TP5 BINP

Morphologie mathématique

25 OCTOBRE 2024

Axel PLESSIS

Classe : ESIR 2 IN

Damien VAILLAND

Introduction

Dans le cadre des cours de base de l'imagerie numérique, nous réalisons des travaux pratiques. L'objectif de ce TP est de nous familiariser avec les concepts fondamentaux de la morphologie mathématique appliquée aux images. Cette discipline est utilisée dans le traitement d'images pour analyser et manipuler les formes présentes dans une image, qu'elle soit binaire (constituée uniquement de pixels noirs et blancs) ou en niveaux de gris.

Durant ce TP, nous allons implémenter et tester différents opérateurs morphologiques élémentaires, tels que la dilatation, l'érosion, l'ouverture et la fermeture. Ces opérateurs permettent de transformer une image en fonction de la forme et de la taille de l'élément structurant choisi. Nous appliquerons ces techniques aussi bien sur des images binaires que sur des images en niveaux de gris, afin d'étudier les effets de ces opérations sur les contours, le bruit, et les structures internes des images.

Nous explorerons également des opérateurs plus avancés, tels que le gradient morphologique et le laplacien morphologique, qui nous permettront de mieux comprendre les variations d'intensité et de courbure au sein d'une image. Enfin, nous mettrons en œuvre des méthodes de comptage de formes dans des images binaires, démontrant ainsi l'utilité de la morphologie mathématique pour des applications concrètes dans le domaine du traitement d'images.

1. Opérateurs morphologiques binaires élémentaires

Nous commençons par implémenter les opérateurs de dilatation, d'érosion, d'ouverture et de fermeture sur des images binaires, c'est-à-dire des images composées uniquement de 0 et de 1. Ces algorithmes consiste en une convolution d'un masque et une opération par rapport à celle-ci :

Dilatation : Pour chaque pixel, si au moins un point du masque placé par rapport à au pixel central est à 1, la valeur de ce point passe à 1. La dilatation permet de combler des trous et d'étendre des zones.

Pour notre exemple, nous utilisons une matrice 11x11 de manière à bien exagérer l’opération :

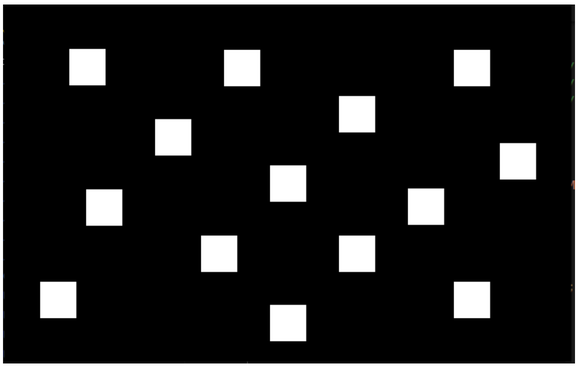
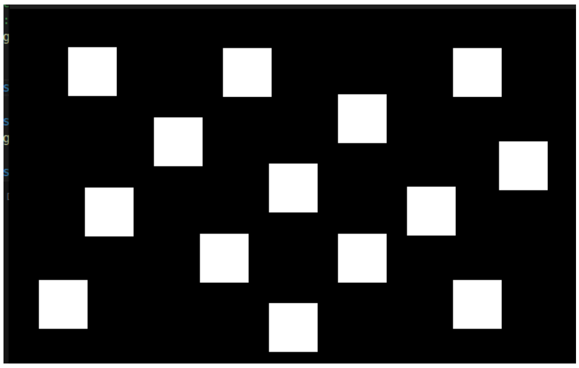


Image originale



Dilatation

Érosion : A l’inverse, elle grignote les bordures. Pour chaque pixel, si le masque déborde sur des zones vides autour du pixel central, on retire ce pixel. L'érosion sert à affiner ou rétrécir les zones.
Nous visualisons notre programme avec une matrice 11x11 :

