1. Explorar modos o maneras de representar los siguientes reales:

   (a) $\sqrt{2}$

   (b) $\sqrt{3}$

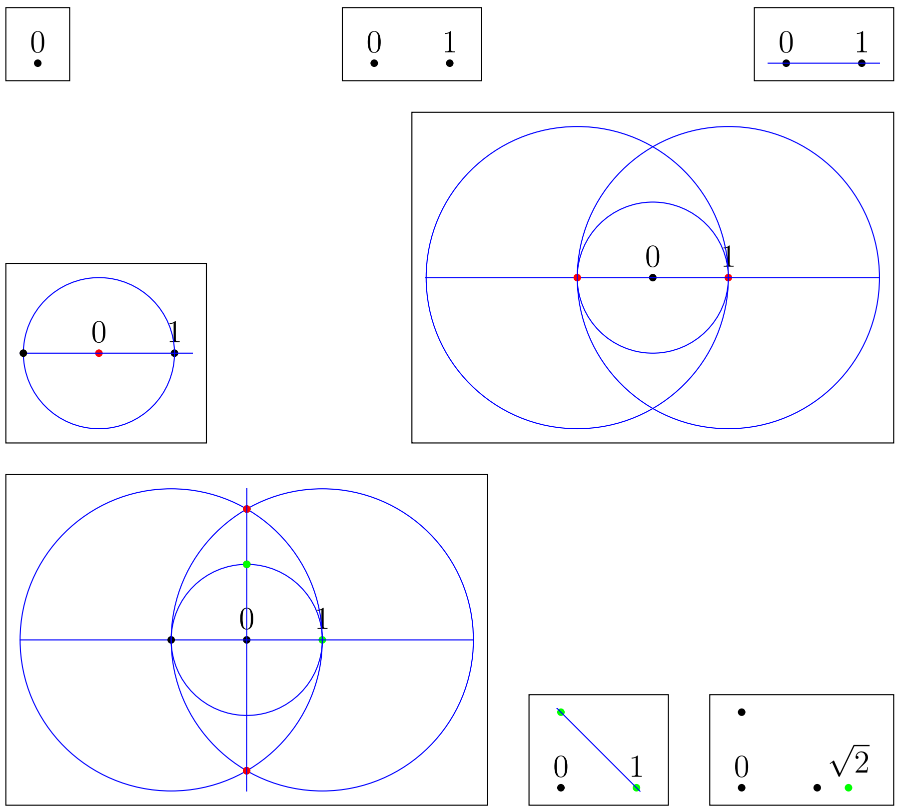
   (c) $-\sqrt{5}$

   (d) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

   (e) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

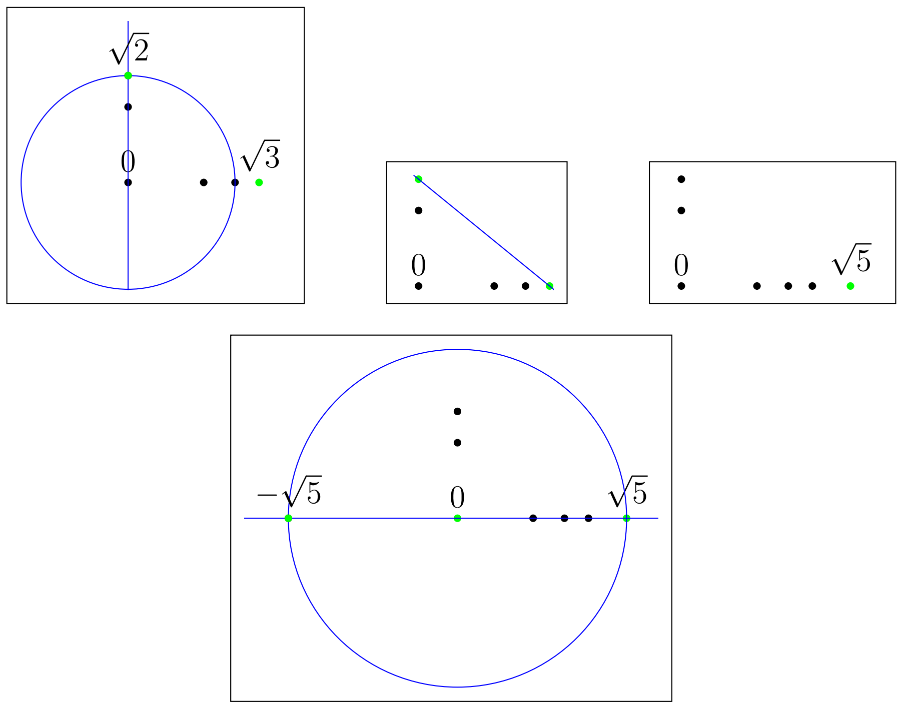
Soluciones

(a)

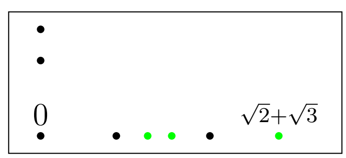


(b)

(c)



(d)



(e) COMPLETAR.

2. Explorar modos o maneras de:

   (a) Interpolar cuatro números racionales equidistantes entre -3 y 7.

   (b) Interpolar cinco números en el segundo del ítem anterior. ¿Cuántas veces podría reiterar esta actividad?

   (c) Intercalar un número racional y uno irracional entre $0,0000021$ y $0,0000019$.

Soluciones

(a) $[-3,7] = [-3,-1] \cup [-1,1] \cup [1,3] \cup [3,5] \cup [5,7]$.

(b) $[-1,1] = \left[-1,-\frac{2}{3}\right] \cup \left[-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right] \cup \left[-\frac{1}{3},0\right] \cup \left[0,\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3},1\right]$. Este proceso se puede reiterar indefinidamente pues los reales son un conjunto denso.

(c) Basta considerar $x = 0,0000020$ y $x + \frac{\sqrt{2}}{10^8}$.

