CAPITULO 2: Movimiento en una dirección [S.Z.F.Y. 2]

Cinemática:

La C**inemática** se ocupa de describir los *movimientos de los cuerpos*.

Más adelante estudiaremos D**inámica,** que se ocupará de las causas que originan los movimientos.

Ambas, dinámica y cinemática forman parte de la **Mecánica Clásica** que es una de las áreas o partes que conforman esta Ciencia.

Movimiento de una partícula

En muchas situaciones, cuando sólo se considera movimiento de traslación en el espacio, un objeto puede ser tratado como una partícula.

Definimos:

Movimiento: cambio continuo de posición de un objeto; a lo largo del tiempo, con respecto a otro cuerpo tomado como referencia.

Sistema de referencia: cuerpo o conjunto de cuerpos considerados fijos respecto de los cuáles se determina el movimiento del cuerpo en estudio.

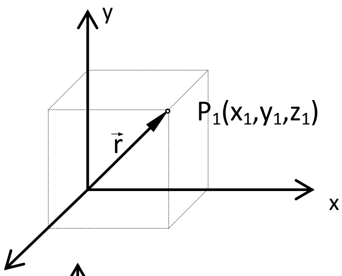
Partícula: cuerpo considerado puntual, cuyas dimensiones son despreciables con respecto a su movimiento. Si el cuerpo sufre cambios internos no afecta al movimiento de todo el cuerpo en conjunto.

La partícula constituye un MODELO para poder estudiar los cuerpos (*modelo de partícula).*

Trayectoria: es la línea, curva o recta dibujada por la partícula en movimiento.

Posición: dar posición a un cuerpo es ubicarlo en un punto respecto del sistema de coordenadas.

La posición queda representada por el vector posición; con origen 0 y extremo en el punto p.



Vector Posición

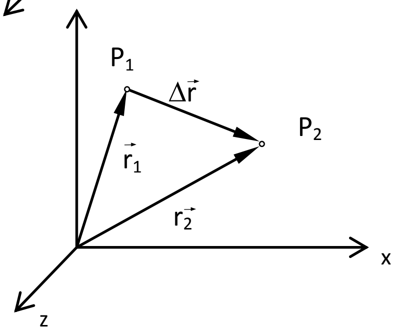
Si por ejemplo llamamos con $\vec{r}$ al vector posición, podemos expresarlo en función de sus coordenadas:

$$\vec{r} = x_1\,\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\,\vec{k}$$

Donde $|\vec{r}|$ ó r es el módulo del vector posición

El *movimiento* de una partícula queda determinado si se conoce su posición en función del *tiempo.*

Referencias: (Sistema de coordenadas cartesianas)



Desplazamiento: cuando la partícula se mueve desde una posición 1 hasta una 2; su desplazamiento será

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Velocidad media

La velocidad media de una partícula se define como la razón entre su desplazamiento $\Delta\vec{r}$ y el intervalo de tiempo Δt en que se produce dicho desplazamiento:

$$\boxed{\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}}$$

Donde:

dirección de $\vec{v}_m$ coincide con la dirección de $\Delta\vec{r}$

sentido de $\vec{v}_m$ coincide con el sentido de $\Delta\vec{r}$ (pues $\Delta t \rangle 0$); $v_m = \dfrac{\Delta r}{\Delta t}$

Analizando la expresión $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\overrightarrow{r_{final}} - \overrightarrow{r_{inicial}}}{t_{final} - t_{inicial}}$

Unidades: m/s, km/h

MOVIMIENTO EN UNA DIRECCIÓN

Desplazamiento:

Δ (delta): significa cambio de una cantidad, siempre valor final menos inicial.

