

# Metody numeryczne - N1

DAMIAN PORADYŁO

---

## N1 Zadanie numeryczne

Na wykresie o skalach logarytmicznych wykreślić błąd

$$|D_h f(x) - f'(x)|, \quad \text{dla } f(x) = \cos(x), \quad x = 1$$

w zależności od  $h \in [10^{-16}, 1]$  dla trzech różnych metod dyskretyzacji.

$$D_h^{(a)} f(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$D_h^{(b)} f(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

$$D_h^{(c)} f(x) = \frac{-f(x+2h) + 8f(x+h) - 8f(x-h) + f(x-2h)}{12h}$$

Znaleźć w przybliżeniu optymalną wartość  $h$  i minimalny błąd jaki dana metoda może popełnić.

# 1 OPIS

---

W celu wygenerowania wykresu posłużyłem się popularnym programem **gnuplot**. Efekt działania programu można zobaczyć poniżej, lub w pliku **wykresN1.pdf**.

Analizując poniższy wykres możemy zauważyć, że w przypadku pierwszej metody największą dokładność wyniku uzyskujemy na poziomie  $h = 10^{-8}$ .

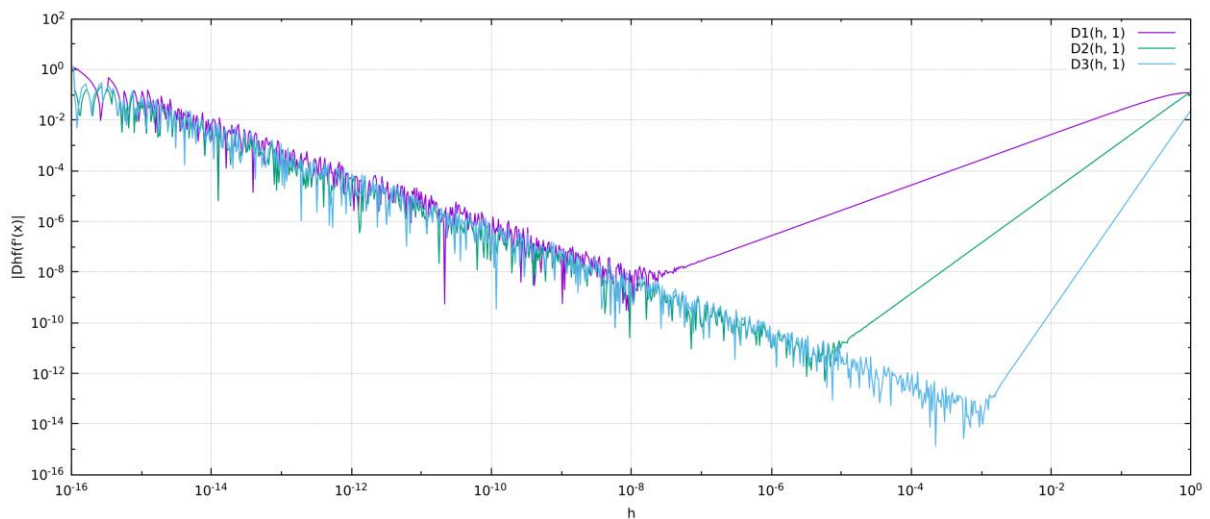
Jeszcze lepszą metodą, jest metoda druga. Tutaj wynik z najlepszą dokładnością otrzymujemy już przy  $h = 10^{-5}$ .

Ostatnia metoda jest najlepsza. Jak widać na wykresie, najlepsza dokładność jest uzyskiwana dla  $h = 10^{-3}$ .

# 2 WYKRES

---

Wykres został stworzony w skali logarytmicznej. Zawiera wykresy działania 3 metod dyskretyzacji.



Rysunek 1 Wykres

Powyższy wykres znajduje się również w postaci osobnego pliku pod nazwą **wykresN1.pdf**

### 3 KOD PROGRAMU

---

```
1  #include <iostream>
2  #include <cmath>
3
4  long double derective1(double h, int x) {
5      return fabs(((cos(x+h) - cos(x)) / h) + sin(x));
6  }
7  long double derective2(double h, int x) {
8      return fabs(((cos(x+h) - cos(x-h)) / (2*h)) + sin(x));
9  }
10 long double derective3(double h, int x) {
11     return fabs((((cos(x+2*h) - 8*cos(x+h) + 8*cos(x-h) + cos(x-2*h)) / (12*h)) + sin(x));
12 }
13 int main() {
14     int x = 1;
15     double h = 1;
16
17     for(int i=10; i>=0; i--) {
18         printf("%.22LF \t", derective1(h,x));
19         printf("%.22LF \t", derective2(h,x));
20         printf("%.22LF \t\t", derective3(h,x));
21         printf("h = %G \n", h);
22         h*=0.1;
23     }
24 }
```

*Rysunek 2 Kod programu*

Dokładne wyniki, dla poszczególnych metod w miarę zmieniającego się **h**, możemy zaobserwować po uruchomieniu napisanego przeze mnie programu (wyniki są wygenerowane już w postaci osobnego pliku). Zaimplementowałem 3 funkcje odpowiadające 3 metodą dyskretyzacji podanym w zadaniu.

### 4 URUCHOMIENIE

---

>> make run

W skład zestawu wchodzi:

- Plik programu
- Wygenerowany wykres
- Plik zawierający otrzymane wyniki
- Opracowanie
- Makefile