3. Ordene en forma creciente los siguientes reales y escriba los números listados en el ítem a en notación científica.

(a)

- $2,8 \cdot 10^{-2}$
- $1,6 \cdot 10^{-4}$
- $0,032 \cdot 10^{-4}$
- $32,526 \cdot 10^{-5}$

(b)

- π
- $3,\overline{14}$
- $3,\overline{1415}$

Soluciones

(a)

- $0,032 \cdot 10^{-4} = 0,32 \cdot 10^{-5} = 3,2 \cdot 10^{-6}$.
- $32,526 \cdot 10^{-5} = 3,2526 \cdot 10^{-4}$.

(b)

$$3,2 \cdot 10^{-6} < 1,6 \cdot 10^{-4} < 3,2526 \cdot 10^{-4} < 2,8 \cdot 10^{-2} < 3,\overline{14} < 3,\overline{1415} < \pi$$

4.

- Grafique en el eje real:

(a) $[-7,3)$

(b) $[-2,4) \cup [5,9]$

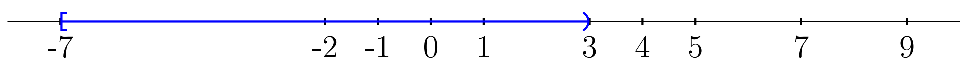
(c) $(4,7) \cap \mathbb{R}$

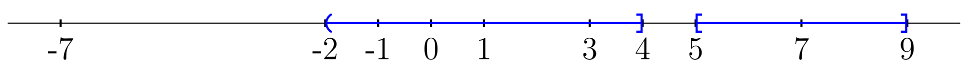
(d) $[a,b] \cup \mathbb{R}$

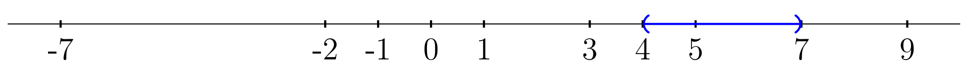
(e) $(-\infty,-1) \cup \{0\} \cup (1,+\infty)$

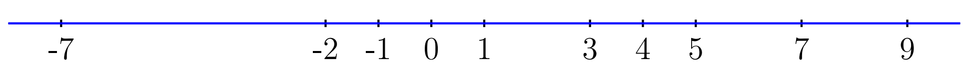
- Dar ejemplos de conjuntos de números reales de modo que todo elemento y su opuesto pertenezcan a ellos.
- Dar ejemplos de conjuntos de números reales de modo que no siempre elementos opuestos pertenezcan a los mismos.
- Definir conjunto simétrico. Dar ejemplo de conjuntos simétricos que contienen o no al cero.

