dentro de la totalidad de los activos disponibles a lo largo y ancho del universo financiero.
- Entran en juego distintas cuestiones, como por ejemplo, el **Horizonte temporal de decisión**: la conformación dependerá del tiempo que decidamos atesorar dichos activos.

Teoría del portafolio

Definiciones básicas

¿Ante qué supuestos nos encontramos?

- Estos serán comunes a toda la comunidad inversora en su conjunto:
  - ✓ ***Idéntico horizonte temporal***: todos los agentes económicos formarán sus portafolios para un horizonte de inversión común para todos.
  - ✓ ***Existen N activos financieros***: al momento de tener que conformar el portafolio, en *t*, habrá *N* activos financieros disponibles para todos los agentes económicos.
  - ✓ ***Los activos son perfectamente divisibles***: los agentes económicos pueden adquirir incluso fracciones de cualquier activo financiero.
  - ✓ ***No hay fricciones en los mercados financieros***: los costos transaccionales, así como el *bid-ask spread*, son despreciables (y pueden ser ignorados). Lo mismo sucede con la profundidad (liquidez) de los activos financieros.

Teoría del portafolio

Definiciones básicas

Riqueza inicial y su *allocation*

- Dados los supuestos, cada agente económico (o inversor) deberá decidir, en el momento t, como asignar su riqueza inicial entre los distintos activos disponibles.

  - ✓ Definiremos a la **riqueza inicial** como w. La asignación es exhaustiva, es decir, se distribuirá toda la riqueza entre los distintos activos disponibles.

$$w = \sum_{i=1}^{n} w_i \quad con\ 0 \leq w_i \leq w$$

  - ✓ Dadas las cantidades asignadas a cada uno de los activos, se podrán derivar las **ponderaciones** individuales.

$$x_i = \frac{w_i}{w} \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

  - ✓ Se puede definir a cualquier portafolio financiero P, como un vector de proporciones. $P = \langle x_1; x_2; \ldots; x_n \rangle$

Teoría del portafolio

Definiciones básicas

Riesgo y retorno para la toma de decisiones

- ¿En base a qué definiremos entonces las ponderaciones? Es importante tener en cuenta las dimensiones relevantes, no solo a la hora de conformar portafolios, sino también para poder elegir entre ellos.
- Las nociones de media y matriz de covarianzas entra en juego, y se aplica a las estimaciones de retorno y riesgo, como forma de clasificar activos financieros (de manera individual y en conjunto).
- Markowitz impuso ciertas condiciones (*supuestos de comportamiento*) sobre los inversores, a la hora de realizar lo que se conoce como *'mean-variance analysis'.*

Teoría del portafolio

Definiciones básicas

Riesgo y retorno para la toma de decisiones

- Supuestos de "*mean-variance analysis*"
  - ✓ ***Incertidumbre***. los inversores operan en un marco de incertidumbre, entonces, al desconocer las rentabilidades realizadas, tendremos que manejarnos en un marco probabilístico.
  - ✓ ***Caracterización de las preferencias***. Tratándose de portafolios de inversión, las preferencias individuales quedarán descriptas, de manera completa, por los momentos de primer y segundo orden de la distribución de los retornos de cualquier portafolio: **la media, como noción de rentabilidad esperada, y el desvío estándar, como noción de riesgo.**
- En base a esto, los inversores tomarán decisiones y conformarán sus portafolios.

Teoría del portafolio

Estructurando el problema

- Como primer paso, es necesario poder clasificar a cualquier portafolio dentro del universo *'mean-variance'*. Para ello vamos a necesitar poder calcular su media (retorno esperado), así como también su desvío estándar (riesgo).

- **Cálculo de la media**
  - ✓ Dado N activos financieros disponibles, y las ponderaciones para el portafolio elegido en particular (hasta aquí las tomamos como dadas), podemos calcular el retorno esperado del portafolio

$$\left.\begin{array}{l} P = \langle x_1; x_2; \ldots; x_N \rangle \\ \langle E(R_1); E(R_2); \ldots; E(R_N) \rangle \end{array}\right\} \rightarrow E(R_P) = \sum_{i=1}^{N} x_i E(R_i) \text{ s.t. } \sum_i x_i = 1$$

  - ✓ *<u>Inputs estimados</u>*: N. Para estimar la media del portafolio es necesario estimar las medidas de cada uno de los activos individuales.
  - ✓ En términos matriciales: $\underbrace{E(R_P)}_{1\times 1} = \underset{1\times N}{X} * \underset{N\times 1}{[\mu_i]^T}$

Teoría del portafolio

Estructurando el problema

- **Cálculo del desvío estándar**
  - ✓ Dado N activos financieros disponibles, y las ponderaciones para el portafolio elegido en particular (hasta aquí las tomamos como dadas), podemos calcular el desvío estándar del portafolio

$$\left.\begin{array}{l} P = \langle x_1; x_2; \ldots; x_N \rangle \\ \langle \sigma_{ij} \rangle \; i,j = 1,2,..,N \end{array}\right\} \rightarrow \sigma_P = \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij} \right\}^{1/2}$$

