

---

## EJERCICIOS: CONJUNTOS

**Importante:** la respuesta o resolución de cada ejercicio debe estar debidamente justificada.

1. Sea  $A = \{1, 2, a, b, c\}$ . Identifica cada cso como verdadero o falso.

- |               |                       |                          |
|---------------|-----------------------|--------------------------|
| (a) $2 \in A$ | (c) $c \notin A$      | (e) $\emptyset \notin A$ |
| (b) $3 \in A$ | (d) $\emptyset \in A$ | (f) $A \in A$            |

### Soluciones

- (a) **Verdadero**, ya que 2 puede observarse como elemento de  $A$  en su definición.
- (b) **Falso**, ya que 3 no puede observarse como elemento de  $A$  en su definición.
- (c) **Falso**, ya que  $c$  puede observarse como elemento de  $A$  en su definición.
- (d) **Falso**, ya que  $\emptyset$  puede observarse como elemento de  $A$  en su definición.

Nótese que si bien  $\emptyset$  no es un elemento de  $A$ , si es un subconjunto, es decir:  $\emptyset \subseteq A$ .

- (e) **Verdadero**, ya que  $\emptyset$  no puede observarse como elemento de  $A$  en su definición.
- (f) **Falso**, ya que  $A$  no puede observarse como elemento de  $A$  en su definición.

Nótese que si bien  $A$  no es un elemento de  $A$ , si es un subconjunto, es decir:  $A \subseteq A$ .

---

2. Sea  $A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x \leq 5\}$ . Identifica cada caso como verdadero o falso.

- |               |                  |                     |
|---------------|------------------|---------------------|
| (a) $3 \in A$ | (c) $5 \notin A$ | (e) $-8 \in A$      |
| (b) $6 \in A$ | (d) $8 \notin A$ | (f) $3, 4 \notin A$ |

### Soluciones

- (a) Verdadero pues  $3 \in \mathbb{R}$  y  $3 \leq 5$ .  
(b) Falso pues  $6 > 5$ .  
(c) Falso pues  $5 \in A$ , ya que  $5 \in \mathbb{R}$  y  $5 \leq 5$ .  
(d) Verdadero pues  $8 > 5$ .  
(e) Verdadero pues  $-8 \in \mathbb{R}$  y  $-8 \leq 5$ .  
(f) Falso pues  $3, 4 \in A$ , ya que  $3, 4 \in \mathbb{R}$  y  $3, 4 \leq 5$ .

3. Identifica cada caso como verdadero o falso.

- |                                  |                             |
|----------------------------------|-----------------------------|
| (a) $2 \in \{2\}$                | (d) $\{3\} \in \{1, 2, 3\}$ |
| (b) $\{0\} \in \{\{0\}, \{1\}\}$ |                             |
| (c) $0 \in \{\{0\}, \{1\}\}$     | (e) $0 \in \{0, \{1\}\}$    |

### Soluciones

- (a) Verdadero, ya que 2 puede observarse como elemento de  $\{2\}$ .  
(b) Verdadero, ya que  $\{0\}$  puede observarse como elemento de  $\{\{0\}, \{1\}\}$ .  
(c) Falso, ya que 0 no puede observarse como elemento de  $\{\{0\}, \{1\}\}$ .

Nótese que  $0 \neq \{0\}$ , pues el primero es un número y el segundo un conjunto.

- (d) Falso, ya que  $\{3\}$  no puede observarse como elemento de  $\{1, 2, 3\}$ .

Nótese que  $\{3\} \neq 3$ , pues el primero es un conjunto y el segundo un número.

---

(e) **Verdadero**, ya que 0 puede observarse como elemento de  $\{0, \{1\}\}$ .

4. Escribe por extensión los elementos de cada conjunto:

(a)  $A = \{x/x \in \mathbb{Z}; x^2 \leq 14\}$

(b)  $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x = 4 \cdot n \wedge n < 3 \wedge n \in \mathbb{Z}^+\}$

(c)  $C = \{x/x \in \mathbb{Z}; x^2 + 1 = 0\}$

### Soluciones

(a)  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ , pues para cada uno de estos elementos se verifica que son enteros y además su cuadrado es menor o igual a 14.

(b)  $B = \{4, 8\}$ , pues  $4 = 4 \cdot 1$  y  $8 = 4 \cdot 2$ .

(c)  $C = \emptyset = \{\}$ , pues no existen soluciones enteras a la ecuación  $x^2 + 1 = 0$ .

