

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Отчет

по лабораторной работе

№2 дисциплины "Теория

вероятностей и

математическая

статистика"

Вариант №

Выполнил: Хасаншин Д.Р.

Группа: ТРП-2-20

Проверил: Будникова

И.К.

Казань-2021

Лабораторная работа №2

ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ

Цель работы: получить навыки применения формул сложения и умножения вероятностей для решения задач надёжности электрических схем

Основные теоретические сведения

Одно из важных приложений теории вероятностей – расчёт надёжности различных технических систем: электрических схем, компьютеров, трубопроводов, двигателей и т.д. Под надёжностью технического устройства понимают обычно вероятность его безотказной работы в течение определённого промежутка времени (вспомните гарантийный срок службы). К сожалению, обеспечить 100 % надёжность системы не могут даже самые передовые технические решения. Зато можно рассчитать её надёжность и заранее подготовиться к необходимому ремонту.

Рассмотрим задачи вида: задана схема электрической цепи с надёжностью элементов (или вероятностями выхода из строя), найти вероятность работы цепи (или вероятность разрыва цепи).

Задачи могут иметь разные формулировки, но алгоритм решения для них одинаков.

1. Формализация задачи – следует ввести основные события: X – событие цепь работает, цепь пропускает ток;

X – событие цепь не пропускает ток, произошёл разрыв в цепи;

A_i – элемент i работает, пропускает ток;

A_i – элемент i отказал, не пропускает ток, $i = 1, 2, \dots, n$;

$p(A_i) = p_i$ – вероятности работы элементов (надёжности);

$p(A_i) = q_i = 1 - p_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ – вероятности отказа.

2. Выбор основных формул, которые необходимы в решении этого типа задач: формулы сложения и умножения вероятностей.

Для независимых в совокупности событий (отказы / работа элементов цепи – именно такие):

$$P(A * B) = P(A) * P(B) \quad (3.1)$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \quad (3.2)$$

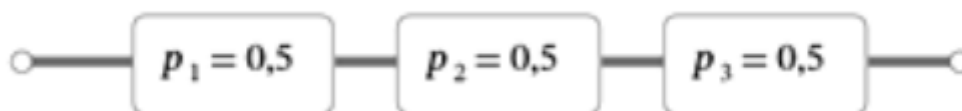
$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1 - P(\bar{A}_1) * P(\bar{A}_2) * P(\bar{A}_3) * \dots * P(\bar{A}_n) \quad (3.3)$$

Задания на выполнение лабораторной работы

1. Повторите правила сложения и умножения вероятностей.
2. Рассмотрите алгоритм применения этих правил на примере электрических схем.
3. Решите задачи своего варианта с применением соответствующих формул.
4. Проведите исследование надежности электрических схем разной конфигурации.
5. Ответьте на контрольные вопросы.

Задание №1

Три элемента соединены последовательно. Вероятности их безотказной работы – p_1 , p_2 , p_3 . Вычислите по ним вероятность $P(A)$ безотказной работы всего устройства.