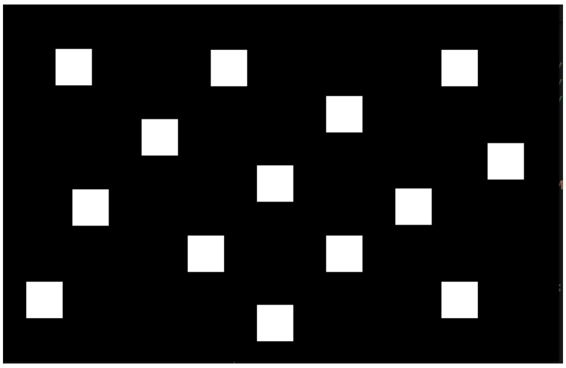
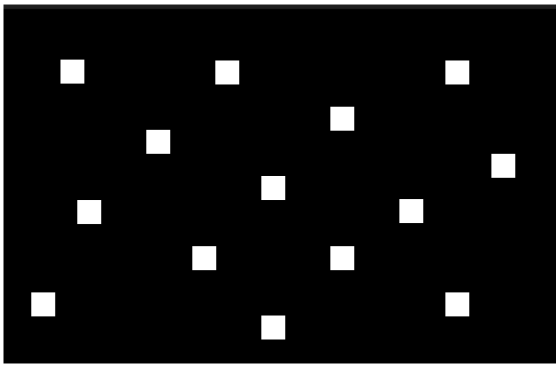


Image originale



Érosion

Ouverture : On réalise une érosion puis une dilatation. Cela aide à retirer les petits éléments ou bruit sans trop altérer les formes de l’image. On dit qu'elle supprime le bruit poivre.

De cette manière nous utilisons une image binarisée dans laquelle il y a des petits carrés blancs que nous considérons comme du bruit que nous souhaitons supprimer. Pour s'assurer de ne garder que les grands carrés, nous appliquons des éléments structurants de taille 41x41 :

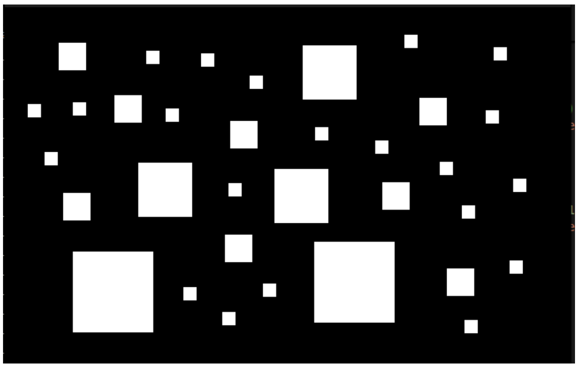
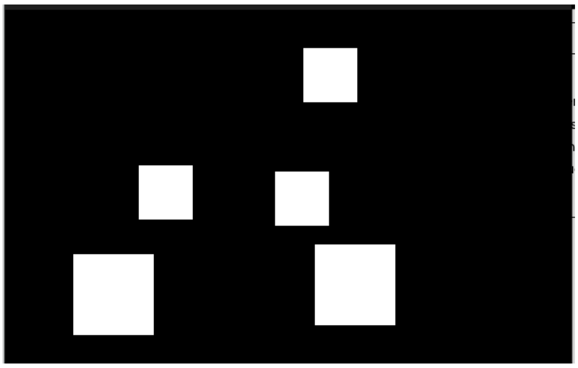


Image originale



Ouverture

Fermeture : A l'inverse, on applique d'abord une dilatation puis une érosion. Cela est utile pour combler les petits trous sans trop impacter les formes de l'image. Elle supprime le bruit sel

Pour visualiser notre code, nous utilisons une image binaire qui présente de petits trous vides.

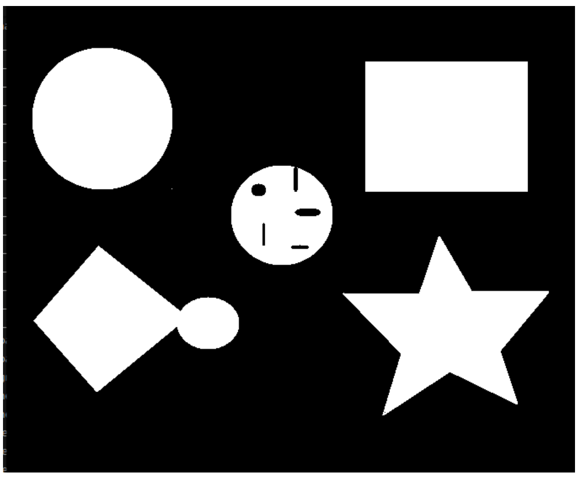
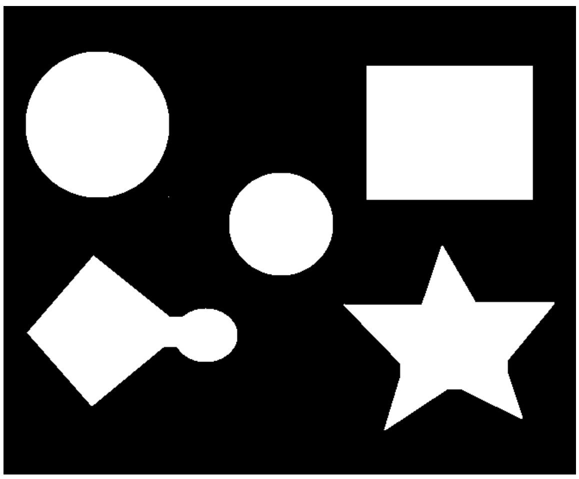