5. Escribe por comprensión cada uno de los siguientes conjuntos:

(a)  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ .

(b)  $B = \{1, 8, 27, 64, 125\}$ .

(c)  $C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ .

(d)  $D = \{\text{Brasil, Uruguay, Chile, Bolivia, Paraguay}\}$ .

(e)  $E = \{a, e, i, o, u\}$ .

### Soluciones

(a)  $A = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge 2 \leq x \leq 10 \wedge x \text{ es par}\}$ .

También podría escribirse  $A = \{2 \cdot x/x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 5\}$ . Aunque en el lenguaje matemático esto no solo es correcto sino que también usual, la cátedra no lo admite.

(b)  $B = \{x/x = k^3 \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 5\}$ .

Vale en este caso una nota similar a la anterior. El mismo conjunto puede escribirse como  $B = \{x^3/x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 5\}$ .

- 
- (c)  $C = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -2 \leq x \leq 2\}$ .  
(d)  $D = \{x/x \text{ es un país limítrofe de Argentina}\}$ .  
(e)  $E = \{x/x \text{ es una vocal}\}$ .
6. Sea  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 1, 2\}$  y  $C = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge 3 \leq x + 2 \leq 5\}$ .  
¿Cómo están relacionados  $A$ ,  $B$  y  $C$ ?

**Solución** Observemos que  $C = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge 1 \leq x \leq 3\} = \{1, 2, 3\}$ ; luego son todos los conjuntos iguales.

7. Para cada entero no negativo  $n$ , sea  $U_n = \{n, -n\}$ . Encuentra  $U_1$ ,  $U_2$ , y  $U_0$ .

**Solución**

- $U_1 = \{1, -1\}$ .
  - $U_2 = \{2, -2\}$ .
  - $U_0 = \{0\}$ .
8. Encuentra la cardinalidad de cada uno de los siguientes conjuntos:
- (a)  $X = \{2, 3, 4, 5\}$   
(b)  $Y = \{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\}$   
(c)  $Z = \{x/x \in \mathbb{Z}^+; x = 3 \cdot n; n \in \mathbb{Z}^+; n \leq 5\}$

**Soluciones**

- (a)  $|X| = 4$ .  
(b)  $|Y| = 3$ .  
(c) Observemos que  $Z = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ , luego  $|Z| = 5$ .
9. Analiza y justifica si es verdadero o falso cada caso:
- (a)  $\{0\} = \emptyset$   
(b)  $\{2\} \subseteq \{1, \{2\}, \{3\}\}$   
(c)  $\{1\} \subseteq \{1, 2\}$   
(d)  $\{1\} \subseteq \{1, \{2\}\}$   
(e)  $\{\{2\}\} \subseteq \{1, \{2\}, \{3\}\}$

---

## Soluciones

- (a) **Falso**, pues  $0 \in \{0\}$  pero  $0 \notin \emptyset$ .
  - (b) **Falso**, pues  $2 \in \{2\}$  pero  $2 \notin \{1, \{2\}, \{3\}\}$ .
  - (c) **Verdadero** pues  $1 \in \{1\}$  y  $1 \in \{1, 2\}$ .
  - (d) **Verdadero** pues  $1 \in \{1\}$  y  $1 \in \{1, \{2\}\}$ .
  - (e) **Verdadero** pues  $\{2\} \in \{\{2\}\}$  y  $\{2\} \in \{1, \{2\}, \{3\}\}$ .
10. Dados los siguientes conjuntos, expresa mediante símbolos todas las inclusiones posibles:

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $T = \{x/x \in \mathbb{Z}^+, x = 3\}$
- $P = \{2, 4, 5\}$
- $G = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

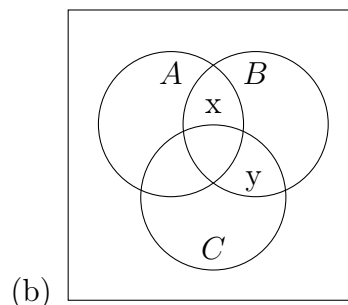
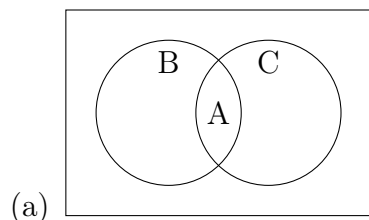
**Solución** Observemos que  $T = \{3\}$ , luego:

- $S \not\subseteq T$ , pues  $6 \in S$  pero  $6 \notin T$ .
  - $S \not\subseteq P$ , pues  $1 \in S$  pero  $1 \notin P$ .
  - $S \not\subseteq G$ , pues  $6 \in S$  pero  $6 \notin G$ .
  - $T \not\subseteq P$ , pues  $3 \in T$  pero  $3 \notin P$ .
  - $T \subseteq G$ , pues  $3 \in T$  y  $3 \in G$ .
  - $T \subseteq S$ , pues  $3 \in T$  y  $3 \in S$ .
  - $P \subseteq G$ , pues para  $x = 2, 4, 5$  resulta  $x \in P$  y  $x \in G$ .
  - $P \subseteq S$ , pues para  $x = 2, 4, 5$  resulta  $x \in P$  y  $x \in S$ .
  - $P \not\subseteq T$ , pues  $5 \in P$  y  $5 \notin T$ .
11. Dibuja un diagrama de Venn que represente por separado cada una de estas relaciones:

- (a)  $A \subseteq B$ ,  $A \subseteq C$ ,  $B \not\subseteq C$  y  $C \not\subseteq B$ .
- (b)  $x \in A$ ,  $x \in B$ ,  $x \notin C$ ,  $y \in B$ ,  $y \in C$ ,  $y \notin A$ .

---

### Soluciones



12. Sea  $A = \{c, d, f, g\}$ ,  $B = \{f, j\}$  y  $C = \{d, g\}$ . Analiza la veracidad y falsedad de cada una de las siguientes inclusiones, justifica tu respuesta:

(a)  $B \subseteq A$ .

(b)  $C \subseteq A$ .

(c)  $C \subseteq C$ .

### Soluciones

(a) **Falso**, pues  $j \in B$  pero  $j \notin A$ .

(b) **Verdadero**, pues para  $x = d, g$  resulta:  $x \in C$  y  $x \in A$ .

(c) **Verdadero**, pues para  $x = d, g$  resulta:  $x \in C$  y  $x \in C$ .

Vale la pena notar que para cualquier conjunto  $X$  resulta  $X \subseteq X$ .

13. Sean los conjuntos:

- $R = \{x/x \in \mathbb{Z}, x \text{ es divisible por } 2\}$ .
- $S = \{y/y \in \mathbb{Z}, y \text{ es divisible por } 3\}$ .
- $T = \{z/z \in \mathbb{Z}, z \text{ es divisible por } 6\}$ .

Analiza la veracidad y falsedad de cada una de las siguientes inclusiones, justifica tu respuesta:

(a)  $R \subseteq T$

(b)  $T \subseteq R$

(c)  $T \subseteq S$

---

### Soluciones

- (a) **Falso**, pues  $2 \in R$  pero  $2 \notin T$ .
  - (b) **Verdadero**. Sea  $x \in T$ , luego por definición de  $T$  resulta  $x = 6 \cdot n = 2 \cdot 3 \cdot n$  para algún  $n \in \mathbb{Z}$ . Tomando  $k = 3 \cdot n$  vemos que  $x = 2 \cdot k$  por lo que  $x \in R$ .
  - (c) **Verdadero**. Análogamente al caso anterior, pero tomando  $k = 2 \cdot n$  podemos observar que  $x \in T \Rightarrow x \in S$ .
14. Sea  $A = \{1, 2, 5, 8, 11\}$ . Identifica cada uno de los siguientes casos verdadero o falso:
- (a)  $\{5, 1\} \subseteq A$
  - (b)  $\{8, 1\} \subseteq A$
  - (c)  $\{1, 8, 2, 5, 11\} \not\subseteq A$

### Soluciones

- (a) **Verdadero**, pues para  $x = 5, 1$  resulta  $x \in \{5, 1\}$  y  $x \in A$ .
  - (b) **Verdadero**, pues para  $x = 8, 1$  resulta  $x \in \{8, 1\}$  y  $x \in A$ .
  - (c) **Falso**, pues  $\{1, 8, 2, 5, 11\} = A$ .
15. Sea  $U = \mathbb{Z}^+$  y sean los conjuntos  $A$  y  $B$  que se dan en cada apartado, analiza si son pares de conjuntos disjuntos.
- (a)  $A = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x \text{ es par}\}$  y  $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x \text{ es impar}\}$
  - (b)  $A = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge 2x \text{ es par}\}$  y  $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x \text{ es par}\}$
  - (c)  $A = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x^2 - 4 = 0\}$  y  $B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x - 4 = 0\}$

### Soluciones

- (a) **Verdadero**. Supongamos lo contrario, es decir que existe  $x/x \in A \wedge x \in B$ , luego por definición de  $A$  y  $B$   $x$  es par e impar. Absurdo.
- (b) **Falso**, pues  $2 \in A$  y  $2 \in B$ .
- (c) **Verdadero**, pues  $A = \{2\}$  y  $B = \{4\}$ .