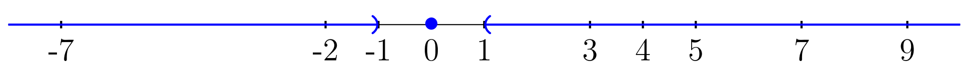
Soluciones

- (a)


  (b)


  (c)


  (d)


  (e)


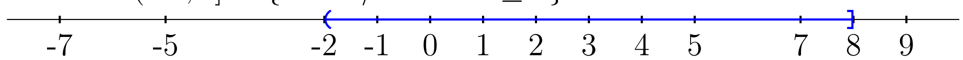
- $\mathbb{R}, \mathbb{Q}, \mathbb{Z}, [-a, a], (-a, a), \{-a, a\}, \ldots$
- Sea X un conjunto del punto anterior, luego para $k \neq 0$ resulta que $X - \{k\}$ no es simétrico.
- Sea $X \subseteq R$, diremos que X es un conjunto simétrico si y solo si: $\forall x \in X \Rightarrow -x \in X$.

5. Siendo $A = (-2, 5]$, $B = [1, 8]$ y $C = [-5, 9)$; hallar:

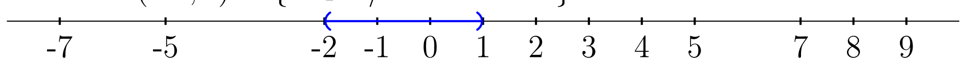
(a) $A \cup B$	(d) $C - (A \cap B)$	(g) $\mathbb{R} \cap A$
(b) $A - B$	(e) $B \cap \{2\}$	(h) $\mathbb{R}_0^- \cap B$
(c) $B - A$	(f) $B \cap \mathbb{R}$	(i) $(\mathbb{R}^+ \cap C) - A$

Soluciones

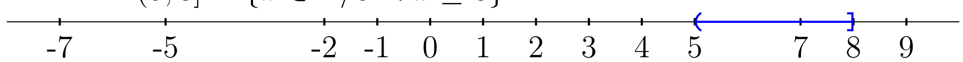
(a) $A \cup B = (-2, 8] = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 8\}$



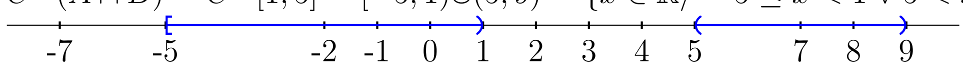
(b) $A - B = (-2, 1) = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 1\}$



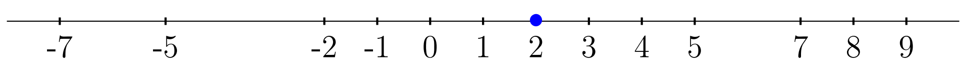
(c) $B - A = (5, 8] = \{x \in \mathbb{R} / 5 < x \leq 8\}$



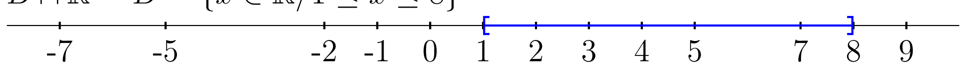
(d) $C-(A \cap B) = C-[1, 5] = [-5, 1) \cup (5, 9) = \{x \in \mathbb{R} / -5 \leq x < 1 \vee 5 < x < 9\}$



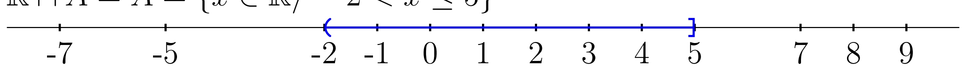
(e) $B \cap \{2\} = \{2\} = \{x \in \mathbb{R} / x = 2\}$



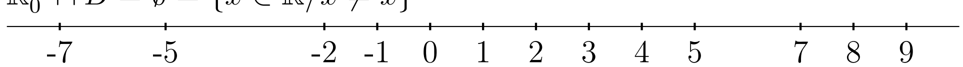
(f) $B \cap \mathbb{R} = B = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 8\}$



(g) $\mathbb{R} \cap A = A = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 5\}$



(h) $\mathbb{R}_0^- \cap B = \emptyset = \{x \in \mathbb{R} / x \neq x\}$



(i) COMPLETAR.