Image originale



Fermée

La dualité est le principe qui décrit qu'une érosion est le complémentaire de la dilatation du complémentaire de l'image donnée avec le masque inversé (le masque étant symétrique il reste le même) :

$I \ \ominus \ E = \ (I^c \oplus \ \check{E})^c$ avec $E = \check{E}$ car E est symétrique

Et vice versa :

$I \ \oplus \ E = \ (I^c \ominus \ \check{E})^c$

Le complémentaire de A se définit par l'ensemble des éléments n'appartenant pas à A. Sur une matrice noir et blanche, il s'agit d'inverser les valeurs 1 devient 0 et 0 devient 1.

2. Extension aux images en niveau de gris

Jusqu'ici nous avons implémenté des opérateurs sur des images binaires. Maintenant, il nous faut programmer ces mêmes opérateurs pour des images en niveaux de gris.

Dilatation : Pour chaque pixel on répète l'opération précédente en dilatant la valeur la plus élevée dans la portée du masque plutôt que la valeur 1

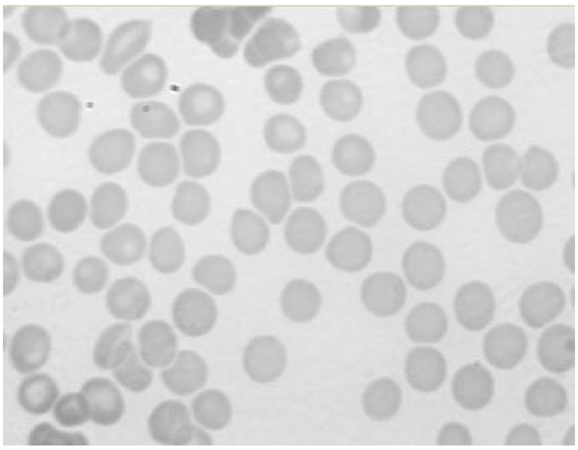
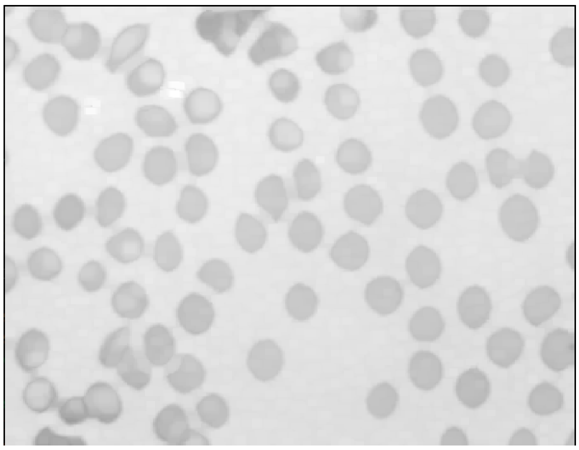


Image originale



Dilatation

Érosion : Pour chaque pixel, on répète l'opération d'érosion en appliquant la valeur la moins élevée dans la portée du masque plutôt que la valeur 0.

