

EJERCICIOS: CONJUNTOS

Importante: la respuesta o resolución de cada ejercicio debe estar debidamente justificada.

1) Sea $A = \{1, 2, 4, a, b, c\}$. Identifica cada caso como verdadero o falso.

- a. $2 \in A$ b. $3 \in A$ c. $c \notin A$ d. $\emptyset \in A$ e. $\emptyset \notin A$ f. $A \in A$

2) Sea $A = \{x/x \in \mathbb{R} \text{ y } x \leq 5\}$. Identifica cada caso como verdadero o falso.

- a. $3 \in A$ b. $6 \in A$ c. $5 \notin A$ d. $8 \notin A$ e. $-8 \in A$ f. $3,4 \notin A$

3) Identifica cada caso como verdadero o falso.

- a. $2 \in \{2\}$ b. $\{0\} \in \{\{0\}, \{1\}\}$ c. $0 \in \{\{0\}, \{1\}\}$ d. $\{3\} \in \{1, 2, 3\}$ e. $0 \in \{0, \{1\}\}$

4) Escribe por extensión los elementos de cada conjunto:

- a. $A = \{x/x \in \mathbb{Z}; x^2 \leq 14\}$ b. $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+; x = 4.n; n < 3; n \in \mathbb{Z}^+\}$ c. $C = \{x/x \in \mathbb{Z}; x^2 + 1 = 0\}$

5) Escribe por comprensión cada uno de los siguientes conjuntos:

- a. $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
b. $B = \{1, 8, 27, 64, 125\}$
c. $C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
d. $D = \{\text{Brasil, Uruguay, Chile, Bolivia, Paraguay}\}$
e. $E = \{a, e, i, o, u\}$

6) Sea $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 1, 2\}$ y $C = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \text{ y } 3 \leq x + 2 \leq 5\}$. ¿Cómo están relacionados A, B y C?

7) Para cada entero no negativo n, sea $U_n = \{n, -n\}$. Encuentra U_1 , U_2 y U_0 .

8) Encuentra la cardinalidad de cada uno de los siguientes conjuntos:

- a. $X = \{2, 4, 3, 5\}$ b. $Y = \{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\}$ c. $Z = \{x/x \in \mathbb{Z}^+; x = 3.n; n \in \mathbb{Z}^+; n \leq 5\}$

9) Analiza y justifica si es verdadero o falso cada caso:

- a. $\{0\} = \emptyset$ b. $\{2\} \subseteq \{1, \{2\}, \{3\}\}$ c. $\{1\} \subseteq \{1, 2\}$ d. $\{1\} \subseteq \{1, \{2\}\}$ e. $\{\{2\}\} \subseteq \{1, \{2\}, \{3\}\}$

10) Dados los siguientes conjuntos, expresa mediante símbolos todas las inclusiones posibles:

$$S = \{1,2,3,4,5,6\} \quad T = \{x/x \in \mathbb{Z}^+, x = 3\} \quad P = \{2,4,5\} \quad G = \{1,2,3,4,5\}$$

11) Dibuja un diagrama de Venn que represente por separado cada una de estas relaciones:

- a. $A \subseteq B, A \subseteq C, B \not\subseteq C \text{ y } C \not\subseteq B$
- b. $x \in A, x \in B, x \notin C, y \in B, y \in C, y \notin A$

12) Sea $A = \{c, d, f, g\}$, $B = \{f, j\}$ y $C = \{d, g\}$. Analiza la veracidad y falsedad de cada una de las siguientes inclusiones, justifica tu respuesta:

- a. $B \subseteq A$
- b. $C \subseteq A$
- c. $C \subseteq C$

13) Sean los conjuntos R, S y T

$$R = \{x/x \in \mathbb{Z}, x \text{ es divisible por } 2\} \quad S = \{y/y \in \mathbb{Z}, y \text{ es divisible por } 3\} \quad T = \{z/z \in \mathbb{Z}, z \text{ es divisible por } 6\}.$$

Analiza la veracidad y falsedad de cada una de las siguientes inclusiones, justifica tu respuesta:

- a. $R \subseteq T$
- b. $T \subseteq R$
- c. $T \subseteq S$

14) Sea $A = \{1, 2, 5, 8, 11\}$. Identifica cada uno de los siguientes casos como verdadero o falso:

- a. $\{5, 1\} \subseteq A$
- b. $\{8, 1\} \subseteq A$
- c. $\{1, 8, 2, 5, 11\} \not\subseteq A$

15) Sea $U = \mathbb{Z}^+$ y sean los conjuntos A y B que se dan en cada apartado, analiza si son pares de conjuntos disjuntos

- a. $A = \{x/x \in \mathbb{Z}^+, x \text{ es par}\}$ y $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+, x \text{ es impar}\}$
- b. $A = \{x/x \in \mathbb{Z}^+, 2x \text{ es par}\}$ y $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+, x \text{ es par}\}$
- c. $A = \{x/x \in \mathbb{Z}^+, x^2 - 4 = 0\}$ y $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+, x - 4 = 0\}$

16) Sea $A = \{a, b, c\}$ verifica si se cumplen los siguientes enunciados:

- a. $A \in P(A)$
- b. $\emptyset \in P(A)$
- c. $\{a, b\} \in P(A)$
- d. $\{a, b\} \subseteq A$
- e. $\{\{a, b\}, \{a, c\}\} \subseteq A$
- f. $\{A, \{a\}, \{a, c\}\} \subseteq P(A)$
- g. $\{\{a, b\}, \{a, c\}\} \in A$
- h. $\{\{a, b\}\} \subseteq P(A)$
- i. $\{\{a, b\}\} \in P(A)$
- j. $\{P(A)\} \subseteq P(A)$
- k. $\{\emptyset\} \in P(A)$
- l. $P(A) \subseteq P(A)$
- m. $A \subseteq P(A)$
- n. $\emptyset \subseteq P(A)$
- o. La unión de todos los elementos de $P(A)$ es A
- p. Dos subconjuntos cualesquiera de A son disjuntos
- q. Los elementos de $P(A)$ son elementos de A

17) Analiza los siguientes casos y justifica tu respuesta

- Si $A \cup B = A \cup C$ ¿Es $B = C$?
- Si $A \cap B = A \cap C$ ¿Es $B = C$?

18) Sea $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ $A = \{1,2,4,6,8\}$ $B = \{2,4,5,9\}$ $C = \{x / x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x^2 \leq 16\}$ $D = \{7,8\}$. Calcula:

- | | | | |
|---------------|---------------|------------------------|--------------------------|
| a) $A \cup B$ | g) $C \cap B$ | m) \bar{A} | s) $(B \cup C) \cap A$ |
| b) $A \cup C$ | h) $C \cap D$ | n) $A \oplus B$ | t) $(B \cup A) \cap D$ |
| c) $A \cup D$ | i) $A - B$ | o) $C \oplus D$ | u) $\overline{A \cup B}$ |
| d) $C \cup B$ | j) $B - A$ | p) $C \oplus B$ | v) $\overline{A \cap B}$ |
| e) $A \cap C$ | k) $C - D$ | q) $(A \cup B) \cup C$ | w) $(B \cup C) \cup D$ |
| f) $A \cap D$ | l) \bar{C} | r) $(A \cap B) \cap C$ | x) $(B \cap C) \cap D$ |

19) Sea $U = \mathbb{R}$ $A = \{x / x \text{ es una solución de } x^2 - 1 = 0\}$ $B = \{-1,4\}$ Calcula:

- \bar{A}
- \bar{B}
- $\overline{A \cup B}$
- $\overline{A \cap B}$

20) Demuestra cada uno de los siguientes enunciados:

- Si $A = B$ entonces $\bar{A} = \bar{B}$
- Si $A \subseteq B$ entonces $\bar{B} \subseteq \bar{A}$
- $A \subseteq B$ si y sólo si $A \cup B = B$
- $A \subseteq B$ si y sólo si $A \cap B = A$
- $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$
- $A \cup (A \cap B) = A$ (ley de absorción)
- Si $A \subseteq B$ entonces $A \cap C \subseteq B \cap C$
- Si $A \subseteq B$ y $A \subseteq C$ entonces $A \cap B \subseteq C$
- $(A \cap B) \cap (A \cap \bar{B}) = \emptyset$
- Si $A \subseteq B$ entonces $A \cap \bar{B} = \emptyset$
- $A - B = A \cap \bar{B}$

21) Utiliza las propiedades de operaciones entre conjuntos (dadas en el Teorema 2 de la teoría) para analizar si las siguientes expresiones equivalentes (justifica cada paso que realices con la propiedad empleada):

- $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$
- $(A - C) \cap (B - C) \cap (A - B) = \emptyset$
- $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$
- $A - (A \cap B) = A - B$
- $\overline{(A \cap B)} \cap A = A - B$

- 22) Una empresa de turismo realiza una encuesta entre 100 personas, 40 quieren viajar a Mendoza, 25 desean viajar a Bariloche, 13 de los interrogados quieren ir a Mendoza y Bariloche.
- ¿Cuántas personas no realizan excursión?
 - ¿Cuántas van a realizar solo 1 de las excursiones?
 - ¿Cuántas viajarán solo a Mendoza?
 - ¿Cuántas van por lo menos a 1 excursión?
- 23) 70 alumnos rindieron examen de Matemática, Física e Inglés, los resultados fueron: 20 alumnos rindieron bien las 3 asignaturas, 50 rindieron bien Matemática, 30 rindieron bien Inglés, 35 rindieron bien Física, 10 alumnos sólo rindieron Matemática y Física, 8 sólo rindieron bien Matemática e Inglés, 1 solamente rindió bien Inglés y Física. Si para ser promovidos deberían aprobar 2 materias por lo menos.
- ¿Cuántos alumnos se promovieron?
 - ¿Cuántos alumnos no se promovieron por adeudar sólo 2 de las materias?
 - ¿Cuántos alumnos rindieron mal las 3 materias?
- 24) De los 500 asociados a un banco, 240 son agricultores, 300 son ganaderos, 190 son avicultores, 100 agricultores y ganaderos, 80 son agricultores y avicultores, 150 son ganaderos y avicultores, 50 realizan las 3 actividades.
- ¿Cuántos son los que no desarrollan ninguna de las actividades?
 - ¿cuántos son los que únicamente tienen una actividad?
 - ¿cuántos son los que al menos tienen 2 actividades?
 - ¿cuáles son ganaderos únicamente?
 - ¿cuáles son avicultores solamente?
- 25) En un club 300 socios juegan al tenis, 230 al básquet, 290 hacen natación, 120 juegan tenis y básquet, 90 jugadores de tenis practican natación y 70 hacen básquet y natación, mientras que 50 practican los tres deportes y los 30 restantes no hacen ninguno. Calcula el número de socios que practican solamente un deporte, el número de los que practican un par de deportes y el total de socios.
- 26) Se reparten entre 21 niños caramelos, pastillas y bombones pero ninguno tiene las tres clases de golosinas, 4 comen solo bombones, 6 comen pastillas, 5 comen solo caramelos, 2 comen pastillas y caramelos y 1 solamente como pastilla. Halla el detalle de cada consumo
- 27) En una empresa se realiza una encuesta con el propósito de averiguar a través de qué fuentes reciben información sus empleados. Los resultados de la encuesta dieron los siguientes datos: 18 reciben sólo por correo electrónico, 10 sólo por twitter, 24 sólo por twitter y facebook, 43 no miran facebook, 37 sólo miran facebook y ven correos y 77 nunca twitter. Todos los empleados contestaron que se informan a través de estas fuentes. a) ¿Cuántos empleados se informan a través de los tres medios? b) ¿cuántos se informan por twitter? c) ¿Cuántos sólo se informan por facebook? d) ¿Cuántos no se informan por correo? e) ¿cuántos fueron encuestados?