---

16. Sea  $A = \{a, b, c\}$  verifica si se cumplen los siguientes enunciados:

- |   |   |
|---|---|
| (a) $A \in \mathcal{P}(A)$ .                            | (h) $\{\{a, b\}\} \subseteq \mathcal{P}(A)$ .       |
| (b) $\emptyset \in \mathcal{P}(A)$ .                    | (i) $\{\{a, b\}\} \in \mathcal{P}(A)$ .             |
| (c) $\{a, b\} \in \mathcal{P}(A)$ .                     | (j) $\{\mathcal{P}(A)\} \subseteq \mathcal{P}(A)$ . |
| (d) $\{a, b\} \subseteq A$ .                            | (k) $\{\emptyset\} \in \mathcal{P}(A)$ .            |
| (e) $\{\{a, b\}, \{a, c\}\} \subseteq A$ .              | (l) $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(A)$ .     |
| (f) $\{A, \{a\}, \{a, c\}\} \subseteq \mathcal{P}(A)$ . | (m) $A \subseteq \mathcal{P}(A)$ .                  |
| (g) $\{\{a, b\}, \{a, c\}\} \in A$ .                    | (n) $\emptyset \subseteq \mathcal{P}(A)$ .          |
- (o) La unión de todos los elementos de  $\mathcal{P}(A)$  es  $A$ .  
(p) Dos subconjuntos cualesquiera de  $A$  son disjuntos.  
(q) Los elementos de  $\mathcal{P}(A)$  son elementos de  $A$ .

**Soluciones** Observemos primero que  $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, A\}$ .

- (a) **Verdadero**, pues  $A$  forma parte de la definición de  $\mathcal{P}(A)$ .  
(b) **Verdadero**, pues  $\emptyset$  forma parte de la definición de  $\mathcal{P}(A)$ .  
(c) **Verdadero**, pues  $\{a, b\}$  forma parte de la definición de  $\mathcal{P}(A)$ .  
(d) **Verdadero**, pues para  $x = a, b$  resulta  $x \in \{a, b\}$  y  $x \in A$ .  
(e) **Falso** pues para  $\{a, b\} \in \{\{a, b\}, \{a, c\}\}$  pero  $\{a, b\} \notin A$ .  
(f) **Verdadero** pues para  $x = A, \{a\}, \{b, c\}$  resultan  $x \in \{A, \{a\}, \{a, c\}\}$  y  $x \in \mathcal{P}(A)$ .  
(g) **Falso** pues  $\{\{a, b\}, \{a, c\}\}$  no puede observarse en la definición de  $A$ .  
(h) **Verdadero**, pues  $\{a, b\} \in \{\{a, b\}\}$  y  $\{a, b\} \in \mathcal{P}(A)$ .  
(i) **Falso** pues  $\{\{a, b\}\}$  no puede observarse en la definición de  $\mathcal{P}(A)$ .  
(j) **Falso** pues  $\mathcal{P}(A) \in \{\mathcal{P}(A)\}$  pero  $\mathcal{P}(A) \notin \mathcal{P}(A)$ .  
(k) **Falso** pues  $\{\emptyset\}$  no puede observarse en la definición de  $\mathcal{P}(A)$ .  
(l) **Verdadero**, pues para cualquier conjunto  $X$ , si  $x \in X$  entonces trivialmente  $x \in X$ .



- 
- (m) **Falso** pues  $a \in A$  pero  $a \notin \mathcal{P}(A)$ .
- (n) **Verdadero**. Supongamos lo contrario, luego existe  $x \in \emptyset/x \notin \mathcal{P}(A)$ . Absurdo.
- (o) **Verdadero** pues  $\emptyset \cup \{a\} \cup \{b\} \cup \{c\} \cup \{a, b\} \cup \{b, c\} \cup A = A$ .
- (p) **Falso** pues  $A \cap \{a\} \neq \emptyset$ .
- (q) **Falso** pues  $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$  pero  $\{a\} \notin A$ .