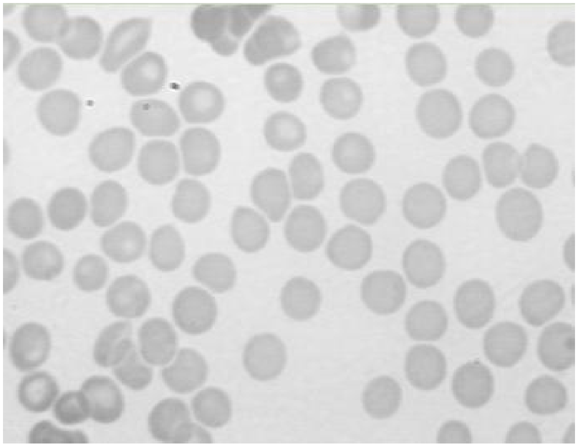
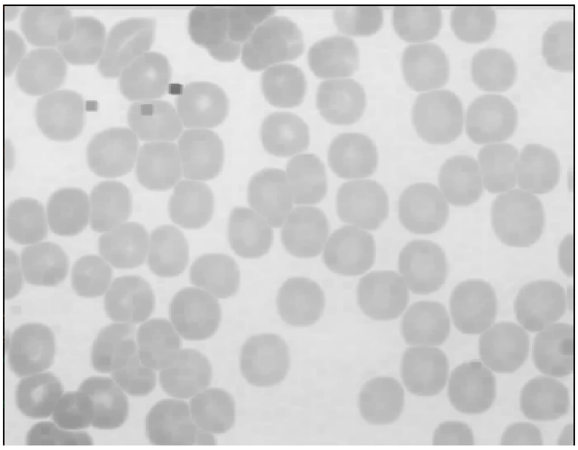


Image originale



Érosion

Ouverture : De la même manière que pour les images binaires, nous réalisons l'ouverture de l'image en l'érodant puis en la dilatant.
Cela nous permet d'enlever le bruit blanc de l'image.

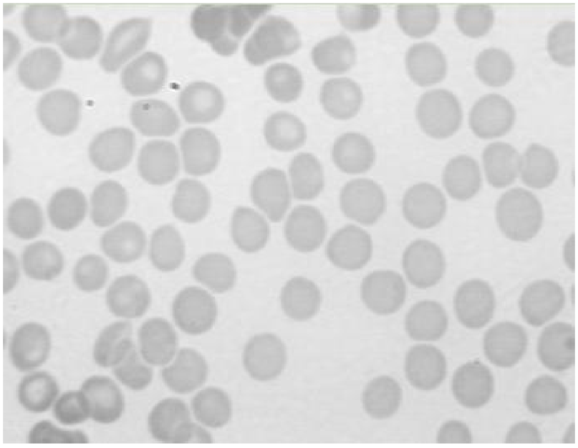
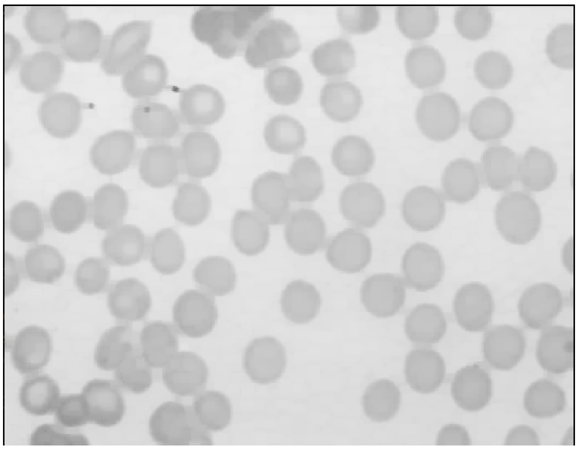


Image originale



Ouverture

Fermeture : De la même manière que pour les images binaires, nous réalisons la fermeture de l'image en la dilatant puis en l'érodant.
Cela nous permet d'enlever le bruit noir de l'image.

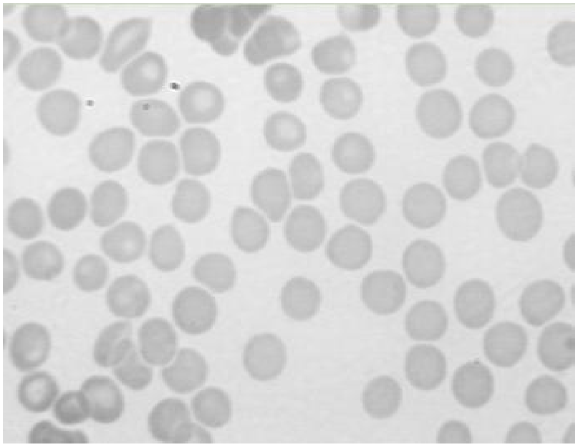
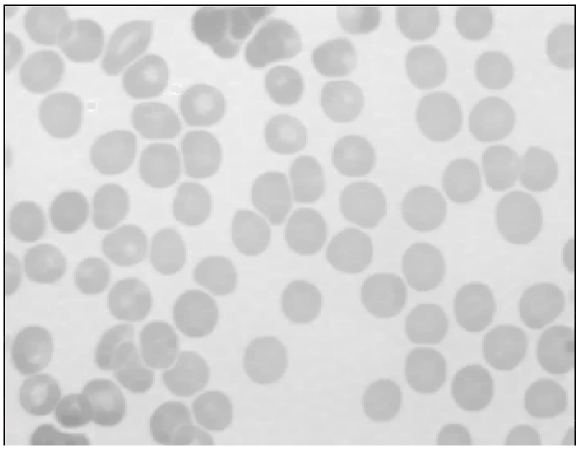