Para un movimiento rectilíneo, podemos representarlo por ejemplo en el eje x, puede ser positivo o negativo:

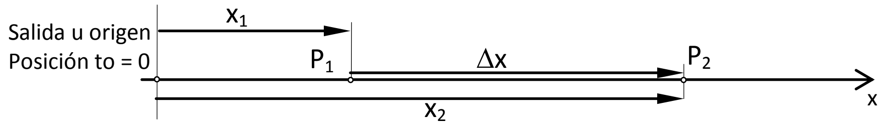


Figura 1

$\Delta x = x_2 - x_1 > 0$

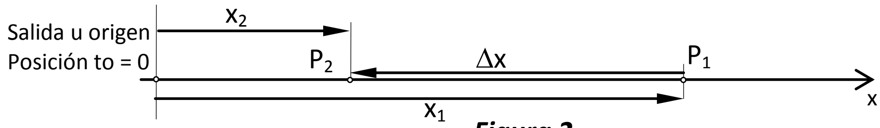


Figura 2

$\Delta x = x_2 - x_1 > 0$

Un automóvil va hacia adelante y en reversa a lo largo de una línea recta. Ya que se tiene interés solo en el movimiento trasnacional del automóvil, se le representa como una partícula. Aquí se han usado tres exhibiciones para la información del movimiento del automóvil. La tabla es una exposición tabular de la información.

Posición del automóvil en varios tiempos

Posición	***t* (s)**	***x* (m)**
A	0	30
B	10	50
C	20	38
D	30	0
E	40	--40
F	50	-50

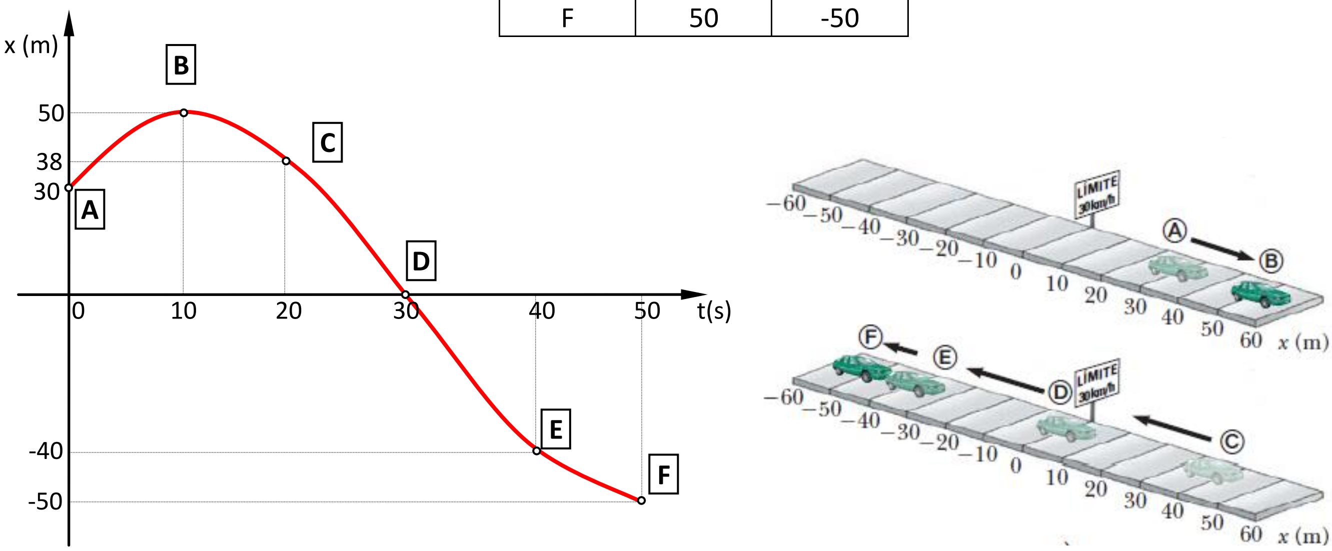


Figura 3

Componente de la Velocidad media

Es la componente x del desplazamiento, Δx, dividida entre el intervalo de tiempo Δt en el que ocurre el desplazamiento.

