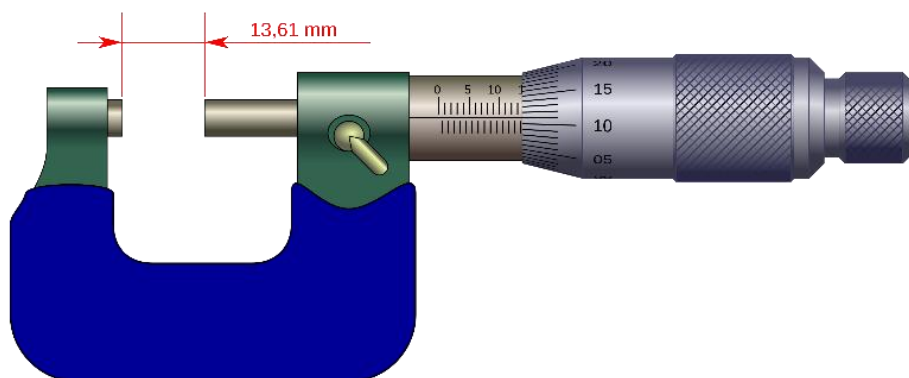
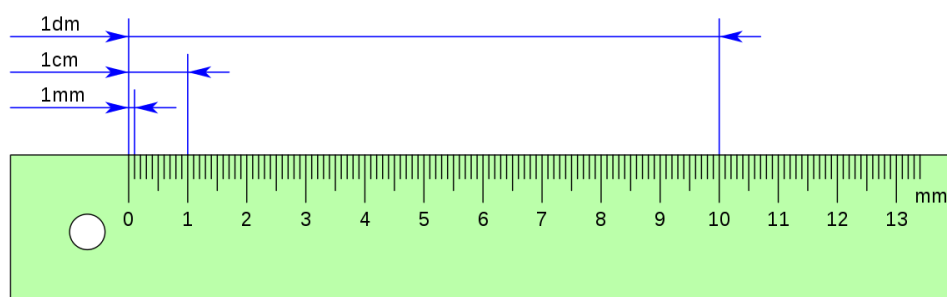




UTNFRRO – Cátedra de Física I

MAGNITUDES – MEDICIONES – ERRORES



Recordemos que una **magnitud** es todo aquello que se puede medir. Así longitud, presión, tiempo, velocidad, densidad, etc., son magnitudes. Las magnitudes que quedan determinadas en forma completa por un número y una unidad se denominan **escalares** (ejemplo: masa, volumen, etc.). Algunas magnitudes escalares son adimensionales -es decir, no poseen unidades-, por ejemplo, la densidad relativa, el índice de refracción, etc. Las magnitudes que requieren la especificación de dirección y sentido (y a veces también del punto de aplicación) para quedar completamente definidas, se denominan **vectoriales** (ejemplo: velocidad, aceleración, fuerza, etc.).

Medir es comparar una cantidad (X) de cierta magnitud con otra cantidad (U) de la misma especie que se toma arbitrariamente como unidad, de modo tal que se pueda asociar un número (n) que expresa cuántas veces está contenida la unidad en la cantidad medida $(X/U) = n$. De esta manera se dice que n es la medida de X con respecto a la unidad U. Desde luego que se debe especificar el proceso mediante el cual se realiza la medición de la magnitud.

Si una unidad se acepta oficialmente, se la llama unidad estándar. Tradicionalmente un gobierno o un organismo internacional establece las unidades estándares. Un conjunto de unidades estándar y sus combinaciones constituye un **sistema de unidades**.