  - ✓ Inputs estimados: N+N*(N-1)/2.
    - Por ejemplo, con dos activos se estima la varianza del activo 1, del activo 2 y la covarianza entre 1 y 2 , es decir, un total de 3 estimaciones
    - Con 3 activos se estiman las varianzas de los 3 activos, y las covarianzas de 1 con 2, 1 con 3 y 2 con 3, es decir, un total de 6 estimaciones.
  - ✓ En términos matriciales $\underset{1\times 1}{\sigma_P} = \left\{ \underset{1\times N}{X} * \underset{N\times N}{\Sigma} * \underset{N\times 1}{X^T} \right\}^{1/2}$

Teoría del portafolio
Estructurando el problema

Retorno ajustado por Riesgo

- Cuanto riesgo se genera al producir tal rendimiento?
- Es usualmente un ratio y permite comparar entre distintas alternativas de inversión, e indica cuando un retorno justifica el riesgo asumido.
- El más utilizado es el ratio de Sharpe, que se calcula de la siguiente manera: $Ratio\ de\ Sharpe = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$

Portafolio	1	2
Retorno anual	14%	6%
Volatilidad anual	8%	3%
Ratio de sharpe	1,75	2

Teoría del portafolio

Estructurando el problema

- **Consecuencias prácticas**
  - ✓ Cada activo contribuye a la rentabilidad del portafolio con su propia rentabilidad, ponderada por su participación en el mismo.
  - ✓ Únicamente aumentando la proporción del activo logramos aumentar su contribución a la rentabilidad del portafolio.
  - ✓ Modificaciones en las proporciones generan portafolios distintos (y únicos).

Teoría del portafolio

Estructurando el problema

- Los últimos supuestos a introducir son los denominados *supuestos decisorios*, para terminar de entender cómo se comportan los agentes económicos:

  - ***No saciedad***: "Más es mejor a menos". Ante dos portafolios con idéntico riesgo, el inversor siempre preferirá aquél que le de un mayor retorno esperado.

  - ***Aversión al riesgo:*** "Menos es mejor a más". Ante dos portafolios con idéntico retorno, el inversor siempre preferirá aquél que le de un menor nivel de riesgo.

- Es así como quedarán definidos los **portafolios eficientes**: aquellos que generen la mejor rentabilidad esperada para el mismo nivel de riesgo, o el menor nivel de riesgo para idéntica rentabilidad esperada.

Teoría del portafolio

Estructurando el problema

Ejemplo

- ***Activos disponibles***:
  - S&P 500
  - FTSE 100
- ***Retornos esperados***:

Activo	Retorno Esperado
S&P 500	5%
FTSE	60%

Matriz de covarianzas:

	S&P 500	FTSE
S&P 500	0,040	0,022
FTSE	0,022	0,040

- Ponderaciones del portafolio:

$$P = \langle 0{,}5; 0{,}5 \rangle$$

- Retorno esperado del portafolio

$$E\left(R_p\right) = 0{,}5 * 5\% + 0{,}5 * 60\% = 32{,}5\%$$

- Desvío estándar del portafolio

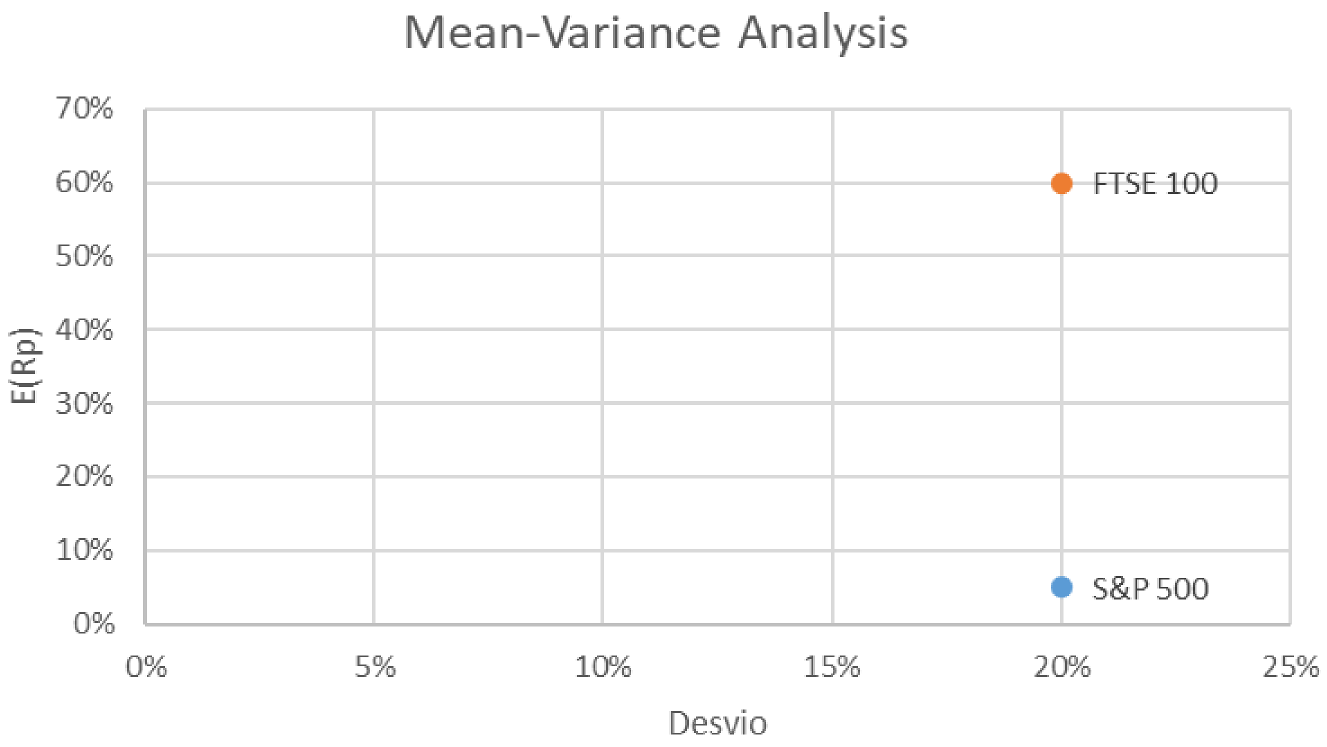
$$\sigma_p = (0{,}5^2 * 0{,}04 + 0{,}5^2 * 0{,}04 + 2 * 0{,}5 * 0{,}5 * 0{,}022)^{0{,}5}$$

