

Университет ИТМО
ФПИиКТ

Практическая работа №6 по Теории вероятности

Выполнил: Балтабаев Дамир
Группа: Р3210
Вариант: 3

Преподаватель: Селина Елена Георгиевна

Санкт-Петербург
2022

Цель лабораторной работы:

Построение доверительных интервалов для оценки средней генеральной совокупности

Задание 1

3. Уровень грамотности населения в 15 выбранных развивающихся африканских странах, %

63,4 64,5 57,1 51,7 40,1 37,7 45,8 54,9 35,9 31,0 35,5 19,2 13,6
31,4 40,1

Т.к $n = 15 < 30$, то используем случай малого объема выборки

2. Случай малого объема выборки ($n \leq 30$):

$$\bar{X} - t_{\frac{\gamma+1}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} < m < \bar{X} + t_{\frac{\gamma+1}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}},$$

Находим \bar{x} сред, по формуле:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n};$$

$$\bar{x} = (63,4 + 64,5 + 57,1 + 51,7 + 40,1 + 37,7 + 45,8 + 54,9 + 35,9 + 31,0 + 35,5 + 19,2 + 13,6 + 31,4 + 40,1) / 15 = 41,6$$

Находим $D(x)$ по формуле:

$$D(X) = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{X}^2,$$

$$\begin{aligned}\sum x_i^2 &= 63,4^2 + 64,5^2 + 57,1^2 + 51,7^2 + 40,1^2 + 37,7^2 + \\ &45,8^2 + 54,9^2 + 35,9^2 + 31,0^2 + 35,5^2 + 19,2^2 + 13,6^2 + 31,4^2 + \\ &40,1^2 = 4019,56 + 4160,25 + 3260,41 + 2672,89 + 1608,01 + \\ &1421,29 + 2097,64 + 3014,01 + 1288,81 + 961 + 1260,25 + \\ &368,64 + 184,96 + 985,96 + 1608,01 = \mathbf{28911,69}\end{aligned}$$

$$D(x) = 28911,69/15 - 41,6^2 = 1927,446 - 1730,56 = 196,886$$

$$S^2 = n * D(x) / (n-1)$$

$$S^2 = 15 * 196,886 / 14 = 2953,29 / 14 = 210,9493$$

$$S = \sqrt{210,9493} = 14,5241$$

Находим квантиль

$$t_{\frac{\gamma+1}{2}}(n-1):$$

$$\gamma = 0,9, n = 15, (1+\gamma)/2 = 0,95$$

$$t_{0,95}(14) = 1,761 \text{ (по табл.)}$$

Подставляем:

$$41,6 - 1,761 * 14,5241 / \sqrt{15} < m < 41,6 + 1,761 * 14,5241 / \sqrt{15}$$

$$41,6 - 6,6039 < m < 41,6 + 6,6039$$

$$\mathbf{34,9961 < m < 48,2039}$$

Задание 2

$$3. n = 100, \bar{x} = 82, \sum x_i^2 = 686800, \gamma = 0,98$$

Т.к $n = 100 > 30$, то воспользуемся формулой:

$$\bar{X} - \frac{t_{\gamma}\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{X} + \frac{t_{\gamma}\sigma}{\sqrt{n}},$$

$$\delta^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum (x_i)^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{686800}{100} - 6724 = 144$$

$$\delta = 12$$

Определим t_{γ} по формуле:

$$\Phi(t_{\gamma}) = \frac{1+\gamma}{2}.$$

$$\Phi(t_{\gamma}) = (1+0,98)/2 = 0,99$$

$$t_{\gamma} = 2,33$$

$$82 - 2,33*12/10 < m < 82 + 2,33*12/10$$

$$82 - 2,796 < m < 82 + 2,796$$

$$\mathbf{79,204 < m < 84,796}$$