EJERCICIOS: CONJUNTOS

Importante: la respuesta o resolución de cada ejercicio debe estar debidamente justificada.

1. Sea $A = \{1, 2, a, b, c\}$. Identifica cada cso como verdadero o falso.

(a) $2 \in A$
(b) $3 \in A$
(c) $c \notin A$
(d) $\emptyset \in A$
(e) $\emptyset \notin A$
(f) $A \in A$

Soluciones

(a) Verdadero, ya que 2 puede observarse como elemento de A en su definición.

(b) Falso, ya que 3 no puede observarse como elemento de A en su definición.

(c) Falso, ya que c puede observarse como elemento de A en su definición.

(d) Falso, ya que $\emptyset$ puede observarse como elemento de A en su definición.

> Nótese que si bien $\emptyset$ no es un elemento de A, si es un subconjunto, es decir: $\emptyset \subseteq A$.

(e) Verdadero, ya que $\emptyset$ no puede observarse como elemento de A en su definición.

(f) Falso, ya que A no puede observarse como elemento de A en su definición.

> Nótese que si bien A no es un elemento de A, si es un subconjunto, es decir: $A \subseteq A$.

2. Sea $A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x \leq 5\}$. Identifica cada caso como verdadero o falso.

   (a) $3 \in A$
   (b) $6 \in A$
   (c) $5 \notin A$
   (d) $8 \notin A$
   (e) $-8 \in A$
   (f) $3,4 \notin A$

   Soluciones

   (a) Verdadero pues $3 \in \mathbb{R}$ y $3 \leq 5$.
   (b) Falso pues $6 > 5$.
   (c) Falso pues $5 \in A$, ya que $5 \in \mathbb{R}$ y $5 \leq 5$.
   (d) Verdadero pues $8 > 5$.
   (e) Verdadero pues $-8 \in \mathbb{R}$ y $-8 \leq 5$.
   (f) Falso pues $3,4 \in A$, ya que $3,4 \in \mathbb{R}$ y $3,4 \leq 5$.

3. Identifica cada caso como verdadero o falso.

   (a) $2 \in \{2\}$
   (b) $\{0\} \in \{\{0\}, \{1\}\}$
   (c) $0 \in \{\{0\}, \{1\}\}$
   (d) $\{3\} \in \{1, 2, 3\}$
   (e) $0 \in \{0, \{1\}\}$

   Soluciones

   (a) Verdadero, ya que 2 puede observarse como elemento de $\{2\}$.
   (b) Verdadero, ya que $\{0\}$ puede observarse como elemento de $\{\{0\}, \{1\}\}$.
   (c) Falso, ya que 0 no puede observarse como elemento de $\{\{0\}, \{1\}\}$.

   > Nótese que $0 \neq \{0\}$, pues el primero es un número y el segundo un conjunto.

   (d) Falso, ya que $\{3\}$ no puede observarse como elemento de $\{1, 2, 3\}$.

   > Nótese que $\{3\} \neq 3$, pues el primero es un conjunto y el segundo un número.

(e) Verdadero, ya que 0 puede observarse como elemento de $\{0, \{1\}\}$.

4. Escribe por extensión los elementos de cada conjunto:

   (a) $A = \{x/x \in \mathbb{Z}; x^2 \leq 14\}$
   (b) $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x = 4 \cdot n \wedge n < 3 \wedge n \in \mathbb{Z}^+\}$
   (c) $C = \{x/x \in \mathbb{Z}; x^2 + 1 = 0\}$

   Soluciones

   (a) $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, pues para cada uno de estos elementos se verifica que son enteros y además su cuadrado es menor o igual a 14.
   (b) $B = \{4, 8\}$, pues $4 = 4 \cdot 1$ y $8 = 4 \cdot 2$.
   (c) $C = \emptyset = \{\}$, pues no existen soluciónes enteras a la ecuación $x^2 + 1 = 0$.

5. Escribe por comprensión cada uno de los siguientes conjuntos:

   (a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.
   (b) $B = \{1, 8, 27, 64, 125\}$.
   (c) $C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.
   (d) $D = \{\text{Brasil}, \text{Uruguay}, \text{Chile}, \text{Bolivia}, \text{Paraguay}\}$.
   (e) $E = \{a, e, i, o, u\}$.

   Soluciones

   (a) $A = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge 2 \leq x \leq 10 \wedge x \text{ es par}\}$.