$$\sigma_p = 17{,}61\%$$

Teoría del portafolio

Estructurando el problema

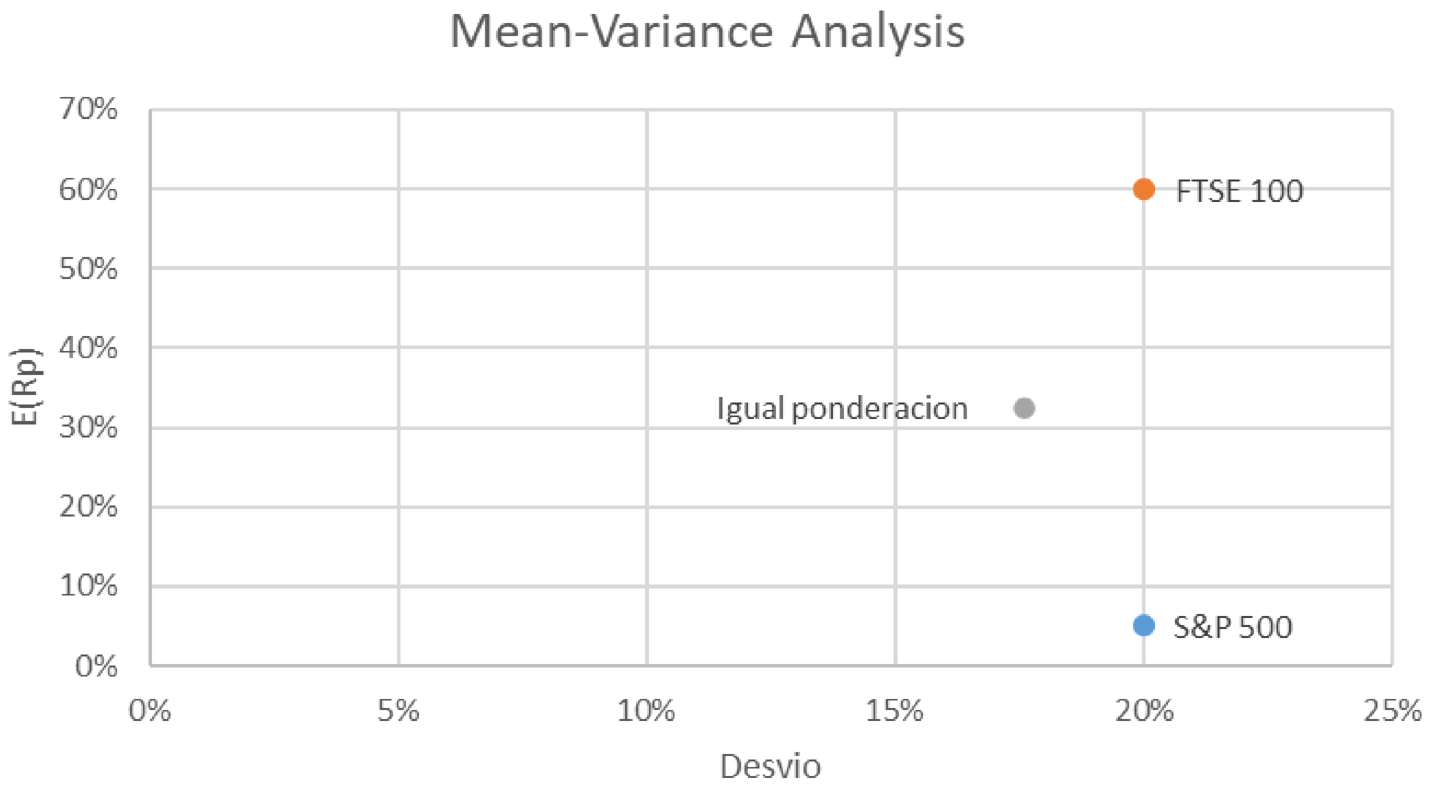
- Resultado del mapeo de los activos



Teoría del portafolio

Estructurando el problema

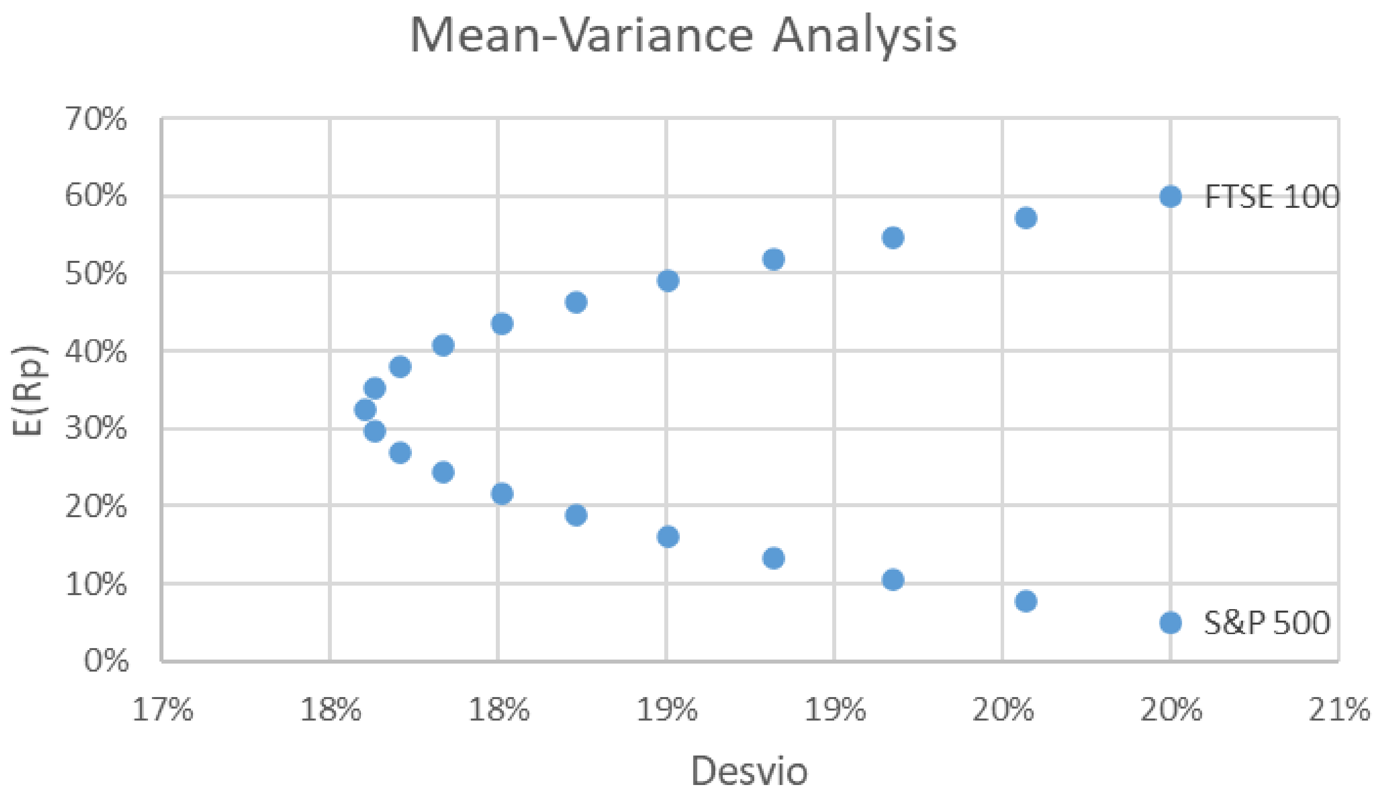
- Resultado del mapeo de los activos y el portafolio con ponderaciones dadas



Teoría del portafolio

Estructurando el problema

- Resultado del mapeo de los activos y portafolios con ponderaciones aleatorias.