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$ (no es un vector; **es escalar**)

Entre **A** y **B**:

$$v_x = \frac{50\text{ m} - 30\text{ m}}{10\text{ s} - 0} = 2{,}0\text{ m/s}$$

Entre **E** y **F**:

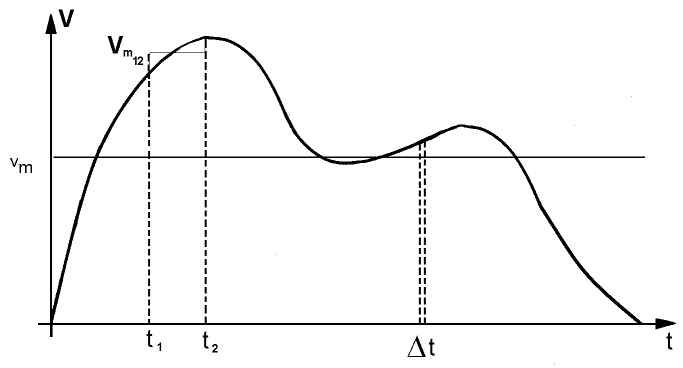
$$v_x = \frac{-50\text{ m} - (-40\text{ m})}{50\text{ s} - 40\text{ s}} = -1{,}0\text{ m/s}$$

Si la velocidad media del auto es positiva. Esto significa que, durante el intervalo, la coordenada *x* aumentó y el auto se movió en la dirección +*x*

Si una partícula se mueve en la dirección *x negativa* durante un intervalo de tiempo, su velocidad media en ese lapso es negativa.
Para el desplazamiento a lo largo del eje x, la velocidad media es igual a la pendiente de una línea que conecta los puntos correspondientes en la gráfica posición-tiempo (Figura 3)
Distancia: la distancia recorrida es la longitud de la ***trayectoria***.

Velocidad instantánea:

Es la velocidad de una partícula en cualquier instante de tiempo.



Si anotamos las velocidades que indica el velocímetro de un vehículo en cada instante durante todo el recorrido, y luego graficamos las velocidades en función del tiempo, resulta la gráfica siguiente:
Cada punto de la gráfica representa la velocidad que en cada instante tiene el móvil.
La línea curva representa la velocidad instantánea de la partícula y la línea recta horizontal corresponde a su velocidad media.
Si en la gráfica tomamos intervalos de tiempo cada vez más chicos veremos que los valores de velocidad media se acercan a los de velocidad instantánea. Podemos decir que a medida que el intervalo de tiempo tiende (se aproxima) a cero (es lo suficientemente pequeño) la velocidad media tiende a la velocidad instantánea, en cada intervalo considerado.
La definición "rigurosa" de velocidad instantánea utiliza el concepto matemático de límite, todavía no estudiado. Sin embargo, en nuestro caso, lo importante no es usar este concepto sino la comprensión de lo que acabamos de analizar.

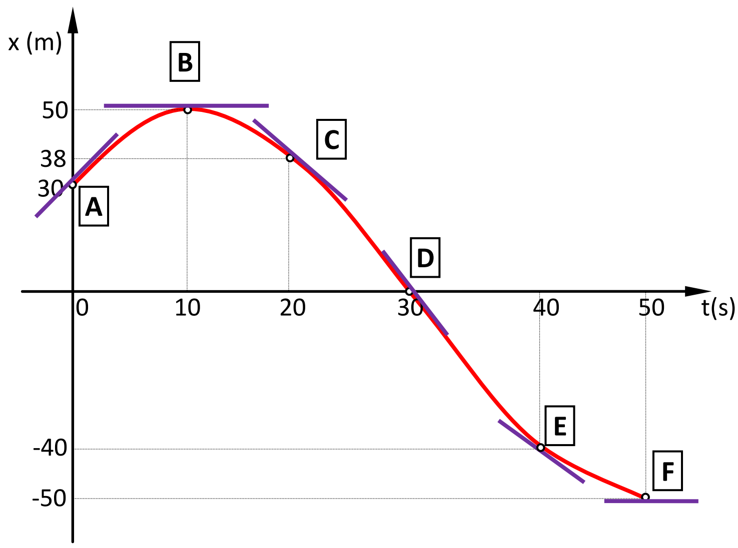
$$\boxed{\vec{v} = lím_{\Delta t \to 0} \vec{v}_m = lím_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}}$$