   > También podría escrbirse $A = \{2 \cdot x/x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 5\}$. Aunque en el lenguaje matemático esto no solo es correcto sino que también usual, la cátedra no lo admite.

   (b) $B = \{x/x = k^3 \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 5\}$.

   > Vale en este caso una nota similar a la anterior. El mismo conjunto puede escribirse como $B = \{x^3/x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 5\}$.

(c) $C = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -2 \leq x \leq 2\}$.

(d) $D = \{x/x$ es un país limitrofe de Argentina$\}$.

(e) $E = \{x/x$ es una vocal$\}$.

6. Sea $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,1,2\}$ y $C = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge 3 \leq x+2 \leq 5\}$. ¿Cómo están relacionados A, B y C?

   Solución Observemos que $C = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge 1 \leq x \leq 3\} = \{1,2,3\}$; luego son todos los conjuntos iguales.

7. Para cada entero no negativo n, sea $U_n = \{n, -n\}$. Encuentra U_1, U_2, y U_0.

   Solución

   - $U_1 = \{1, -1\}$.
   - $U_2 = \{2, -2\}$.
   - $U_0 = \{0\}$.

8. Encuentra la cardinalidad de cada uno de los siguientes conjuntos:

   (a) $X = \{2,3,4,5\}$

   (b) $Y = \{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\}$

   (c) $Z = \{x/x \in \mathbb{Z}^+; x = 3 \cdot n; n \in \mathbb{Z}^+; n \leq 5\}$

   Soluciones

   (a) $|X| = 4$.

   (b) $|Y| = 3$.

   (c) Observemos que $Z = \{3,6,9,12,15\}$, luego $|Z| = 5$.

9. Analiza y justifica si es verdadero o falso cada caso:

   (a) $\{0\} = \emptyset$

   (b) $\{2\} \subseteq \{1, \{2\}, \{3\}\}$

   (c) $\{1\} \subseteq \{1, 2\}$

   (d) $\{1\} \subseteq \{1, \{2\}\}$

   (e) $\{\{2\}\} \subseteq \{1, \{2\}, \{3\}\}$

Soluciones

(a) Falso, pues $0 \in \{0\}$ pero $0 \notin \emptyset$.

(b) Falso, pues $2 \in \{2\}$ pero $2 \notin \{1, \{2\}, \{3\}\}$.

(c) Verdadero pues $1 \in \{1\}$ y $1 \in \{1, 2\}$.

(d) Verdadero pues $1 \in \{1\}$ y $1 \in \{1, \{2\}\}$.

(e) Verdadero pues $\{2\} \in \{\{2\}\}$ y $\{2\} \in \{1, \{2\}, \{3\}\}$.

10. Dados los siguientes conjuntos, expresa mediante símbolos todas las inclusiones posibles:

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $T = \{x/x \in \mathbb{Z}^+, x = 3\}$
- $P = \{2, 4, 5\}$
- $G = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Solución Observemos que $T = \{3\}$, luego:

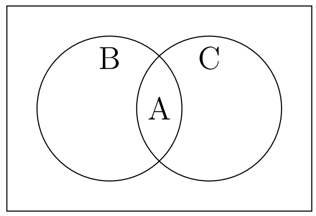
- $S \nsubseteq T$, pues $6 \in S$ pero $6 \notin T$.
- $S \nsubseteq P$, pues $1 \in S$ pero $1 \notin P$.
- $S \nsubseteq G$, pues $6 \in S$ pero $6 \notin G$.
- $T \nsubseteq P$, pues $3 \in T$ pero $3 \notin P$.
- $T \subseteq G$, pues $3 \in T$ y $3 \in G$.
- $T \subseteq S$, pues $3 \in T$ y $3 \in S$.
- $P \subseteq G$, pues para $x = 2, 4, 5$ resulta $x \in P$ y $x \in G$.
- $P \subseteq S$, pues para $x = 2, 4, 5$ resulta $x \in P$ y $x \in S$.
- $P \nsubseteq T$, pues $5 \in P$ y $5 \notin T$.

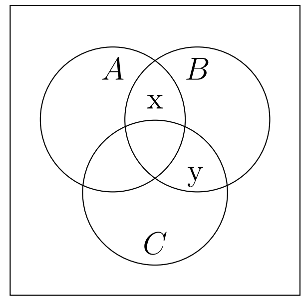
11. Dibuja un diagrama de Venn que represente por separado cada una de estas relaciones:

(a) $A \subseteq B$, $A \subseteq C$, $B \nsubseteq C$ y $C \nsubseteq B$.