El Sistema Internacional de Unidades, que se abrevia SI, está basado en 7 unidades fundamentales y las restantes derivadas, correspondientes a las respectivas magnitudes. Una magnitud fundamental es aquella totalmente independiente de las demás (como la masa -cuya unidad es el kilogramo-, la longitud -cuya unidad es el metro-, el tiempo -cuya unidad es el segundo-, etc.). Las siete magnitudes fundamentales sirven para describir todas las magnitudes físicas conocidas hasta la fecha. Las magnitudes derivadas resultan de la combinación de las fundamentales a través de productos y cocientes de acuerdo con definiciones y leyes físicas (así, por ejemplo, la velocidad es la relación entre la longitud y el tiempo). A partir del 20 de mayo de 2019, por resolución de la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM), entró en vigencia la redefinición de 4 de las 7 unidades básicas, a saber: kilogramo, ampere, kelvin y mol, quedando ligadas a valores numéricos exactos de la constante de Planck “h”, carga eléctrica elemental “e”, constante de Boltzmann “k” y constante de Avogadro “NA”, respectivamente. Así, desde entonces la unidad kilogramo dejó de estar asociada a un artefacto material (un cilindro de platino e iridio)

El SIMELA, Sistema Métrico Legal Argentino, adoptado por nuestro país según la ley n° 19.511 de 1.972, tomó todas las unidades, símbolos, múltiplos y submúltiplos del SI; y le agregó algunas pocas unidades más, tales como el litro (l o L), hora (h), minuto (min), grado sexagesimal (°), etc.

Mediciones directas e indirectas

Para que el proceso de medición quede determinado deben interactuar indefectiblemente tres componentes o sistemas: el del objeto a medir, el de medición o instrumento de medida y el de comparación o unidad de medida. Habrá una interacción previa entre el instrumento y la unidad adoptada (calibración), y luego la medición propiamente dicha al interactuar el instrumento calibrado con el objeto a medir.

Se denomina medición directa a aquella que resulta de leer directamente sobre la escala de un instrumento. Por ejemplo, una longitud mediante una regla, un volumen mediante una bureta, etc. Una medición indirecta es aquella que resulta de operaciones de cálculos realizadas sobre magnitudes medidas directamente. Por ejemplo, la superficie de un terreno rectangular, a partir de su largo y su ancho, la densidad de un líquido a partir de su masa -determinada con una balanza- y de su volumen -determinado con una probeta-, etc.

Incertezas o errores de medición

Siempre una medición está afectada de incerteza o "error". Por ejemplo, al medir un espesor, por más refinado que sea el método y el instrumento de medida, el límite estaría impuesto por los átomos superficiales que vibran con respecto a una "posición media". Existe una teoría sobre errores que intenta disminuir la influencia en el resultado final de una medición y, a la vez proveer métodos de cálculos para estimarlos.

Clasificación de los errores en las mediciones

- ✓ **Sistemáticos:** Tienen siempre el mismo sentido. Proviene de una falla del instrumento (ejemplo: una cinta métrica estirada, un instrumento de aguja que no parta de cero, etc.), de la aplicación de un método erróneo (ejemplo: determinar masas de cuerpos poco densos sin tener en cuenta el empuje del aire, etc.), de la acción permanente de una causa exterior (ejemplo: campos magnéticos o eléctricos, humedad ambiente, etc.)
- ✓ **De apreciación:** Se deben a la limitación en la graduación de la escala de un instrumento y a la mayor o menor habilidad del observador. (ejemplo: al usar una regla milimetrada no se puede asegurar nada con respecto a las décimas o centésimas de milímetros). Este error en general lo estima el observador de acuerdo con su experiencia, habilidad y el instrumento utilizado.
- ✓ **Casuales:** Son totalmente aleatorios, aparecen distribuidos al azar. (ejemplo: vibraciones, cambios de temperatura, fatiga del observador, etc.). A estos se les aplica la llamada "teoría estadística de errores", la cual se justifica cuando se realiza una gran cantidad de veces la determinación de una misma magnitud.

