

# Metody numeryczne - N4

DAMIAN PORADYŁO

---

## N4 Zadanie numeryczne

Rozwiązać układ  $(N + 1) \times (N + 1)$  równań postaci:

$$\begin{cases} y_0 = 1 \\ (D_2 y)_n + y_n = 0, \\ -3y_0 + 4y_1 + y_2 = 0 \end{cases} \quad n = 1 \dots (N - 1)$$

gdzie  $N = 1000$ ,  $h = 0.01$  a

$$(D_2 y)_n = \frac{y_{n-1} - 2y_n + y_{n+1}}{h^2}$$

Rozwiązanie przedstawić w graficznie  $(nh, y_n)$ .

*Wskazówka:* Poprzestawiać układ równań tak, aby wyliczyć pierwsze wyrazy w sposób jawny.

# 1 OPIS METODY

---

W tym układzie na pierwszy rzut oka można zauważyć że kolejne wartości  $y$  zależą od dwóch poprzednich. Wyjątkiem tutaj są wartości  $y_0$  oraz  $y_1$ , z których pierwszy mamy już podany drugi natomiast wyliczamy łatwo z układu równań:

$$\begin{cases} y_0 &= 1 \\ \frac{y_0 - 2y_1 + y_2}{h^2} + y_1 &= 0 \\ -3y_0 + 4y_1 + y_2 &= 0 \end{cases}$$

Po krótkich, łatwych obliczeniach wychodzi nam z trzeciego wyrażenia:

$$y_2 = 3 - 4y_1$$

Możemy to wstawić do wyrażenia numer dwa:

$$\begin{aligned} (h^2 - 2)y_1 + 3 - 4y_1 &= -1 \\ (h^2 - 6)y_1 &= -4 \\ y_1 &= \frac{-4}{(h^2 - 6)} \end{aligned}$$

Jak widać, udało się nam policzyć  $y_1$ , wstawmy je teraz do trzeciego równania:

$$y_2 = 3 - 4 * \frac{-4}{(h^2 - 6)}$$

Daje nam to:

$$\begin{cases} y_0 &= 1 \\ y_1 &= \frac{-4}{(h^2 - 6)} \\ y_2 &= 3 + \frac{16}{(h^2 - 6)} \end{cases}$$

Znając wartości  $y_1$  oraz  $y_2$  możemy bez problemu policzyć wartość  $y_3$  a co za tym idzie każdy kolejny wyraz aż do naszego  $N$