(b) $x \in A$, $x \in B$, $x \notin C$, $y \in B$, $y \in C$, $y \notin A$.

Soluciones

(a) 

(b) 

12. Sea $A = \{c, d, f, g\}$, $B = \{f, j\}$ y $C = \{d, g\}$. Analiza la veracidad y falsedad de cada una d elas siguientes inclusiones, justifica tu respuesta:

    (a) $B \subseteq A$. (b) $C \subseteq A$. (c) $C \subseteq C$.

    Soluciones

    (a) Falso, pues $j \in B$ pero $j \notin A$.
    (b) Verdadero, pues para $x = d, g$ resulta: $x \in C$ y $x \in A$.
    (c) Verdadero, pues para $x = d, g$ resulta: $x \in C$ y $x \in C$.

    Vale la pena notar que para cualquier conjunto X resulta $X \subseteq X$.

13. Sean los conjuntos:

    - $R = \{x/x \in \mathbb{Z}, x$ es divisible por $2\}$.
    - $S = \{y/y \in \mathbb{Z}, y$ es divisible por $3\}$.
    - $T = \{z/z \in \mathbb{Z}, z$ es divisible por $6\}$.

    Analiza la veracidad y falsedad de cada una de las siguientes inclusiones, justifica tu respuesta:

    (a) $R \subseteq T$ (b) $T \subseteq R$ (c) $T \subseteq S$

Soluciones

(a) Falso, pues $2 \in R$ pero $2 \notin T$.

(b) Verdadero. Sea $x \in T$, luego por definición de T resulta $x = 6 \cdot n = 2 \cdot 3 \cdot n$ para algún $n \in \mathbb{Z}$. Tomando $k = 3 \cdot n$ vemos que $x = 2 \cdot k$ por lo que $x \in R$.

(c) Verdadero. Análogamente al caso anterior, pero tomando $k = 2 \cdot n$ podemos observar que $x \in T \Rightarrow x \in S$.

14. Sea $A = \{1, 2, 5, 8, 11\}$. Identifica cada uno de los siguientes casos verdadero o falso:

    (a) $\{5, 1\} \subseteq A$

    (b) $\{8, 1\} \subseteq A$

    (c) $\{1, 8, 2, 5, 11\} \nsubseteq A$

Soluciones

(a) Verdadero, pues para $x = 5, 1$ resulta $x \in \{5, 1\}$ y $x \in A$.

(b) Verdadero, pues para $x = 8, 1$ resulta $x \in \{8, 1\}$ y $x \in A$.

(c) Falso, pues $\{1, 8, 2, 5, 11\} = A$.

15. Sea $U = \mathbb{Z}^+$ y sean los conjuntos A y B que se dan en cada apartado, analiza si son pares de conjuntos disjuntos.

    (a) $A = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x \text{ es par}\}$ y $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x \text{ es impar}\}$

    (b) $A = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge 2x \text{ es par}\}$ y $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x \text{ es par}\}$

    (c) $A = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x^2 - 4 = 0\}$ y $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x - 4 = 0\}$

Soluciones

(a) Verdadero. Supongamos lo contrario, es decir que existe $x/x \in A \wedge x \in B$, luego por definición de A y B x es par e impar. Absurdo.

(b) Falso, pues $2 \in A$ y $2 \in B$.

(c) Verdadero, pues $A = \{2\}$ y $B = \{4\}$.

16. Sea $A = \{a, b, c\}$ verifica si se cumplen los siguientes enunciados:

(a) $A \in \mathcal{P}(A)$.

(b) $\emptyset \in \mathcal{P}(A)$.

(c) $\{a, b\} \in \mathcal{P}(A)$.

(d) $\{a, b\} \subseteq A$.

(e) $\{\{a, b\}, \{a, c\}\} \subseteq A$.

(f) $\{A, \{a\}, \{a, c\}\} \subseteq \mathcal{P}(A)$.

(g) $\{\{a, b\}, \{a, c\}\} \in A$.

(h) $\{\{a, b\}\} \subseteq \mathcal{P}(A)$.

(i) $\{\{a, b\}\} \in \mathcal{P}(A)$.