17. Analiza los siguientes casos y justifica tu respuesta.

- (a) Si  $A \cup B = A \cup C$ , ¿Es  $B = C$ ?
- (b) Si  $A \cap B = A \cap C$ , ¿Es  $B = C$ ?

### Soluciones

- (a) **Falso**. Basta notar que para  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1\}$  y  $C = \{2\}$  se cumple  $A \cup B = A \cup C$  pero  $B \neq C$ .
- (b) **Falso**. Basta notar que para  $A = \{1\}$ ,  $B = \{2\}$  y  $C = \{3\}$  se cumple  $A \cap B = A \cap C$  pero  $B \neq C$ .
18. Sean  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ ,  $B = \{2, 4, 5, 9\}$ ,  $C = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x^2 \leq 16\}$  y  $D = \{7, 8\}$ . Calcula:

- |                |                    |                           |
|----------------|--------------------|---------------------------|
| (a) $A \cup B$ | (i) $A - B$        | (q) $(A \cup B) \cup C$   |
| (b) $A \cup C$ | (j) $B - A$        | (r) $(A \cap B) \cap C$   |
| (c) $A \cup D$ | (k) $C - D$        | (s) $(B \cup C) \cap A$   |
| (d) $C \cup B$ | (l) $\overline{C}$ | (t) $(B \cup A) \cap D$   |
| (e) $A \cap C$ | (m) $\overline{A}$ | (u) $\overline{A \cup B}$ |
| (f) $A \cap D$ | (n) $A \oplus B$   | (v) $\overline{A \cap B}$ |
| (g) $C \cap B$ | (o) $C \oplus D$   | (w) $(B \cup C) \cup D$   |
| (h) $C \cap D$ | (p) $C \oplus B$   | (x) $(B \cap C) \cap D$   |

---

**Soluciones** Observemos que  $C = \{1, 2, 3, 4\}$ .

- (a)  $A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 5, 9\}$ .
- (b)  $A \cup C = \{1, 2, 4, 6, 8, 3\}$ .
- (c)  $A \cup D = \{1, 2, 4, 6, 8, 7\}$ .
- (d)  $C \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$ .
- (e)  $A \cap C = \{1, 2, 4\}$ .
- (f)  $A \cap D = \{8\}$ .
- (g)  $C \cap B = \{2, 4\}$ .
- (h)  $C \cap D = \emptyset$ .
- (i)  $A - B = \{1, 6, 8\}$ .
- (j)  $B - A = \{5, 9\}$ .
- (k)  $C - D = \{1, 2, 3, 4\}$ .
- (l)  $\overline{C} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ .
- (m)  $\overline{A} = \{3, 5, 7, 9\}$ .
- (n)  $A \oplus B = \{1, 6, 8, 5, 9\}$ .
- (o)  $C \oplus D = \{1, 2, 3, 4, 7, 8\}$ .
- (p)  $C \oplus B = \{1, 3, 5, 9\}$ .
- (q)  $(A \cup B) \cup C = \text{COMPLETAR}$ .
- (r)  $(A \cap B) \cap C = \text{COMPLETAR}$ .
- (s)  $(B \cup C) \cap A = \text{COMPLETAR}$ .
- (t)  $(B \cup A) \cap D = \text{COMPLETAR}$ .
- (u)  $\overline{A \cup B} = \text{COMPLETAR}$ .
- (v)  $\overline{A \cap B} = \text{COMPLETAR}$ .
- (w)  $(B \cup C) \cup D = \text{COMPLETAR}$ .
- (x)  $(B \cap C) \cap D = \text{COMPLETAR}$ .

19. Sean  $U = \mathbb{R}$ ,  $A = \{x/x \text{ es una solución de } x^2 - 1 = 0\}$  y  $B = \{-1, 4\}$ .  
Calcula:

- 
- (a)  $\overline{A}$
  - (b)  $\overline{B}$
  - (c)  $\overline{A \cup B}$
  - (d)  $\overline{A \cap B}$

**Soluciones** Observemos que  $A = \{1, -1\}$ .

- (a)  $\overline{A} = \mathbb{R} - A = \mathbb{R} - \{1, -1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$ .
- (b)  $\overline{B} = \mathbb{R} - B = \mathbb{R} - \{4, -1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 4) \cup (4, \infty)$ .
- (c)  $\overline{A \cup B} = \overline{\{-1, 1, 4\}} = \mathbb{R} - \{-1, 1, 4\} = \overline{A} - \{4\}$ .
- (d)  $\overline{A \cap B} = \overline{\{-1\}} = \mathbb{R} - \{-1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$ .