Image originale



Érosion

3. Traitements morphologiques

Par combinaison des opérations de base, on peut obtenir des opérateurs plus complexes :

Gradient morphologique

Le gradient morphologique mesure la variation de l'intensité des pixels d'une image. Il permet de mettre en avant les contours d'une image.

Le gradient morphologique peut alors s'écrire :

$$gradient\ morphologique:\ (f \oplus b)\ -\ (f\ \ominus\ b)$$

avec f l'image originale et b l'élément structurant

Laplacien morphologique

Le laplacien morphologique met lui aussi en évidence des variations d'intensité, mais celle des courbures d'une image. Celui-ci peut s'écrire de la manière suivante :

$$Laplacien\ morphologique\ =\ gradient\ extérieur\ -\ gradient\ intérieur$$

$$Laplacien\ morphologique\ =\ ((f \oplus b)\ -\ f) - (f -\ (f\ \ominus\ b))$$

Implémentation et visualisation

Nous implémentons les 2 fonctions, et les testons respectivement sur des images binaires, puis en niveaux de gris :

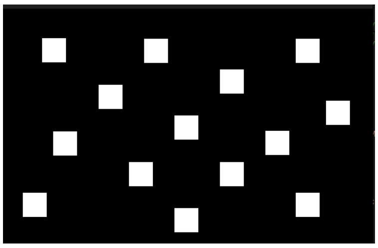
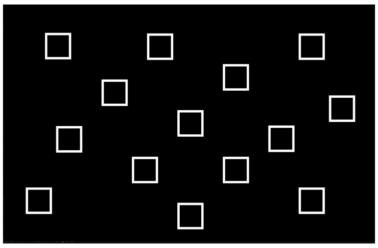
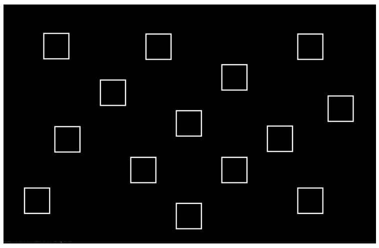


Image binaire



Gradient morphologique



Laplacien morphologique

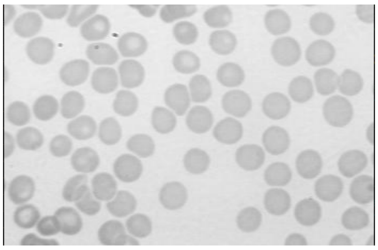
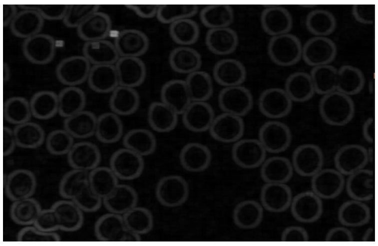
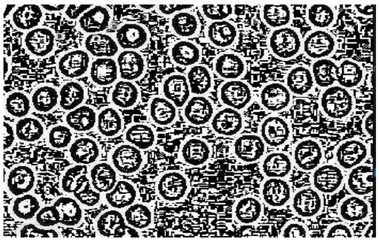


Image en niveaux de gris



Gradient morphologique



Laplacien morphologique

4. Problèmes

Nous avons implémenté des programmes de dilatation, d'érosion, d'ouverture, de fermeture, de gradient morphologique et de laplacien morphologique. Dans cette partie nous allons désormais étudier comment utiliser ces méthodes dans l'objectif de compter le nombre de carrés dans une image binaire.

Pour la première image problem1.png, nous avons plusieurs carrés blancs tous de taille 41x41. Il suffit alors d'éroder chaque carré avec un élément structurant de 41 pixels de manière à le réduire à 1 pixel blanc. Puis il reste à compter le nombre de pixel blanc dans toute l'image.