(j) $\{\mathcal{P}(A)\} \subseteq \mathcal{P}(A)$.

(k) $\{\emptyset\} \in \mathcal{P}(A)$.

(l) $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(A)$.

(m) $A \subseteq \mathcal{P}(A)$.

(n) $\emptyset \subseteq \mathcal{P}(A)$.

(o) La unión de todos los elementos de $\mathcal{P}(A)$ es A.

(p) Dos subconjuntos cualesquiera de A son disjuntos.

(q) Los elementos de $\mathcal{P}(A)$ son elementos de A.

Soluciones Observemos primero que $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, A\}$.

(a) Verdadero, pues A forma parte de la definición de $\mathcal{P}(A)$.

(b) Verdadero, pues $\emptyset$ forma parte de la definición de $\mathcal{P}(A)$.

(c) Verdadero, pues $\{a, b\}$ forma parte de la definición de $\mathcal{P}(A)$.

(d) Verdadero, pues para $x = a, b$ resulta $x \in \{a, b\}$ y $x \in A$.

(e) Falso pues para $\{a, b\} \in \{\{a, b\}, \{a, c\}\}$ pero $\{a, b\} \notin A$.

(f) Verdadero pues para $x = A, \{a\}, \{b, c\}$ resultan $x \in \{A, \{a\}, \{a, c\}\}$ y $x \in \mathcal{P}(A)$.

(g) Falso pues $\{\{a, b\}, \{a, c\}\}$ no puede observarse en la definición de A.

(h) Verdadero, pues $\{a, b\} \in \{\{a, b\}\}$ y $\{a, b\} \in \mathcal{P}(A)$.

(i) Falso pues $\{\{a, b\}\}$ no puede observarse en la definición de $\mathcal{P}(A)$.

(j) Falso pues $\mathcal{P}(A) \in \{\mathcal{P}(A)\}$ pero $\mathcal{P}(A) \notin \mathcal{P}(A)$.

(k) Falso pues $\{\emptyset\}$ no puede observarse en la definición de $\mathcal{P}(A)$.

(l) Verdadero, pues para cualquier conjunto X, si $x \in X$ entonces trivialmente $x \in X$.

(m) Falso pues $a \in A$ pero $a \notin \mathcal{P}(A)$.

(n) Verdadero. Supongamos lo contrario, luego existe $x \in \emptyset / x \notin \mathcal{P}(A)$. Absurdo.

(o) Verdadero pues $\emptyset \cup \{a\} \cup \{b\} \cup \{c\} \cup \{a, b\} \cup \{b, c\} \cup A = A$.

(p) Falso pues $A \cap \{a\} \neq \emptyset$.

(q) Falso pues $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$ pero $\{a\} \notin A$.

17. Analiza los siguientes casos y justifica tu respuesta.

(a) Si $A \cup B = A \cup C$, ¿Es $B = C$?

(b) Si $A \cap B = A \cap C$, ¿Es $B = C$?

Soluciones

(a) Falso. Basta notar que para $A = \{1, 2\}$, $B = \{1\}$ y $C = \{2\}$ se cumple $A \cup B = A \cup C$ pero $B \neq C$.

(b) Falso. Basta notar que para $A = \{1\}$, $B = \{2\}$ y $C = \{3\}$ se cumple $A \cap B = A \cap C$ pero $B \neq C$.

18. Sean $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{1, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 4, 5, 9\}$, $C = \{x / x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x^2 \leq 16\}$ y $D = \{7, 8\}$. Calcula:

(a) $A \cup B$

(b) $A \cup C$

(c) $A \cup D$

(d) $C \cup B$

(e) $A \cap C$

(f) $A \cap D$

(g) $C \cap B$

(h) $C \cap D$

(i) $A - B$

(j) $B - A$

(k) $C - D$

(l) $\overline{C}$

(m) $\overline{A}$

(n) $A \oplus B$

(o) $C \oplus D$

(p) $C \oplus B$

(q) $(A \cup B) \cup C$

(r) $(A \cap B) \cap C$

(s) $(B \cup C) \cap A$

(t) $(B \cup A) \cap D$

(u) $\overline{A \cup B}$

(v) $\overline{A \cap B}$

(w) $(B \cup C) \cup D$

(x) $(B \cap C) \cap D$

Soluciones Observemos que $C = \{1, 2, 3, 4\}$.

(a) $A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 5, 9\}$.