5. Representar en el eje real los siguientes conjuntos:

(a) $A = \{x / x \in \mathbb{R} \wedge x = 2t + 1 \wedge -4 \leq t < 3 \wedge t \in \mathbb{Z}\}$.

(b) $B = \{u / u = 2m^2 \wedge m \in \mathbb{N} \wedge 6 < m \leq 10\}$.

(c) $C = \{x \in \mathbb{R} / x^2 = p \wedge p \in \mathbb{Z}^-\}$.

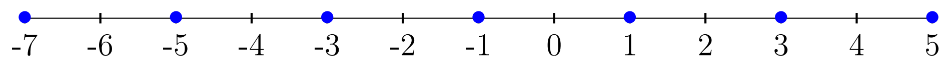
(d) $D = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 7\}$.

Soluciones

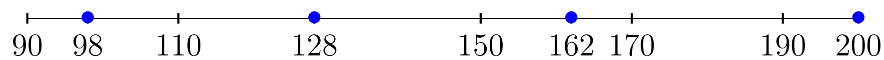
(a) Observemos que

$$A = \{-4 \cdot 2 + 1, -3 \cdot 2 + 1, -2 \cdot 2 + 1, -1 \cdot 2 + 1, 0 \cdot 2 + 1, 1 \cdot 2 + 1, 2 \cdot 2 + 1\}$$

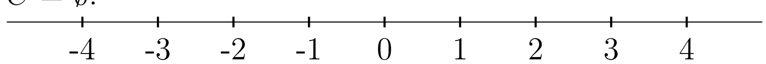
es decir que $A = \{-7, -5, -3, -1, 1, 3, 5\}$.



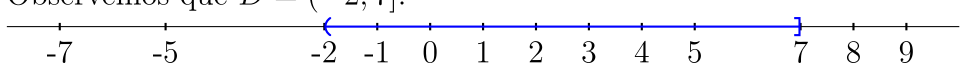
(b) Observemos que $B = \{2 \cdot 7^2, 2 \cdot 8^2, 2 \cdot 9^2, 2 \cdot 10^2\}$, es decir que $B = \{98, 128, 162, 200\}$.



(c) Observemos que ningún número real al cuadrado es negativo, luego $C = \emptyset$.



(d) Observemos que $D = (-2, 7]$.



6. Encontrar el conjunto solución para cada una de las siguientes inecuaciones o sistemas de inecuaciones:

(a) $3x - 1 \geq 2$.

(b) $-1 < -2x + 3 \leq 5$.

(c) $\begin{cases} 4x + 1 > 2 \\ x - 3 \leq 3 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} 3x - 2 > 1 \\ x < 4 \\ x > 3 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} -x > 5 \\ -6x \geq 3 \end{cases}$

Soluciones

(a) $3x - 1 \geq 2 \iff 3x \geq 3 \iff x \geq 1$. $\boxed{S = [1, \infty)}$.

(b) $-1 < -2x + 3 \leq 5 \iff -4 < -2x \leq 2 \iff 2 > x \geq -1$. $\boxed{S = [-1, 2)}$.

(c) $\begin{cases} 4x+1>2 \\ x-3\leq 3 \end{cases} \iff \begin{cases} 4x>1 \\ x\leq 6 \end{cases} \iff \begin{cases} x>\frac{1}{4} \\ x\leq 6 \end{cases}$

$\boxed{S=\left(\frac{1}{4},\infty\right)\cap(-\infty,6]=\left(\frac{1}{4},6\right]}.$

(d) $\begin{cases} 3x-2>1 \\ x<4 \\ x>3 \end{cases} \iff \begin{cases} x>1 \\ x<4 \\ x>3 \end{cases}$

$\boxed{S=(1,\infty)\cap(-\infty,4)\cap(3,\infty)=(3,4)}.$

(e) COMPLETAR.

