PRÁCTICA 5: *Funciones Recursivas de Listas*

Pablo Verdes — Dante Zanarini — Pamela Viale — Alejandro Hernandez — Mauro Lucci

1. Calcular, si es posible:

   a) $\langle \Box_i \Box_d \rangle [1, 3, 5, 7, 9, 2, 3, 7, 5, 9, 9]$.

   b) $\langle \Box_i \Box_d \rangle [1, 2, 3, 4, 5, 6]$.

   c) $0_d \langle \lhd 0_d \rhd \rangle \Box_d [5, X]$.

   d) $\rhd \langle \rhd 0_i \lhd S_i \rangle \lhd [x, y, Z]$.

2. ¿Cual es el dominio de las siguientes funciones?

   a) $\langle \lhd \rangle$.

   b) $0_d \langle \Box_d \rhd 0_d \rangle \Box_d$.

   c) $\langle S_i \rangle$.

   d) $\langle \Box_d \Box_i \rangle$.

   e) $0_d \langle S_i S_i \rangle$.

   f) $0_d \langle \rhd \Box_i \lhd \rangle$.

3. Construya las siguientes funciones:

   a) Constante a izquierda: $k_i [X] = [k, X]$.

   b) Constante a derecha: $k_d [X] = [X, k]$.

   c) Pasar a izquierda: $\rhd [Y, x] = [x, Y]$.

   d) Pasar a derecha: $\rhd [x, Y] = [Y, x]$.

   e) Duplicar a izquierda: $D_i [x, Y] = [x, x, Y]$.

   f) Duplicar a derecha: $D_d [Y, x] = [Y, x, x]$.

   g) Sucesor a izquierda persistente: $\widetilde{S}_i [x, Y] = [x + 1, x, Y]$

   h) Predecesor a izquierda: $P_i [x, Y] = [x - 1, Y]$.

   i) Predecesor a izquierda persistente: $\widetilde{P}_i [x, Y] = [x - 1, x, Y]$.

   j) Predecesor a izquierda acotado: $\widehat{P}_i [x, Y] = \begin{cases} [x - 1, Y] & x \neq 0 \\ [0, Y] & x = 0 \end{cases}$

k) Intercambiar extremos: $\leftrightarrow [x, Y, z] = [z, Y, x]$.

l) Suma a izquierda: $\Sigma_i [x, y, Z] = [x + y, Z]$.

m) Suma a izquierda persistente: $\widetilde{\Sigma}_i [x, y, Z] = [x + y, x, y, Z]$.

n) Resta a izquierda: $R_i [x, y, Z] = [x - y, Z]$.

ñ) Resta a izquierda persistente: $\widetilde{R}_i [x, y, Z] = [x - y, x, y, Z]$.

o) Resta a izquierda acotada: $\widehat{R}_i [x, y, Z] = \begin{cases} [x - y, Y] & x \geq y \\ [0, Y] & x < y \end{cases}$

p) Producto a izquierda: $\Pi_i [x, y, Z] = [xy, Z]$.

q) Producto a izquierda persistente: $\widetilde{\Pi}_i [x, y, Z] = [xy, x, y, Z]$.

r) Exponencial a izquierda extendido: $\widehat{E}_i [x, y, Z] = \begin{cases} [1, Z] & x = y = 0 \\ [x^y, Z] & \end{cases}$

s) Distinguidora del cero a izquierda: $D_0 [x, Y] = \begin{cases} [0, Y] & x \neq 0 \\ [1, Y] & x = 0 \end{cases}$

4. Construya funciones con los siguientes dominios:

a) $\mathcal{L}^{\geq 2}$.

b) $\{[x, Y, z] \in \mathcal{L} / x = z\}$.

c) $\{[x, y, Z] \in \mathcal{L} / x$ divide a $y\}$.

d) $\left\{[x, y, Z] \in \mathcal{L}^{\geq 2} / x + y \neq 0\right\}$.

e) $\left\{[x, Z] \in \mathcal{L}^{\geq 1} / x \leq a \wedge x \geq b\right\}$.

5. Construya las siguientes funciones:

a) $F_1 [x, Y] = [1 + 2x + x^2, Y]$.

b) $F_2 [x_1, x_2, \ldots, x_n, Y, z_1, z_2, \ldots, z_m] = [z_1, z_2, \ldots, z_m, Y, x_1, x_2, \ldots, x_n]$.

c) $F_3 [x, y, Z] = \left[Z, \underbrace{y, y, \ldots, y}_{x \text{ veces}} \right]$.

d) $F_4 [x, Y] = [1, 2, 3, \ldots, x, Y]$.

e) $F_5 [x_1, x_2, \ldots, x_n, Y] = [1x_1, 2x_2, \ldots, nx_n, Y]$.

f) $F_6\,[x, Y] = \begin{cases} [z, Y] & x = 2z \\ \text{indefinida} & \end{cases}$

g) $F_7\,[x, y, Z] = \begin{cases} [x, x^2, x^3, Z] & \text{si } x + y \text{ es impar} \\ \text{indefinida} & \end{cases}$

h) $F_8\,[n, Y] = [S_n, n, Y]$, donde S_n es el n-ésimo numero de la sucesión de Fibonacci, dada por:

$$S_0 = 0, S_1 = 1, S_n = S_{n-1} + S_{n-2}$$

i) $F_9\,[Z] = []$.

6. Sea Q un predicado unario:

a) Definir $F\,[x, Y] = \begin{cases} G\,[x, Y] & \text{si se cumple } Q\,(x) \\ H\,[x, Y] & \text{si no} \end{cases}$

Nótese que aun si G y H fueran funciones destructivas (podrían devolver una lista que no tenga ni x, ni Y, o incluso la lista vacía) la definición de F debe seguir siendo valida.

b) Utilice el resultado del ejercicio anterior para definir $F\,[x, Y] = \begin{cases} [x + 1, Y] & \text{si } x < 5 \\ [x - 1, Y] & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$