Teoría del portafolio

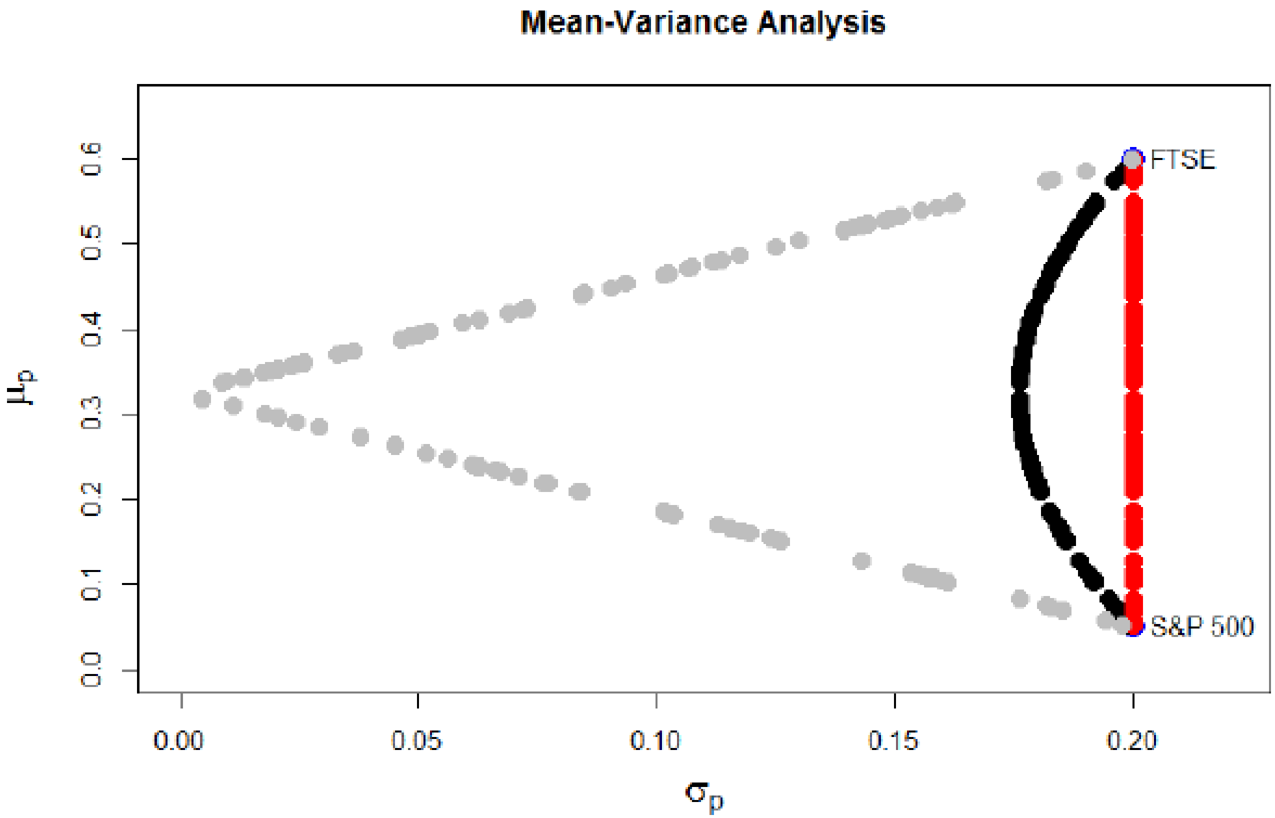
Implicancias

¿Qué podemos resaltar hasta ahora de esto?

- Cada activo contribuye a la rentabilidad del portafolio dado su retorno esperado, pero proporcional a su participación dentro de dicho portafolio (es dependiente del vector de ponderaciones asignado).
- La contribución de cada activo al riesgo del portafolio no depende únicamente de la ponderación que tiene en el portafolio y del riesgo individual del activo (volatilidad), sino también de cómo se correlaciona con los demás activos.

Teoría del portafolio
Implicancias

- Resultado del mapeo de los activos y portafolios con ponderaciones aleatorias. Tres curvas distintas: rho = 0.55 (negra), rho = +1 (roja) y rho = -1 (gris)



Teoría del portafolio

Comportamiento de los agentes

- Markowitz además definió a los agentes económicos como racionales y maximizadores, en el sentido que se cumplen los siguientes principios (en forma conjunta):
  - **No saciedad**: en presencia de dos portafolios de igual riesgo, los inversores siempre elegirán el portafolio de mayor retorno esperado.