7. Hallar el conjunto solución en cada caso:

(a) $\dfrac{5x-2}{x}>1.$

(b) $-1<\dfrac{3x+2}{x-2}\leq 3.$

(c) $\dfrac{2}{-x+3}<0.$

Soluciones

(a) $\dfrac{5x-2}{x}>1 \iff \dfrac{5x-2}{x}-1>0 \iff \dfrac{5x-2}{x}-\dfrac{x}{x}>0 \iff$
$\dfrac{5x-2-x}{x}>0 \iff \dfrac{4x-2}{x}>0 \iff$

- $4x-2>0\wedge x>0 \iff 4x>2\wedge x>0 \iff x>\frac{1}{2}\wedge x>0.$
- $4x-2<0\wedge x<0 \iff 4x<2\wedge x<0 \iff x<\frac{1}{2}\wedge x<0.$

$\boxed{S=\left(\frac{1}{2},\infty\right)\cup(-\infty,0)}.$

(b) COMPLETAR.

(c) COMPLETAR.

8. Resolver y verificar las soluciones en cada caso:

   (a) $3|x| - 4 = 5$.

   (b) $|x-3| = |x+5|$.

   (c) $||x-2|-2| = 1$.

   (d) $\left|\sqrt[3]{|x+3|} - 12.531x \cdot 10^{-17}\right| = -7$.

   Soluciones

   (a) $3|x| - 4 = 5 \iff 3|x| = 9 \iff |x| = 3 \iff x = 3 \vee x = -3$.
   $\boxed{S = \{-3, 3\}}$.
   Verificamos:

   - $3|3| - 4 = 3 \cdot 3 - 4 = 9 - 4 = 5$.
   - $3|-3| - 4 = 3 \cdot 3 - 4 = 9 - 4 = 5$.

   (b) $|x-3| = |x+5| \iff$

   - $x - 3 = |x+5| \iff$
     - $x + 5 = x - 3 \iff 8 = 0x \iff 8 = 0$.
     - $x + 5 = -x + 3 \iff 2 = -2x \iff \boxed{x = -1}$.
   - $x - 3 = -|x+5| \iff$
     - $-(x+5) = x - 3 \iff -x - 5 = x - 3 \iff -2 = 2x \iff \boxed{x = -1}$.
     - $-(x+5) = -x + 3 \iff -x - 5 = -x + 3 \iff -8 = 0x \iff -8 = 0$.

   Verificamos:

   $$|-1-3| = |-1+5| \iff |-4| = |4| \iff 4 = 4$$

   (c) Llamaremos $y = |x-2|$ luego debemos resolver $|y-2| = 1$:

   $$|y-2| = 1 \iff y - 2 = 1 \vee y - 2 = -1 \iff y = 3 \vee y = 1$$

   Finalmente despejamos x para cada valor de y:

   - $3 = |x-2| \iff x-2 = 3 \vee x-2 = -3 \iff x = 5 \vee x = -1$.
   - $1 = |x-2| \iff x-2 = 1 \vee x-2 = -1 \iff x = 3 \vee x = 1$.

   Es decir que el conjunto solución es: $\boxed{S = \{-1, 1, 3, 5\}}$.

Verificamos:

- $||(-1)-2|-2| = ||-3|-2| = |3-2| = |1| = 1.$
- $||1-2|-2| = ||-1|-2| = |1-2| = |-1| = 1.$
- $||3-2|-2| = ||1|-2| = |1-2| = |-1| = 1.$
- $||5-2|-2| = ||3|-2| = |3-2| = |1| = 1.$

(d) Puesto que para cualquier numero $r \in \mathbb{R}$ resulta $|r| \geq 0$; la ecuación planteada no tiene soluciones.

9.