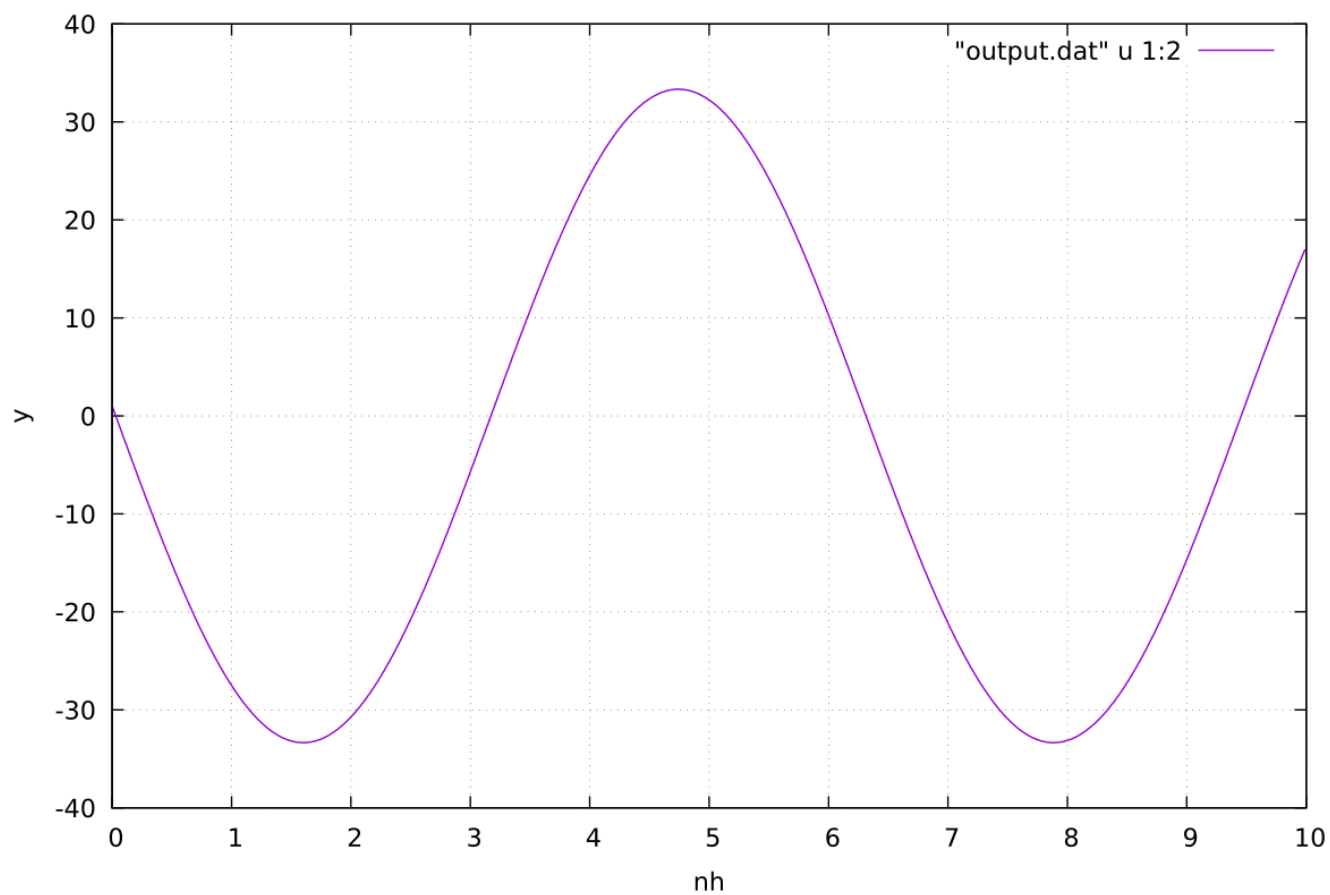
$$y_{n+1} = (2 - h^2)y_n - y_{n-1}$$

Dzięki temu jesteśmy w stanie obliczyć układ podany w zadaniu tak naprawdę w jednej pętli otrzymując złożoność na poziomie  $O(n)$

## 2 WYKRES

---

Wykres zależności wyników  $y$  od  $nh$ .



Rysunek 1 Wykres zależności  $nh$  od  $y$

Dostępny jest również jako osobny plik pod nazwą: **wykres.pdf**.

## 3 WYNIKI

---

Wyniki przedstawiające wynik programu znajdują się w pliku „dane.dat”. W pierwszej kolumnie są wartości  $nh$  w drugiej natomiast wyniki  $y$ .

## 4 KOD PROGRAMU

---

```
#include <iostream>
#include <cstdio>

#define N 1000
#define h 0.01
#define h_square h*h

int main() {
    double y[N];

    y[0] = 1;
    y[1] = -4.0 / (h_square - 6.0);
    y[2] = 3.0 + (16.0 / (h_square - 6.0));

    for(int i=2; i<N-1; i++) {
        y[i+1] = y[i]*(-h_square + 2.0) - y[i-1];
    }

    for(int i=0; i<N; i++) {
        printf("%.11lf\t %.11lf\n", i*h, y[i]);
    }
}
```

## 5 URUCHOMIENIE

---

>> make run

W skład zestawu wchodzi:

- Plik programu
- Wygenerowany wykres
- Plik zawierający otrzymane wyniki
- Opracowanie
- Makefile