Apreciación de un instrumento

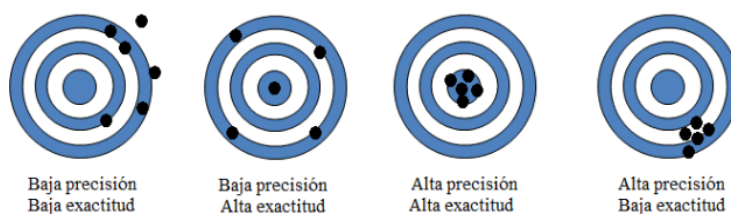
La apreciación de un instrumento es la mínima medida de una magnitud que se puede leer directamente sobre su escala. Así, la apreciación de una regla milimetrada es 1 mm (un milímetro), la apreciación de una pipeta graduada cada 1/10 ml es, precisamente, 1/10 de mililitro.

No se debe confundir la apreciación de un instrumento con el error de apreciación. La apreciación es algo característico o "fijo" del instrumento, en cambio el error de apreciación es algo "variable", en el sentido que lo estima el observador. Así, por ejemplo, a veces podrá tomarlo igual a la apreciación del instrumento, otras veces podrá considerar que es mayor o menor que dicha apreciación. Ello dependerá, entre otras consideraciones, de las condiciones e instrumentos que estén interviniendo en el proceso de medición.

Precisión – Exactitud

- ✓ **Precisión:** Se refiere a la dispersión de los valores obtenidos al medir varias veces una magnitud, tiene que ver con la repetibilidad de las mediciones. Cuanto menor es la dispersión mayor es la precisión. Es independiente de los errores sistemáticos y está relacionada con los errores casuales.
- ✓ **Exactitud:** Se refiere a la cercanía de los valores medidos respecto al valor verdadero o de referencia. Está relacionada con la apreciación de los instrumentos de medición y con los errores sistemáticos.

La siguiente figura de un “tiro al blanco” ilustra la interpretación de los conceptos anteriores. La proximidad de los impactos entre sí da cuenta de la precisión, mientras que la concentración de los impactos alrededor del centro del blanco es una indicación la exactitud de los disparos:



Cifras significativas

El número de cifras significativas de la medida de una magnitud es el número de dígitos conocidos confiablemente que contiene.

- ✓ Los números que resultan de contar, tienen infinitas cifras significativas. Ejemplo: 23 autos, esa medida tiene infinitas cifras porque es un número exacto.

- ✓ Los ceros son significativos sólo cuando se encuentran a la derecha de un número, de lo contrario sólo sirven para ubicar la coma decimal.

Ejemplo:

Número	N° de cifras significativas
0,0056	2
0,0789	3
0,000001	1

- ✓ Todos los ceros entre dígitos significativos son significativos

Ejemplo:

Número	N° de cifras significativas
7,053	4
7053	4
302	3

- ✓ En un número con dígitos a la derecha del punto decimal, los ceros a la derecha del último número diferente de cero son significativos

Ejemplo:

Número	N° de cifras significativas
43	2
43,00	4
0,00200	3
0,40050	5

Se evitan confusiones expresando los números en notación científica. Cuando están expresados de esta forma, todos los dígitos se interpretan como significativos.

Ejemplo:

Número	N° de cifras significativas
$4,5 \cdot 10^5$	2
$4,50 \cdot 10^5$	3
$4,500 \cdot 10^5$	4
$4 \cdot 10^5$	1

Cuando se realizan cálculos es conveniente arrastrar todas las cifras durante las operaciones intermedias, hasta obtener el resultado final, y entonces en este último efectuar el redondeo. El criterio que se aplica es el siguiente:

- ✓ Si la primera cifra a eliminar es mayor que 5 se suma 1 a la última cifra retenida (ejemplo: 4,3267, suponiendo redondeo a tres cifras significativas: 4,33)
- ✓ Si la primera cifra a eliminar es menor que 5, la última cifra retenida se deja tal cual (ejemplo: 7,5649, suponiendo redondeo a tres cifras significativas: 7,56)
- ✓ Si la primera cifra a eliminar es 5, hay dos casos diferentes según que la última cifra retenida sea par o impar, si es par se deja tal cual, y si es impar se incrementa en 1. (ejemplo: 6,2458, suponiendo redondeo a tres cifras significativas: 6,24; otro caso sería: ejemplo: 2,4759, suponiendo redondeo a tres cifras significativas: 2,48)

Ninguna operación matemática entre cantidades de magnitudes incrementa el número de cifras significativas. En una *multiplicación o división*, el resultado se debe dar con un número de cifras significativas igual al de la cantidad que interviene con menor número de dichas cifras.