20. Demuestra cada uno de los siguientes enunciados:

- (a) Si  $A = B$  entonces  $\overline{A} = \overline{B}$ .
- (b) Si  $A \subseteq B$  entonces  $\overline{B} \subseteq \overline{A}$ .
- (c)  $A \subseteq B$  si y solo si  $A \cup B = B$ .
- (d)  $A \subseteq B$  si y solo si  $A \cap B = A$ .
- (e)  $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$ .
- (f)  $A \cup (A \cap B) = A$  (ley de absorción).
- (g) Si  $A \subseteq B$  entonces  $A \cap C \subseteq B \cap C$ .
- (h) Si  $A \subseteq B$  y  $A \subseteq C$  entonces  $A \cap B \subseteq C$ .
- (i)  $(A \cap B) \cap (A \cap \overline{B}) = \emptyset$ .
- (j) Si  $A \subseteq B$  entonces  $A \cap \overline{B} = \emptyset$ .
- (k)  $A - B = A \cap \overline{B}$ .

**Soluciones**

- (a) Por hipótesis sabemos que  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq A$ , veamos que  $\overline{A} = \overline{B}$ :
  - $\overline{A} \subseteq \overline{B}$ : Sea  $x \in \overline{A}$ , luego por definición de complemento resulta  $x \notin A$ . Supongamos que  $x \in B$ , luego por hipótesis resulta  $x \in A$  lo cual es una contradicción, por lo tanto  $x \notin B$ , es decir,  $x \in \overline{B}$ .

- 
- $\overline{B} \subseteq \overline{A}$ : Análogamente puede probarse la otra inclusión.
- (b) Por hipótesis sabemos que  $A \subseteq B$ , veamos que  $\overline{B} \subseteq \overline{A}$ .  
 Sea  $x \in \overline{B}$ , luego por definición  $x \notin B$ . Supongamos que  $x \in A$ , entonces por hipótesis resulta  $x \in B$  lo cual es una contradicción, por lo tanto  $x \notin A$ , es decir,  $x \in \overline{A}$ .
- (c)
- $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$ :
    - $A \cup B \subseteq B$ : Sea  $x \in A \cup B$ , luego  $x \in A$  o  $x \in B$ . Si  $x \in A$ , por hipótesis también resulta  $x \in B$ .
    - $B \subseteq A \cup B$ : Sea  $x \in B$ , luego por ampliación disyuntiva también resulta  $x \in B \vee x \in A$  y por definición de unión  $x \in A \cup B$ .
  - $A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$ : Sea  $x \in A$ , luego por ampliación disyuntiva también resulta  $x \in A \vee x \in B$  y por definición de unión  $x \in A \cup B$ . Finalmente por hipótesis tenemos  $x \in B$ .
- (d)
- $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$ :
    - $A \cap B \subseteq A$ : Sea  $x \in A \cap B$  luego por definición  $x \in A \wedge x \in B$ ; en particular  $x \in A$ .
    - $A \subseteq A \cap B$ : Sea  $x \in A$ , por hipótesis sabemos que  $x \in B$ , luego  $x \in A \wedge x \in B$ ; es decir,  $x \in A \cap B$ .
  - $A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B$ : Sea  $x \in A$ , como por hipótesis sabemos que  $A \subseteq A \cap B$  resulta  $x \in A \cap B$  y por definición  $x \in A \wedge x \in B$ ; en particular  $x \in B$ .
- (e)
- $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \subseteq A$ : Sea  $x \in (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$  luego por definición resulta  $x \in A \cap B \vee x \in A \cap \overline{B}$ .
    - Si  $x \in A \cap B$  resulta  $x \in A \wedge x \in B$ ; en particular  $x \in A$ .
    - Si  $x \in A \cap \overline{B}$  resulta  $x \in A \wedge x \in \overline{B}$ ; en particular  $x \in A$ .
  - $A \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$ : Sea  $x \in A$ , luego resulta trivial que  $x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B)$  y por ley distributiva resulta  $(x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B)$ ; de donde sigue por definiciones que  $x \in (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$ .
-