(a) Expresar las siguientes distancias en términos de valor absoluto:

i. $d(x,3) = 8$

ii. $d(x,0) > 5$

iii. $d(z,3) = (z,-5)$

iv. $d(t,2) < d(t,4)$

(b) Determinar los conjuntos de reales que verifican las condiciones del ítem anterior.

Soluciones

(a)

i. $|x-3| = 8$

ii. $|x| > 5$

iii. $|z-3| = |z+5|$

iv. $|t-2| < |t-4|$

(b)

i. $\{-5, 11\}$

ii. $(-\infty,-5) \cup (5,\infty)$

iii. COMPLETAR.

iv. COMPLETAR.

10. Resolver de dos modos diferentes:

(a) $|x-2| \geq 3$

(b) $|x-2| > 3$

(c) $|x-1| - |x+3| > 0$

(d) $|2x-4| \leq 8$

(e) $2 < |x-2| < 5$

(f) $|x-3| = |x+4|$

(g) $|x| \leq |x+4|$

(h) $|-3+5| > 2$

Soluciones

(a) COMPLETAR.
(b) COMPLETAR.
(c) COMPLETAR.
(d) COMPLETAR.
(e) COMPLETAR.
(f) COMPLETAR.
(g) COMPLETAR.
(h) COMPLETAR.

11. Dados los siguientes subconjuntos de números reales, clasificarlos en acotados y no acotados. Determinar si admiten o no valores mínimos y/o máximos.

(a) $A = [-2, 5)$
(b) $B = \{x \in \mathbb{R}/x \leq 2\}$
(c) $C_1 = \{x \in \mathbb{R}/ |x| < 2\}$
(d) $C_2 = \{x \in \mathbb{R}/ |x-2| > 3\}$
(e) $C_i \cup \{-2, 2\}$ con $i = 1, 2$
(f) $D = \{x \in \mathbb{R}/ -x \geq 3\}$
(g) $E = \{x \in \mathbb{R}/ -2x + 1 < 5\}$
(h) $F = \{x \in \mathbb{R}/1 < -3x \leq 9\}$
(i) $G = \{x \in \mathbb{R}/ |-x| \geq 3\}$
(j) $A \cap B$
(k) $\mathbb{R}_0^+$
(l) $\mathbb{R}_0^+ \cup A$

Soluciones

(a) El conjunto está acotado inferiormente por -2 y superiormente por 5. $\min(A) = -2$.

(b) El conjunto está acotado superiormente por 2. $\max(B) = 2$.

(c) El conjunto está acotado inferiormente por -2 y superiormente por 2.

(d) El conjunto no está acotado.

(e) El conjunto C_1 está acotado inferiormente por -2 y superiormente por 2. $\min(C_1) = -2$. $\max(C_1) = 2$.
El conjunto C_2 no está acotado.

(f) El conjunto está acotado superiormente por 3. $\max(D) = 3$.

(g) COMPLETAR.

(h) COMPLETAR.

(i) COMPLETAR.

(j) COMPLETAR.

(k) COMPLETAR.

(l) COMPLETAR.

12. Siendo $A = \{x \in \mathbb{R} / |x - 2| \leq 3\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} / d(x, 0) < 2\}$ determinar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, justificando su respuesta.

    (a) $A \cap B$ admite valor máximo en A.

    (b) Existe un irracional $\alpha \in B$ que verifica la inecuación $-2x + 3 < 2$.

    (c) $A - B$ es un intervalo cerrado.

    (d) $A \cup B \cup [-5, 2]$ es un intervalo simétrico.

    Soluciones Observemos que:

    - $A = [-1, 5]$
    - $B = (-2, 2)$

    (a) Falso: El conjunto $A \cap B = [-1, 2)$ no tiene elemento máximo.

    (b) Verdadero: $-2x + 3 < 2 \iff -2x < -1 \iff x > \frac{1}{2}$, en particular para $\alpha = \sqrt{2}$ se cumplen las condiciones requeridas.

    (c) Falso: $A - B = (2, 5]$ no es un intervalo cerrado

    (d) Verdadero: $A \cup B \cup [-5, 2] = [-5, 5]$ es efectivamente un intervalo simétrico.