  - **Aversión al riesgo**: en presencia de dos portafolios de igual retorno esperado, los inversores siempre elegirán el portafolio de menor riesgo.
- Entonces, los inversores serán agentes económicos que busquen **maximizar su utilidad**, en términos de la riqueza invertida.
- De esta forma, no sólo quedará definida la frontera de portafolios, dado los activos disponibles, sino que también que, se podrá obtener la **frontera eficiente (donde se maximiza retorno dado un nivel de riesgo determinado y donde, para cada nivel de retorno esperado, se elige el portafolio de menor nivel de riesgo)**.

Teoría del portafolio

Frontera eficiente y portafolios óptimos

¿Cómo se llega a esta frontera eficiente?

- Existen dos caminos, aunque ambos involucran la optimización de portafolios

$$\max_{X} E(R_P) = \sum_{i=1}^{N} x_i E(R_i)$$

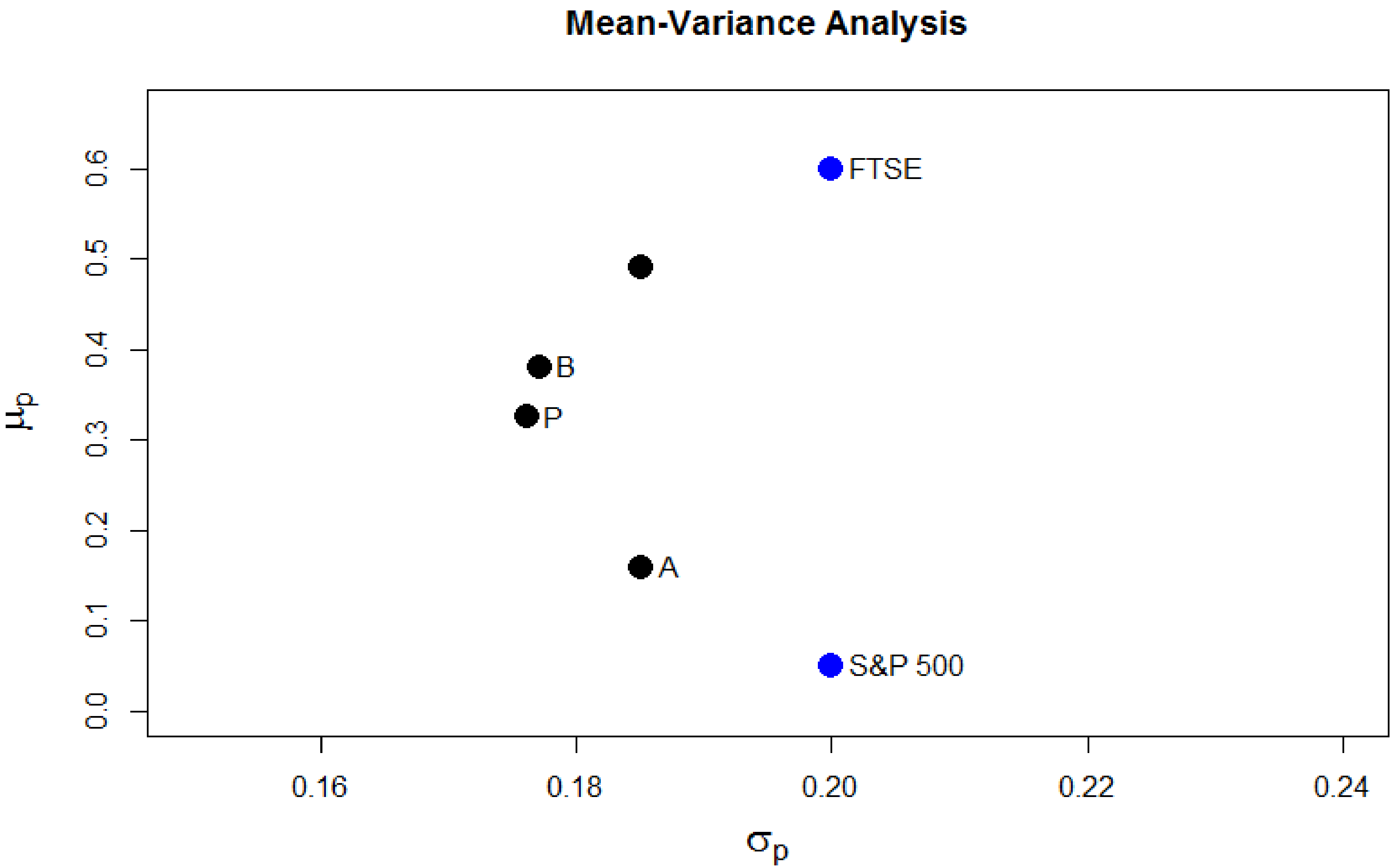
$$\text{s.t.} \quad \sum_i x_i = 1$$
$$\sigma_P \leq K \quad (\text{Valor constante})$$
$$x_i \geq 0 \quad (\text{Opcional})$$