Ejemplo: al calcular $t = x/v$, siendo $x = 7,3 \text{ m}$ y $v = 1,69 \text{ m/s}$; el resultado de la división es 4,31952...; pero se debe tomar $t = 4,3 \text{ s}$.

Por otra parte, en una *suma o resta* se debe prestar atención al número de cifras decimales. Así, el número de cifras decimales del resultado de una suma o resta queda restringido por el del sumando que menos decimales posee.

Ejemplos:

✓ Suma

$$\begin{array}{r} 235,0734 \\ + \quad 11,31 \\ \hline 246,3834 \end{array} \quad \longrightarrow \quad 246,38$$

$$\begin{array}{r} 23.1 \\ 0.546 \\ 1.45 \\ \hline 25.096 \end{array} \quad \xrightarrow{\text{(redondeando)}} \quad 25.1$$

✓ Resta

$$\begin{array}{r} 157 \\ -5.5 \\ \hline 151.5 \end{array} \quad \xrightarrow{\text{(redondeando)}} \quad 152$$

$$\begin{array}{r} 1376,173 \\ - \quad 254,9 \\ \hline 1121,3 \end{array}$$

Expresión correcta del resultado de una medición

Para tener en cuenta el hecho que toda medición está afectada de incertezas o errores, se conviene en expresar los resultados como intervalos. En otras palabras, se da el valor más probable -"valor representativo" o "valor observado"- y el margen de error que lo afecta. Por ejemplo, para una magnitud M cualquiera:

$$M = \text{"valor representativo"} \pm \text{error.}$$

Ejemplo:

$$M = 34,56 \pm 0,01$$

Adviértase que no tendría sentido expresar:

$$M = 34,56376 \pm 0,01$$

porque la segunda cifra decimal del valor representativo ya está afectada de error.

A su vez, el error que afecta a una medición se debe expresar con una sola cifra significativa (algunas pocas veces se suele aceptar el uso de hasta dos cifras significativas). La cantidad de decimales del "valor representativo" debe coincidir con la del error informado.

Ejemplos:

$$M = 34,56 \pm 0,015 \text{incorrecto}$$

$$M = 34,56 \pm 0,02 \text{correcto}$$

$$M = 27,79 \pm 0,5 \text{incorrecto}$$

$$M = 27,8 \pm 0,5 \text{correcto}$$

Errores en una medición directa - Definiciones previas

Bien sea una medida directa (la que da el instrumento de medición) o indirecta (utilizando una fórmula) existe un tratamiento de los errores de medida.

Convengamos en asignar los siguientes símbolos y significados:

X = valor exacto de una magnitud (siempre desconocido)

X' = valor representativo de la magnitud medida

Podemos distinguir dos tipos de errores que se utilizan en los cálculos:

- ✓ Error absoluto. Es la diferencia entre el valor de la medida y el valor tomado como exacto. Puede ser positivo o negativo, según si la medida es superior al valor real o inferior (la resta sale positiva o negativa). Tiene unidades, las mismas que las de la medida.

$$E_a = \Delta X = X - X' \text{ error absoluto (siempre desconocido)}$$

- ✓ Error relativo. Es el cociente (la división) entre el error absoluto y el valor exacto. Si se multiplica por 100 se obtiene el tanto por ciento (%) de error. Al igual que el error absoluto puede ser positivo o negativo (según lo sea el error absoluto) porque puede ser por exceso o por defecto. no tiene unidades.