La ***rapidez instantánea*** de una partícula se define como la magnitud del vector velocidad instantánea (nunca negativa).

Analizamos la velocidad instantánea en la gráfica:

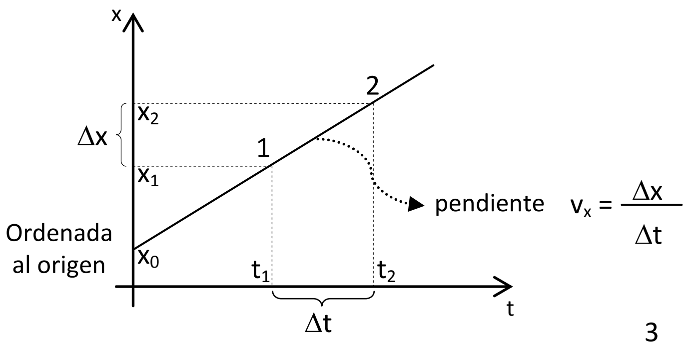
A	Pendiente positiva $v_x > 0$
B	Pendiente nula $v_x = 0$
C	Pendiente negativa $v_x < 0$
D	Pendiente negativa $v_x < 0$
E	Pendiente negativa $v_x < 0$ y < que en E
F	Pendiente nula $v_x = 0$

A	Movimiento en la dirección +x
B	Instantáneamente en reposo
C	Movimiento en dirección -x
D	Movimiento en dirección -x
E	Movimiento en dirección -x
F	Instantáneamente en reposo



PARTÍCULA CON VELOCIDAD CONSTANTE MRU

Si consideramos una partícula desplazándose a velocidad constante; su velocidad instantánea en cualquier momento de un determinado intervalo de tiempo, es igual a la velocidad promedio en dicho intervalo: $v_x = \overline{v_x}$



$$v_x = \overline{v_x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = x - x_0 = v_x.\Delta t$$

$$x = x_0 + v_x.\Delta t$$

Si x_0 es la posición en $t_0=0$; entonces: $x = x_0 + v_x.t$

ACELERACIÓN MEDIA E INSTANTÁNEA

Aceleración: la aceleración describe el cambio de velocidad de la partícula; en magnitud o en dirección, o ambas. Cuando la $\vec{a} // \Delta\vec{v}$ (tienen la misma dirección), trazando $\Delta\vec{v}$ se estima la dirección de la aceleración media.

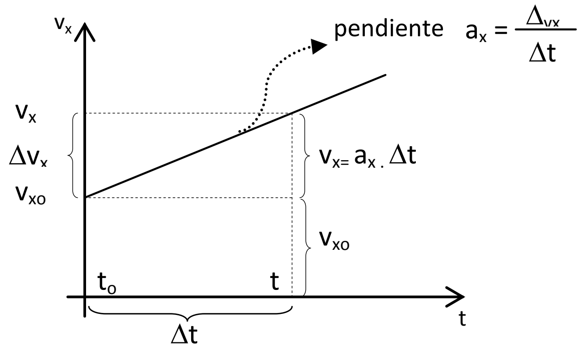
$$\vec{a}_{med} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