$$\min_{X} \sigma_P = \left\{ \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_i \sigma_{ij} \right\}^{1/2}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_i x_i = 1$$
$$E(R_P) \geq K \quad (\text{Valor constante})$$
$$x_i \geq 0 \quad (\text{Opcional})$$

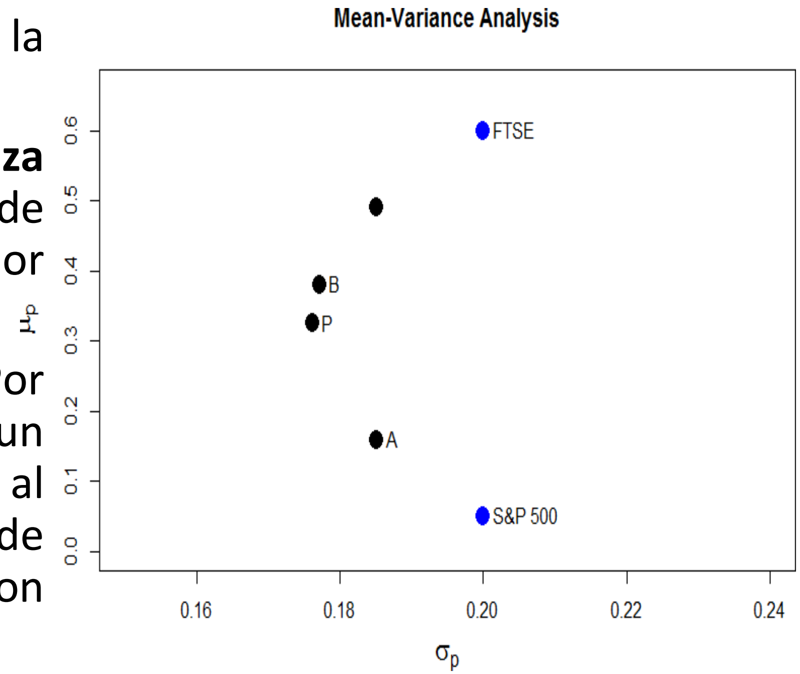
Teoría del portafolio

Análisis de frontera



Teoría del portafolio
Análisis de frontera

- Obtuvimos la **frontera posible**, siendo la curva de puntos que pasa por S&P 500 y FTSE 100, y corta al resto de los marcados. Cualquier punto en el plano, que se encuentre a la izquierda de esta curva, NO es alcanzable.
- El punto *P*, es el **portafolio de mínima varianza global (MV)**. Dentro de las posibilidades de inversión, será el portafolio con menor varianza (y desvío estándar) posible.
- También obtuvimos la **frontera eficiente**. Por un lado, ningún inversor querrá tener un portafolio con un retorno esperado menor al de MV, y por otro lado, ante igualdad de volatilidad, el inversor preferirá portafolios con mayor retorno esperado.
- Entonces, para este ejemplo, el segmento de la línea que va entre el portafolio *P* y *FTSE* representa la **frontera eficiente**.