---

(f)

- $A \cup (A \cap B) \subseteq A$ : Sea  $x \in A \cup (A \cap B)$ , luego por definición de union  $x \in A \vee x \in A \cap B$ . Si  $x \in A$  entonces trivialmente  $x \in A$ ; de lo contrario si  $x \in A \cap B$  por definición de intersección  $x \in A \wedge x \in B$ , en particular  $x \in A$ .
- $A \subseteq A \cup (A \cap B)$ : Sea  $x \in A$ , luego por ampliación disyuntiva resulta  $x \in A \vee (x \in A \cap B)$ , es decir,  $x \in A \cup (A \cap B)$ .

(g) COMPLETAR.

(h) COMPLETAR.

(i) COMPLETAR.

(j) COMPLETAR.

(k) COMPLETAR.

21. Utiliza las propiedades de operaciones entre conjuntos (dadas en el Teorema 2 de la teoría) para analizar si las siguientes expresiones son equivalentes (justifica cada paso que realices con la propiedad empleada):

- (a)  $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$ .
- (b)  $(A - C) \cap (B - C) \cap (A - B) = \emptyset$ .
- (c)  $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$ .
- (d)  $A - (A \cap B) = A - B$ .
- (e)  $\overline{(A \cap B)} \cap A = A - B$ .

---

## Soluciones

(a) Verdadero:

$$\begin{aligned} & (A - B) \cap (B - A) \\ = & \langle \text{Ejercicio 20.k} \rangle \\ & (A \cap \overline{B}) \cap (B \cap \overline{A}) \\ = & \langle \text{Ley asociativa} \rangle \\ & A \cap (\overline{B} \cap B) \cap \overline{A} \\ = & \langle \text{Ley conmutativa} \rangle \\ & A \cap (B \cap \overline{B}) \cap \overline{A} \\ = & \langle \text{Ejercicio 20.j} \rangle \\ & A \cap \emptyset \cap \overline{A} \\ = & \langle \text{Ley de acotación} \rangle \\ & \emptyset \cap \overline{A} \\ = & \langle \text{Ley conmutativa} \rangle \\ & \overline{A} \cap \emptyset \\ = & \langle \text{Ley de acotación} \rangle \\ & \emptyset \end{aligned}$$

(b) Verdadero:

$$\begin{aligned} & (A - C) \cap (B - C) \cap (A - B) \\ = & \langle \text{Ejercicio 20.k} \rangle \\ & (A \cap \overline{C}) \cap (B \cap \overline{C}) \cap (A \cap \overline{B}) \\ = & \langle \text{Ley asociativa} \rangle \\ & A \cap \overline{C} \cap B \cap \overline{C} \cap A \cap \overline{B} \\ = & \langle \text{Ley conmutativa} \rangle \\ & (B \cap \overline{B}) \cap A \cap \overline{C} \cap \overline{C} \cap A \\ = & \langle \text{Ley de complemento} \rangle \\ & \emptyset \cap A \cap \overline{C} \cap \overline{C} \cap A \\ = & \langle \text{Ley asociativa} \rangle \\ & \emptyset \cap (A \cap \overline{C} \cap \overline{C} \cap A) \\ = & \langle \text{Ley de acotación} \rangle \\ & \emptyset \end{aligned}$$

---

(c) Verdadero: COMPLETAR.

(d) Verdadero:

$$\begin{aligned} & A - (A \cap B) \\ = & \langle \text{Ejercicio 20.k} \rangle \\ & A \cap (\overline{A \cap B}) \\ = & \langle \text{Ley de DeMorgan} \rangle \\ & A \cap (\overline{A} \cup \overline{B}) \\ = & \langle \text{Ley distributiva} \rangle \\ & (A \cap \overline{A}) \cup (A \cap \overline{B}) \\ = & \langle \text{Ley de complemento} \rangle \\ & \emptyset \cup (A \cap \overline{B}) \\ = & \langle \text{Ley de identidad} \rangle \\ & A \cap \overline{B} \\ = & \langle \text{Ejercicio 20.k} \rangle \\ & A - B \end{aligned}$$

(e) Verdadero: COMPLETAR.

22. Una empresa de turismo realiza una encuesta entre 100 personas: 40 quieren viajar a Mendoza, 25 desean viajar a Bariloche, 13 de los interrogados quieren ir a Mendoza y Bariloche.