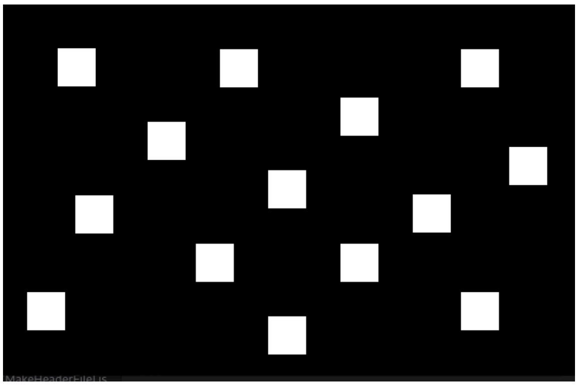
 

Image originale — Carrés rapportés à 1 pixel

Dans le cas du problème 2, les carrés ont tous la même taille mais celle-ci est inconnue. Il nous faut identifier la taille d’un carré en comptant le nombre de pixel blanc consécutif et de répéter la première étape.

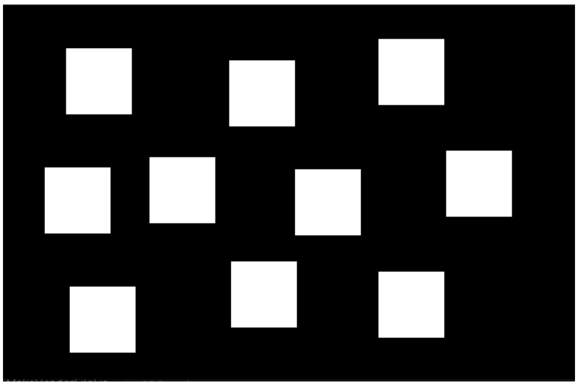
 

Image originale — Carrés rapportés à 1 pixel

Enfin pour le 3ème problème, nous avons décidé de compter seulement les coins supérieurs gauches de chaque carré.

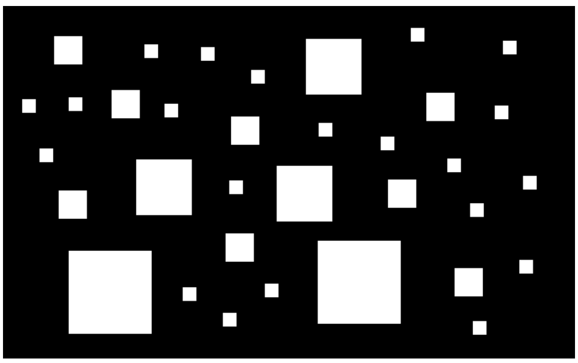
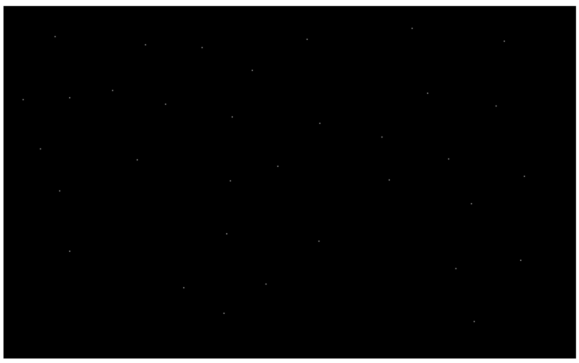
 

Image originale — Carrés rapportés à 1 pixel

Conclusion

Au terme de ce travail pratique sur la morphologie mathématique, nous avons pu implémenter et comprendre les principales opérations telles que la dilatation, l'érosion, l'ouverture, la fermeture, ainsi que des traitements plus complexes comme le gradient et le laplacien morphologiques. Ces opérateurs, appliqués à des images binaires puis en niveaux de gris, se révèlent extrêmement puissants pour le traitement d'images en permettant de lisser, d'affiner les contours, d'éliminer le bruit, et de mettre en évidence des variations importantes comme les contours ou les courbures.

L'application pratique de ces techniques dans le cadre du comptage de formes, notamment pour les images binaires, a permis de montrer comment la morphologie mathématique peut être utilisée pour résoudre des problèmes concrets, tels que le décompte de figures géométriques dans une image. Ces méthodes offrent des outils simples mais efficaces pour analyser et manipuler des images de manière précise.

Ainsi, ce TP nous a permis de renforcer nos compétences en traitement d'images et de mieux appréhender les applications pratiques des opérateurs morphologiques dans le domaine de l'imagerie numérique.