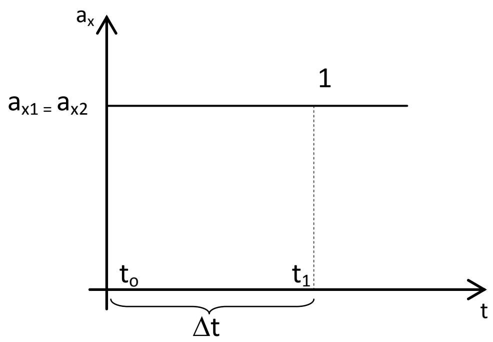
En el límite, cuando el intervalo de tiempo es infinitamente pequeño, definimos a la aceleración instantánea:

$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$; igual que el vector velocidad:

$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}$; o sea : $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$; o bien: $\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$

MOVIMIENTO CON ACELERACIÓN CONSTANTE





$$a_x = \frac{\Delta_{vx}}{\Delta t} = \frac{v_x - v_{xo}}{t - t_o}$$

$\boxed{v_x = v_{xo} + a_x . t}$ (solo para aceleración constante) **(1º ecuación)**

Podemos encontrar un valor de velocidad media en x (v_{xmed}) si la a_x es constante y la velocidad cambia de modo constante; siendo también el promedio entre la velocidad final y la inicial:

$v_{med} = \frac{v_x + v_{xo}}{2} = \frac{v_{xo} + a_x .t + v_{xo}}{2} = v_{xo} + ½\, a_x . t$ **(a)**

También podemos pensar a la velocidad media como:

$v_{x\,med} = \frac{x - x_o}{t}$ **(b)**

Igualando (a) y (b)

$v_{xo} + ½ . a_x . t = \frac{x - x_o}{t}$

$\boxed{x = x_o + v_{xo} . t + ½ . a_x . t^2}$ (2º ecuación)

La gráfica correspondiente a la segunda ecuación es siempre una **parábola**

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} \qquad (2.7)$$

Sean ahora $t_1 = 0$ y t_2 cualquier instante posterior t. Simbolizamos con v_{0x} la velocidad en el instante inicial $t = 0$; la velocidad en el instante posterior t es v_x. Entonces, la ecuación (2.7) se convierte en

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t - 0} \quad \text{o}$$

$$t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$$

$$x = x_0 + v_{0x}\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right) + \frac{1}{2}a_x\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right)^2$$

Transferimos el término x_0 al lado izquierdo y multiplicamos la ecuación por $2a_x$:

$$2a_x(x - x_0) = 2v_{0x}v_x - 2v_{0x}^2 + v_x^2 - 2v_{0x}v_x + v_{0x}^2$$

Finalmente, simplificando nos da

$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$ (solo aceleración constante)

MOVIMIENTO EN EL CAMPO GRAVITATORIO

$v_y = v_{oy} + a_y . \Delta t$ **[1]**

$\Delta y = voy . \Delta t + ½ . a_y . \Delta t^2$ **[2]**

Caída Libre:

$v_y = v_{oy} - g . \Delta t$ [1]

$\Delta y = v_{oy} . \Delta t - ½ . g . \Delta t^2$ [2]

De **[2]** Para $t_o = 0$

$0 - y_o = - ½ . g . \Delta t^2$

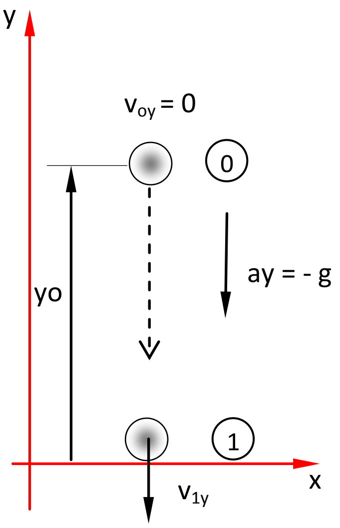
$y_o = ½ . g . \Delta t^2$

$\Delta t^2 = 2 . y_o / g$

De **[1]**

$V_{1y} = - g . \Delta t$

$V_{1y} = - g . \quad 2 . y_o / g$



Cuerpo lanzado hacia arriba:

Calculo de la altura máxima:

Entre 0 y 1:

De **[1]**

$0 = v_{oy} - g . t_{0-1}$

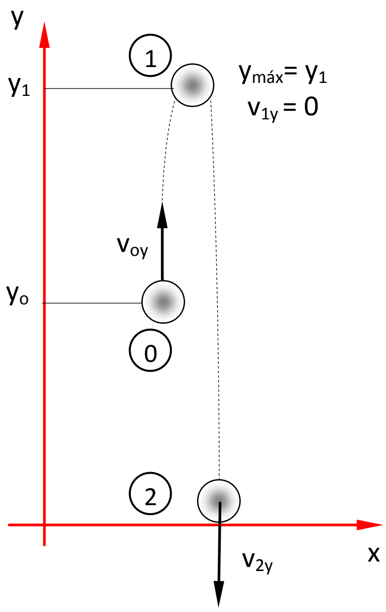
$t_{0-1} = v_{oy/} g$

Reemplazando en **[2]:**

$y_1 - y_o = v_{oy}. v_{oy/} g - ½ . g . (v_{oy/} g)^2$

$y_1 = y_o + v_{oy}^2{}_/ g - ½ . v_{oy}^2{}_/ g$

$$y_1 = y_o + \frac{v_{oy}^2}{2 . g}$$



Calculo de la velocidad un instante antes de tocar el suelo

Entre 0 y 2:

De **[2]:**

$0 - y_o = v_{oy}. t_{0-2} - ½ . g . t_{0-2}^2$

$½ . g . t_{0-2}^2 - v_{oy} . t_{0-2} - y_o = 0$

De **[1]:**

$v_{2y} = v_{oy} - g . t_{0-2}$

2.24- Compara el tiempo de ascenso de un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba con el tiempo de descenso en el movimiento de caída libre. ¿Son iguales la velocidad inicial del ascenso y la velocidad final del descenso?

CAIDA LIBRE

$\Delta y = vo . \Delta t - ½ . g . \Delta t^2$

$y - yo = - ½ . g . t^2$

$- yo = - ½ . g . t^2$

$t^2 = 2. yo/ g$

$v_1 = v_o - g . \Delta t$

$v_1 = - g . t \rightarrow t = v_1/g$ **(1)**

$v_1 = - g . [2. yo/ g]^{½}$ **(2)**

$v_1 = - [2. g . yo]^{½}$ **(3)**

TIRO VERTICAL

$\Delta y = vo . \Delta t - ½ . g . \Delta t^2$

$y - yo = vo . t - ½ . g . t^2$

$y = vo . t - ½ . g . t^2$ **(4)**

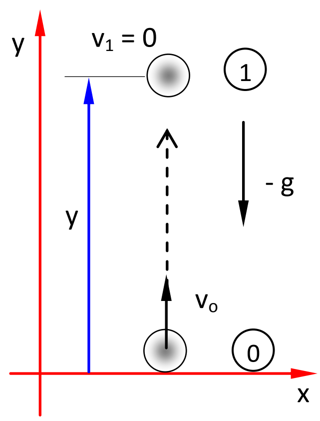
$v_1 = v_o - g . t \rightarrow t = vo/g$ **(5)**

Reemplazando **(4)** en **(5)**

$y = vo . vo/g - ½ . g . (vo/g)^2$

$y = vo^2/g - ½ . vo^2/g$

$y = ½ . vo^2/g \rightarrow vo = [2 . g . y]^{½}$ **(6)**



Observando la **(1)** y la **(5)** vemos que el tiempo de ascenso de un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba es igual al tiempo de descenso en el movimiento de caída libre.

Observando la **(3)** y la **(6)** vemos que son iguales la velocidad inicial del ascenso y la velocidad final del descenso.