- (a) ¿Cuántas personas no realizan excursión?
- (b) ¿Cuántas van a realizar solo 1 de las excursiones?
- (c) ¿Cuántas viajarán solo a Mendoza?
- (d) ¿Cuántas van por lo menos a 1 excursión?

**Soluciones** Observemos que:

- $|U| = 100$ .
- $|B| = 25$ .
- $|M| = 40$ .
- $|M \cap B| = 13$ .

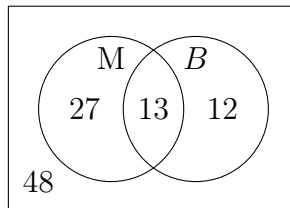
(a)  $|U| - |M| - |B| + |M \cap B| = 100 - 40 - 25 + 13 = 48$ .

(b)  $(|M| - |M \cap B|) + (|B| - |M \cap B|) = (40 - 13) + (25 - 13) = 27 + 12 = 39$ .

---

(c)  $|M| - |M \cap B| = 40 - 13 = 27$ .

(d)  $|M| + |B| - |M \cap B| = 40 + 25 - 13 = 52$ .



23. 70 alumnos rindieron un examen de Matemática, Física e Inglés. Los resultados fueron: 20 alumnos rindieron bien las 3 asignaturas, 50 rindieron bien Matemática, 30 rindieron bien inglés, 35 rindieron bien Física, 10 alumnos sólo rindieron Matemática y Física, 8 solo rindieron bien Matemática e Inglés, 1 solamente rindió bien Inglés y Física. Si para ser promovidos deberían aprobar 2 materias por lo menos:

- (a) ¿Cuántos alumnos se promovieron?
- (b) ¿Cuántos alumnos no se promovieron por adedudar sólo 2 de las materias?
- (c) ¿Cuántos alumnos rindieron mal las 3 materias?

### Soluciones

- (a) COMPLETAR.
  - (b) COMPLETAR.
  - (c) COMPLETAR.
24. De los 500 asociados a un banco, 240 son agricultores, 300 son ganaderos, 190 son avicultores, 100 agricultores y ganaderos, 80 son agricultores y avicultores, 150 son ganaderos y avicultores, 50 realizan las 3 actividades.
- (a) ¿Cuántos son los que no desarrollan ninguna de las actividades?
  - (b) ¿Cuántos son los que únicamente tienen una actividad?
  - (c) ¿Cuántos son los que al menos tienen 2 actividades?
  - (d) ¿Cuáles son ganaderos únicamente?
  - (e) ¿Cuáles son avicultores solamente?



---

### Soluciones

- (a) COMPLETAR.
- (b) COMPLETAR.
- (c) COMPLETAR.
- (d) COMPLETAR.
- (e) COMPLETAR.

25. En un club 300 socios juegan al tenis, 230 al básquet, 290 hacen natación, 120 juegan tenis y básquet, 90 jugadores de tenis practican natación y 70 hacen básquet y natación, mientras que 50 practican los tres deportes y los 30 restantes no hacen ninguno. Calcula el número de socios que practican solamente un deporte, el número de los que practican un par de deportes y el total de socios.

**Solución** COMPLETAR.

26. Se reparten entre 21 niños caramelos, pastillas y bombones pero ninguno tiene las tres clases de golosinas, 4 comen solo bombones, 6 comen pastillas, 5 comen solo caramelos, 2 comen pastillas y caramelos y 1 solamente como pastilla. Halla el detalle de cada consumo.

**Solución** COMPLETAR.

27. En una empresa se realiza una encuesta con el propósito de averiguar a través de qué fuentes reciben información sus empleados. Los resultados de la encuesta dieron los siguientes datos: 18 reciben sólo por correo electrónico, 10 sólo por twiter, 24 sólo por twiter y facebook, 43 no miran facebook, 37 sólo miran facebook y ven correos y 77 nunca twiter. Todos los empleados contestaron que se informan a través de estas fuentes.
- (a) ¿Cuántos empleados se informan a través de los tres medios?
  - (b) ¿Cuántos se informan por twiter?
  - (c) ¿Cuántos sólo se informan por facebook?
  - (d) ¿Cuántos no se informan por correo?
  - (e) ¿Cuántos fueron encuestados?

---

### **Soluciones**

- (a) COMPLETAR.
- (b) COMPLETAR.
- (c) COMPLETAR.
- (d) COMPLETAR.
- (e) COMPLETAR.