En la práctica ΔX se estima como igual al error de apreciación (dijimos, a su vez, que este último puede llegar a tomarse igual a la apreciación del instrumento utilizado, pero no siempre ha de ser así)

$$E_r = \frac{\Delta X}{X} \cong \frac{\Delta X_{\text{estimado}}}{X'} \text{error relativo}$$

$$E_r \% = \frac{\Delta X}{X} 100 \cong \frac{\Delta X_{\text{estimado}}}{X'} 100 \text{error relativo porcentual}$$

Ejemplos:

Queremos medir 180 cm³ de agua con una probeta con un error relativo menor del 3%. ¿Bastará con una probeta graduada de 5 en 5 cm³ o necesitaremos una que vaya de 2 en 2 cm³?

El valor exacto de la medida es 180 cm³. Con la probeta graduada de 5 en 5 cm³, tenemos un error del aparato de 5 cm³, que es el error absoluto de la medición en este caso, por lo que la medida con su error nos queda:

$$180 \pm 5 \text{ cm}^3$$

$$E_r \% = \frac{5}{180} 100 = 2,7\%$$

El valor del error relativo que obtenemos es de 2,7%, que es menor de 3%, por lo que la probeta graduada de 5 en 5 cm³ nos valdría. Vamos a ver el caso de la probeta graduada de 2 en 2 cm³. En este caso la medida con su error absoluto es:

$$180 \pm 2 \text{ cm}^3$$

$$E_r \% = \frac{2}{180} 100 = 1,1\%$$

El error relativo es todavía más bajo que en el caso anterior, ya que tenemos más precisión en la medida. Por tanto, cualquiera de las dos probetas nos valdría y con la segunda obtenemos una mayor precisión.

Cuestionario

1. Discuta grupalmente los conceptos de exactitud, precisión y apreciación. Una regla metálica está graduada en mm. ¿Cuál es su apreciación? ¿Qué es el error de apreciación? ¿Qué significa ese valor?
2. Con una balanza que aprecia la centésima de gramo se mide la masa de una pesa patrón de 5,000 g, obteniéndose los siguientes valores: 5,13 – 5,15 – 5,10 – 5,12 – 5,10 (g). Comparar la exactitud con la precisión de la medición.
3. Discutir la validez de las siguientes afirmaciones:
 - 3.1 Al utilizar aparatos de medición ordinarios, el error accidental puede ser bastante menor que la apreciación del instrumento, que en este caso determina el error de las mediciones.
 - 3.2 Los errores sistemáticos actúan independientemente del número de mediciones.
 - 3.3 El error accidental puede hacerse tan pequeño como se quiera mediante el aumento del número de mediciones.
4. Se determinó el valor de una velocidad con un error de 2 km/s. ¿Este error es grande o pequeño?
5. ¿Qué representa la desviación estándar y la desviación estándar del promedio? ¿Cómo se definen y cómo se calculan?
6. Si se seleccionan de una caja de arandelas dos muestras de distinto número de ellas y se miden sus diámetros, ¿puede ocurrir que:
 - 6.1 sus valores medios y sus desviaciones estándar sean aproximadamente iguales?
 - 6.2 sus valores medios y sus desviaciones estándar sean muy distintos?
 - 6.3 sus valores medios sean aproximadamente iguales y sus desviaciones estándar muy diferentes?
 - 6.4 sus valores medios sean muy diferentes y sus desviaciones estándar aproximadamente iguales?
7. ¿Cuál es el resultado de las siguientes operaciones sin hacer cálculos de errores?
 - a) $3,82 + 2,91 \times 10^{-2} + 4,377 =$
 - b) $2,5 \cdot 10^3 - 1092 =$
8. ¿Cómo se expresa el resultado de las siguientes operaciones, sin hacer cálculos de errores?
 - a) $3,08 \times 0,98 \times 10^2 =$
 - b) $(5,01 \times 10^{-1})^2 =$