INC513 Fundamentos de la Inteligencia Artificial
Enunciado del proyecto

Prof. **Rodrigo Olivares**

8 de octubre de 2018

1. Definición del problema

El problema de formación de celdas de manufactura (Manufacturing Cell Design Problem) propone dividir una planta de producción industrial en un número determinado de celdas. Cada celda contiene máquinas con el mismo tipo de procesos o **familias de piezas**. El objetivo es identificar una organización de celdas de manera que se reduce al mínimo el transporte de diferentes partes entre las celdas. El diseño de fabricación de celdas se realiza mediante la agrupación de una matriz de incidencia. La idea principal es representar los requisitos de procesamiento de las piezas de las máquinas a través de esta matriz denominada **máquina-parte** ($M \times P$).

Para la resolución del problema de formación de celdas de manufactura se utilizan tres matrices. La primera matriz es la matriz de incidencia ($M \times P$) (ver Tabla 1), que indica las partes que son procesados por las máquinas. La segunda y la tercera matriz son soluciones ($M \times C$) y ($P \times C$) (ver Tabla 2), que junto con la matriz de incidencia forman una nueva distribución de máquinas y piezas en las celdas (ver Tabla 3). Como ejemplo, en la siguiente instancia: 5 máquinas, 7 partes, número máximo de máquinas por celda 3 ($M_{max} = 3$) para 2 celdas.

		Parte						
		#1	**#2**	**#3**	**#4**	**#5**	**#6**	**#7**
Máquina	**#1**	1	1	0	1	1	1	0
	#2	1	0	1	0	0	0	1
	#3	1	0	1	0	0	0	1
	#4	0	1	0	1	0	1	0
	#5	1	0	0	0	0	0	1

Tabla 1: Matriz de incidencia inicial $M \times P$

		Celda	
		#1	**#2**
Máquina	**#1**	0	1
	#2	1	0
	#3	1	0
	#4	0	1
	#5	1	0

		Celda	
		#1	**#2**
Parte	**#1**	1	0
	#2	0	1
	#3	1	0
	#4	0	1
	#5	0	1
	#6	0	1
	#7	1	0

Tabla 2: Matriz $M \times C$ y matriz $P \times C$

		Celda #1						Celda #2			
		Parte						Parte			
		#1	#3	#7				#2	#4	#5	#6
	#2	**1**	**1**	**1**			#2	0	0	0	0
	#3	**1**	**1**	**1**			#3	0	0	0	0
	#5	**1**	0	**1**			#5	0	0	0	0
	#1	**1**	0	0			#1	**1**	**1**	**1**	**1**
	#4	0	0	0			#4	**1**	**1**	0	**1**

Tabla 3: Matriz de incidencia reordenada $M \times P$

Por último, es posible determinar que:

- La nueva distribución o reordenamiento de las máquinas y las partes de manufactura, se describe en la Tabla 3.
- La celda 1 está compuesta de las máquinas 2, 3, 5 y las partes 1, 3, 7.
- La celda 2 está compuesta de las máquinas 1, 4 y las partes 2, 4, 5, 6.
- El valor óptimo es **1** (ver la excepción en la Tabla 3). Este valor óptimo está dado por la mquina #1 que debe estar en la celda #1 y no en la celda #2. En ese momento se produce el único movimiento inter-celdario.

Una formulación matemática del problema de formación de celdas de manufactura está definida de la siguiente manera:

1. M: número de máquinas.
2. P: número de partes.
3. C: número de celdas.
4. i: índice de las máquinas ($i \in \{1, \ldots, M\}$).
5. j: índice de las partes ($j \in \{1, \ldots, P\}$).
6. k: índice de las celdas ($k \in \{1, \ldots, C\}$).
7. M_{max}: máximo número de máquinas por celda.
8. $A = a_{ij}$: la matriz de incidencia máquina-parte $M \times P$.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{Si la parte } j \text{ visita la máquina } i \text{ para procesar} \\ 0, & \text{En otro caso} \end{cases} \tag{1}$$

9. y_{ik}: la matriz máquina-celda $M \times C$, donde:

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{Si la máquina } i \in \text{ celda } k \\ 0, & \text{En otro caso} \end{cases} \tag{2}$$

10. z_{jk}: la matriz parte-celda $P \times C$, donde:

$$z_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{Si la parte } j \in \text{ celda } k \\ 0, & \text{En otro caso} \end{cases} \tag{3}$$

Finalmente, el problema de formación de celdas de manufactura está representado por el siguiente modelo de programación lineal:

$$\texttt{minimizar} \sum_{k=1}^{C}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{P} a_{ij} z_{jk}(1-y_{ik}) \tag{4}$$

sujeto a:

$$\sum_{k=1}^{C} y_{ik} = 1,\ \forall\, i\ \in\ \{1,\ldots,M\} \tag{5}$$

$$\sum_{k=1}^{C} z_{jk} = 1,\ \forall\, j \in\ \{1,\ldots,P\} \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{M} y_{ik} \le M_{max},\ \forall\, k \in\ \{1,\ldots,C\} \tag{7}$$