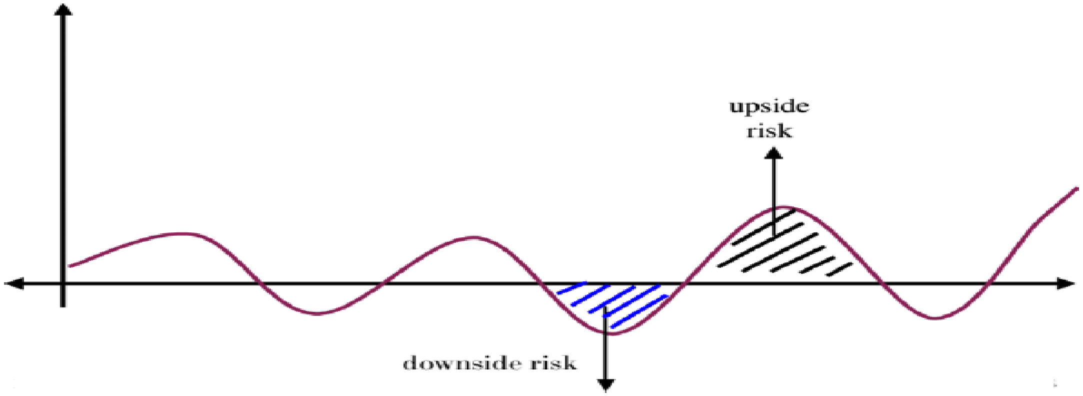


Teoría del portafolio

Otras métricas y alternativas de optimización

- ***Downside risk***

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(return - target\ return)^2 f(t)} \quad \begin{cases} f(t) = 1\ si\ ret < target\ ret \\ f(t) = 0\ si\ ret \geq target\ ret \end{cases}$$

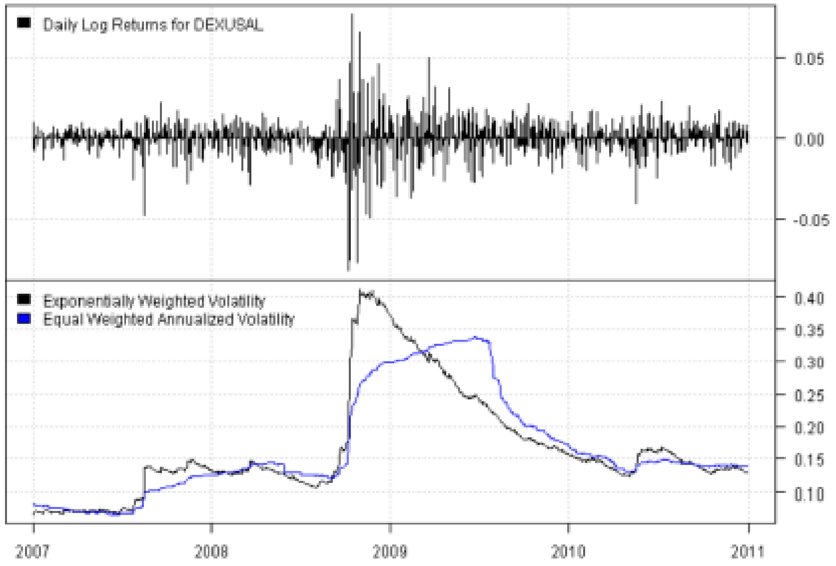


- **Ratio de Sortino**
- Es similar al ratio de Sharpe, pero con un desvío estándar distinto

$$Ratio\ de\ Sortino = \frac{R_p - R_f}{\sigma_d}$$

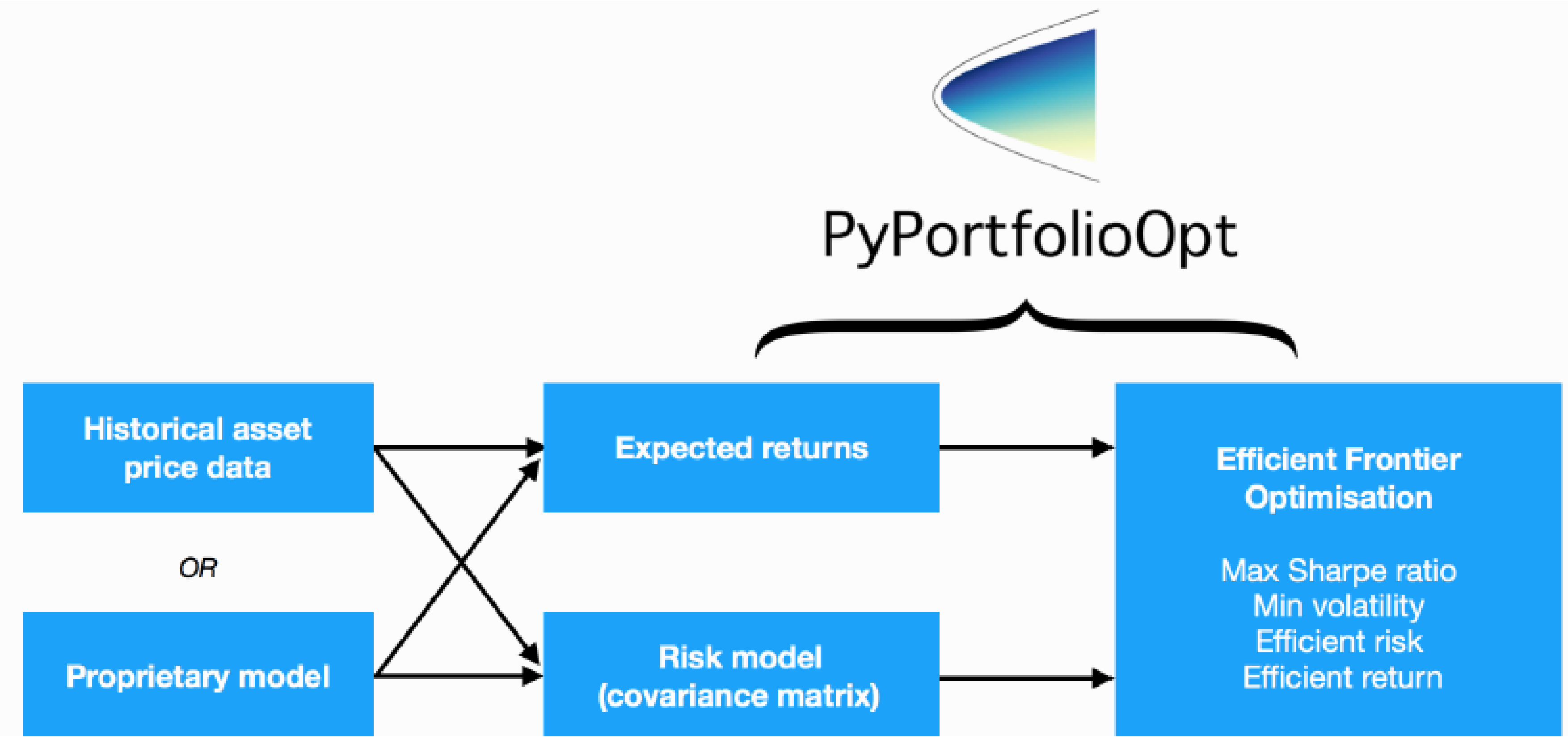
Teoría del portafolio
Otras métricas y alternativas de optimización