(b) $A \cup C = \{1, 2, 4, 6, 8, 3\}$.

(c) $A \cup D = \{1, 2, 4, 6, 8, 7\}$.

(d) $C \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$.

(e) $A \cap C = \{1, 2, 4\}$.

(f) $A \cap D = \{8\}$.

(g) $C \cap B = \{2, 4\}$.

(h) $C \cap D = \emptyset$.

(i) $A - B = \{1, 6, 8\}$.

(j) $B - A = \{5, 9\}$.

(k) $C - D = \{1, 2, 3, 4\}$.

(l) $\overline{C} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$.

(m) $\overline{A} = \{3, 5, 7, 9\}$.

(n) $A \oplus B = \{1, 6, 8, 5, 9\}$.

(o) $C \oplus D = \{1, 2, 3, 4, 7, 8\}$.

(p) $C \oplus B = \{1, 3, 5, 9\}$.

(q) $(A \cup B) \cup C =$ COMPLETAR.

(r) $(A \cap B) \cap C =$ COMPLETAR.

(s) $(B \cup C) \cap A =$ COMPLETAR.

(t) $(B \cup A) \cap D =$ COMPLETAR.

(u) $\overline{A \cup B} =$ COMPLETAR.

(v) $\overline{A \cap B} =$ COMPLETAR.

(w) $(B \cup C) \cup D =$ COMPLETAR.

(x) $(B \cap C) \cap D =$ COMPLETAR.

19. Sean $U = \mathbb{R}$, $A = \{x/x \text{ es una solución de } x^2 - 1 = 0\}$ y $B = \{-1, 4\}$. Calcula:

(a) $\overline{A}$
(b) $\overline{B}$
(c) $\overline{A \cup B}$
(d) $\overline{A \cap B}$

Soluciones Observemos que $A = \{1, -1\}$.

(a) $\overline{A} = \mathbb{R} - A = \mathbb{R} - \{1, -1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$.
(b) $\overline{B} = \mathbb{R} - B = \mathbb{R} - \{4, -1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 4) \cup (4, \infty)$.
(c) $\overline{A \cup B} = \overline{\{-1, 1, 4\}} = \mathbb{R} - \{-1, 1, 4\} = \overline{A} - \{4\}$.
(d) $\overline{A \cap B} = \overline{\{-1\}} = \mathbb{R} - \{-1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$.

20. Demuestra cada uno de los siguientes enunciados:

(a) Si $A = B$ entonces $\overline{A} = \overline{B}$.
(b) Si $A \subseteq B$ entonces $\overline{B} \subseteq \overline{A}$.
(c) $A \subseteq B$ si y solo si $A \cup B = B$.
(d) $A \subseteq B$ si y solo si $A \cap B = A$.
(e) $(A \cap B) \cup \big(A \cap \overline{B}\big) = A$.
(f) $A \cup (A \cap B) = A$ (ley de absorción).
(g) Si $A \subseteq B$ entonces $A \cap C \subseteq B \cap C$.
(h) Si $A \subseteq B$ y $A \subseteq C$ entonces $A \cap B \subseteq C$.
(i) $(A \cap B) \cap \big(A \cap \overline{B}\big) = \emptyset$.
(j) Si $A \subseteq B$ entonces $A \cap \overline{B} = \emptyset$.
(k) $A - B = A \cap \overline{B}$.

Soluciones

(a) Por hipótesis sabemos que $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$, veamos que $\overline{A} = \overline{B}$:

- $\overline{A} \subseteq \overline{B}$: Sea $x \in \overline{A}$, luego por definición de complemento resulta $x \notin A$. Supongamos que $x \in B$, luego por hipótesis resulta $x \in A$ lo cual es una contradicción, por lo tanto $x \notin B$, es decir, $x \in \overline{B}$.

- $\overline{B} \subseteq \overline{A}$: Análogamente puede probarse la otra inclusión.

(b) Por hipótesis sabemos que $A \subseteq B$, veamos que $\overline{B} \subseteq \overline{A}$.

Sea $x \in \overline{B}$, luego por definición $x \notin B$. Supongamos que $x \in A$, entonces por hipótesis resulta $x \in B$ lo cual es una contradicción, por lo tanto $x \notin A$, es decir, $x \in \overline{A}$.