- **Retorno y covarianza con ponderación exponencial**
- La media o varianza del portafolio no son estimadores "perfectos" de mu y Sigma
- Se precisan mejores medidas de riesgo y retorno
- Las medidas con ponderación exponencial asignan mayor importancia a los datos más recientes.



Teoría del portafolio

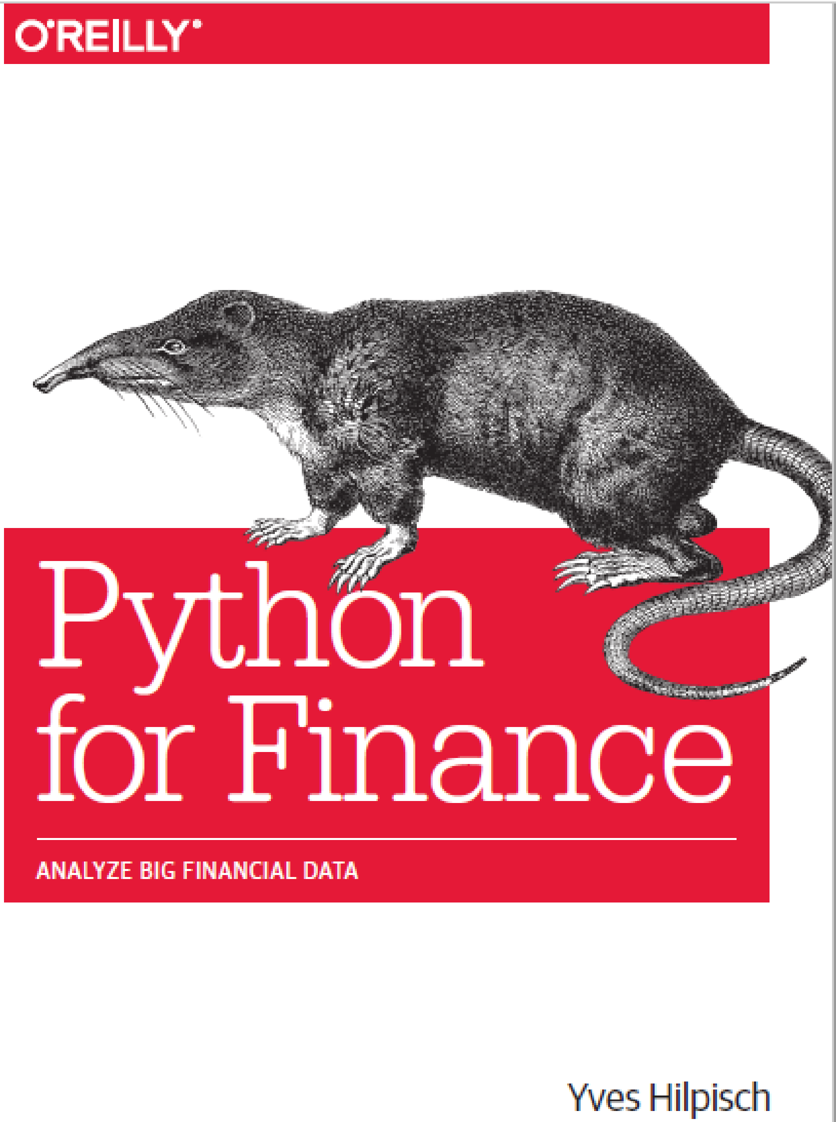
Otras métricas y alternativas de optimización



https://pypi.org/project/pyportfolioopt/

Bibliografía sugerida

Bibliografía y sitio web sugerido



Quantopian

https://www.quantopian.com/

¡Muchas gracias!

Contacto: martinconocchiari@economicas.uba.ar