(c)

- $\boxed{A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B}$:
  - $A \cup B \subseteq B$: Sea $x \in A \cup B$, luego $x \in A$ o $x \in B$. Si $x \in A$, por hipótesis también resulta $x \in B$.
  - $B \subseteq A \cup B$: Sea $x \in B$, luego por ampliación disyuntiva también resulta $x \in B \vee x \in A$ y por definición de unión $x \in A \cup B$.
- $\boxed{A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B}$: Sea $x \in A$, luego pojr ampliación disyintiva también resulta $x \in A \vee x \in B$ y por definición de unión $x \in A \cup B$. Finalmente por hipótesis tenemos $x \in B$.

(d)

- $\boxed{A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A}$:
  - $A \cap B \subseteq A$: Sea $x \in A \cap B$ luego por definición $x \in A \wedge x \in B$; en particular $x \in A$.
  - $A \subseteq A \cap B$: Sea $x \in A$, por hipótesis sabemos que $x \in B$, luego $x \in A \wedge x \in B$; es decir, $x \in A \cap B$.
- $\boxed{A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B}$: Sea $x \in A$, como por hipótesis sabemos que $A \subseteq A \cap B$ resulta $x \in A \cap B$ y por definición $x \in A \wedge x \in B$; en particular $x \in B$.

(e)

- $\boxed{(A \cap B) \cup \left(A \cap \overline{B}\right) \subseteq A}$: Sea $x \in (A \cap B) \cup \left(A \cap \overline{B}\right)$ luego por definición resulta $x \in A \cap B \vee x \in A \cap \overline{B}$.
  - Si $x \in A \cap B$ resulta $x \in A \wedge x \in B$; en particular $x \in A$.
  - Si $x \in A \cap \overline{B}$ resulta $x \in A \wedge x \in \overline{B}$; en particular $x \in A$.
- $\boxed{A \subseteq (A \cap B) \cup \left(A \cap \overline{B}\right)}$: Sea $x \in A$, luego resulta trivial que $x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B)$ y por ley distributiva resulta $(x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge \notin B)$; de donde sigue por definiciones que $x \in (A \cap B) \cup \left(A \cap \overline{B}\right)$.

(f) COMPLETAR.
(g) COMPLETAR.
(h) COMPLETAR.
(i) COMPLETAR.
(j) COMPLETAR.
(k) COMPLETAR.

21. Utiliza las propiedades de operaciones entre conjuntos (dadas en el Teorema 2 de la teoría) para analizar si las siguientes expresiones son equivalentes (justifica cada paso que realices con la propiedad empleada):

    (a) $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$.
    (b) $(A - C) \cap (B - C) \cap (A - B) = \emptyset$.
    (c) $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$.
    (d) $A - (A \cap B) = A - B$.
    (e) $\overline{(A \cap B)} \cap A = A - B$.

    Soluciones

    (a) Verdadero: COMPLETAR.
    (b) Verdadero: COMPLETAR.
    (c) Verdadero: COMPLETAR.
    (d) Verdadero: COMPLETAR.
    (e) Verdadero: COMPLETAR.

22. Una empresa de turismo realiza una encuesta entre 100 personas: 40 quieren viajar a Mendoza, 25 desean viajar a Bariloche, 13 de los interrogados quieren ir a Mendoza y Bariloche.

    (a) ¿Cuántas personas no realizan excursión?
    (b) ¿Cuántas van a realizar solo 1 de las excursiones?
    (c) ¿Cuántas viajarán solo a Mendoza?
    (d) ¿Cuántas van por lo menos a 1 excursión?

Soluciones

(a) COMPLETAR.

(b) COMPLETAR.

(c) COMPLETAR.

(d) COMPLETAR.

23. 70 alumnos rindieron un examen de Matemática, Física e Inglés. Los resultados fueron: 20 alumnos rindieron bien las 3 asignaturas, 50 rindieron bien Matemática, 30 rindieron bien inglés, 35 rindieron bien Física, 10 alumnos sólo rindierion Matemática y Física, 8 solo rindieron bien Matemática e Inglés, 1 solamente rindió bien Inglés y Física. Si para ser promovidos deberían aprobar 2 materias por lo menos:

    (a) ¿Cuántos alumnos se promovieron?

    (b) ¿Cuántos alumnos no se promovieron por adedudar sólo 2 de las materias?

    (c) ¿Cuántos alumnos rindieron mal las 3 materias?

Soluciones

(a) COMPLETAR.

(b) COMPLETAR.

(c) COMPLETAR.