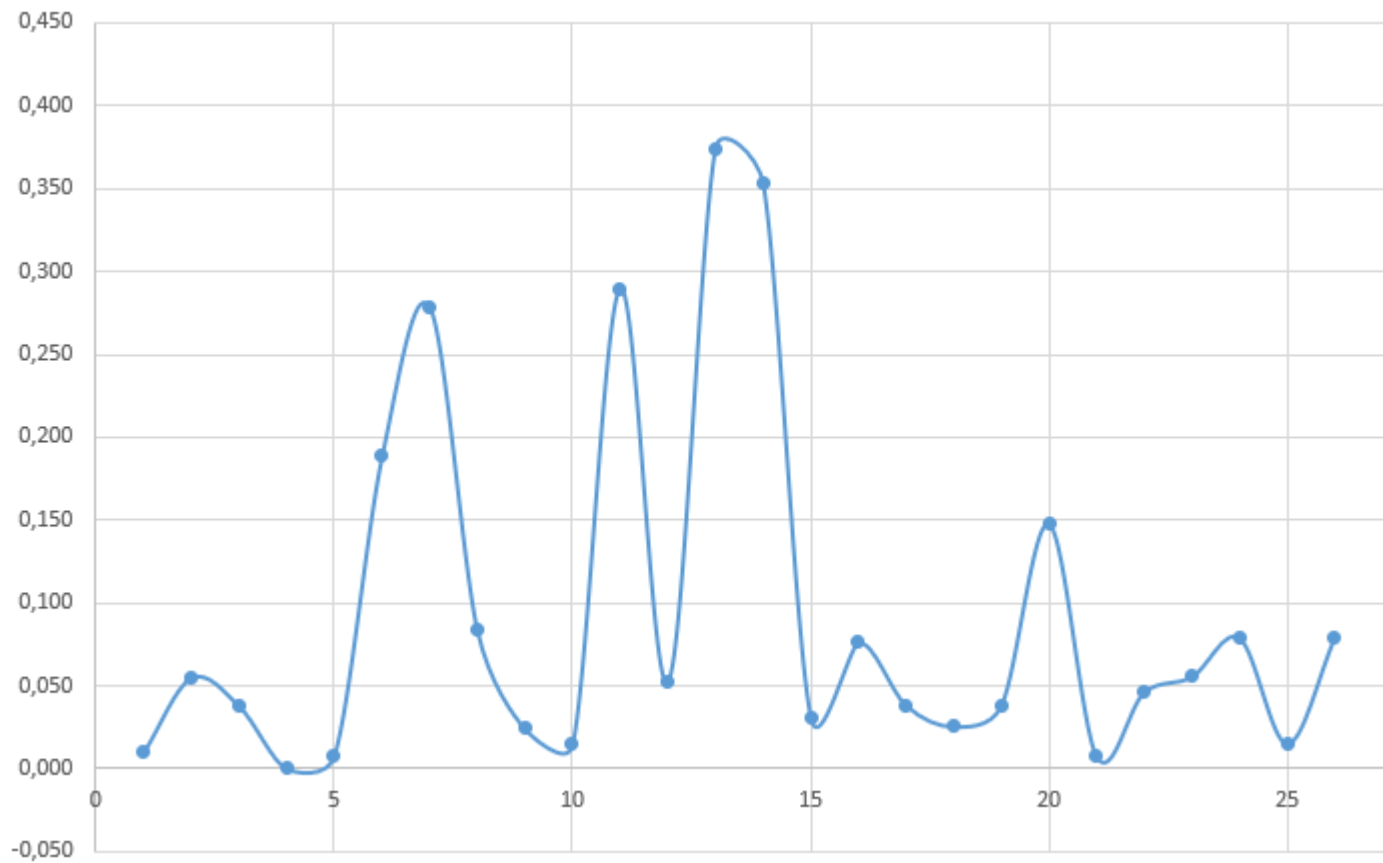
Решение:

Т.к. у нас последовательное соединение:

$$P(A) = p_1 * p_2 * p_3$$

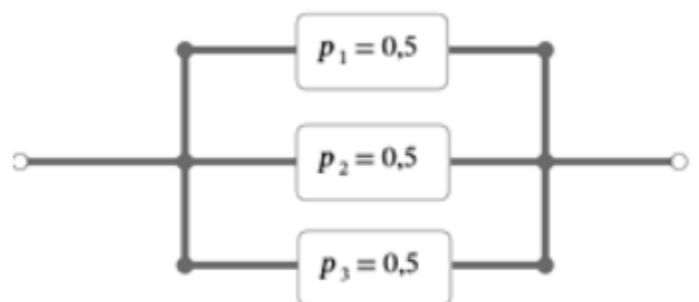
Excel:

D3					
✕ ✓ f_x =A3*B3*C3					
	A	B	C	D	E
1	Вероятности				
2	p1	p2	p3	P(A)	
3	0,16	0,57	0,11	0,010	
4	0,41	0,86	0,16	0,055	
5	0,27	0,17	0,84	0,038	
6	0,00	1,00	0,49	0,000	
7	0,18	0,35	0,13	0,008	
8	0,54	0,35	0,99	0,188	
9	0,78	0,39	0,92	0,278	
10	0,49	0,42	0,40	0,084	
11	0,31	0,14	0,56	0,024	
12	0,59	0,17	0,15	0,015	
13	0,52	0,73	0,76	0,290	
14	0,31	0,75	0,23	0,053	
15	0,46	0,93	0,88	0,374	
16	0,80	0,66	0,67	0,353	
17	0,71	0,07	0,59	0,031	
18	0,57	0,42	0,32	0,076	
19	0,52	0,71	0,10	0,038	
20	0,66	0,58	0,07	0,026	
21	0,57	0,57	0,12	0,038	
22	1,00	0,17	0,85	0,148	
23	0,08	0,66	0,14	0,008	
24	0,63	0,91	0,08	0,046	
25	0,51	0,19	0,58	0,056	
26	0,54	0,15	0,98	0,079	
27	0,37	0,75	0,06	0,015	
28	0,95	0,10	0,88	0,079	



Задание №2

Три элемента соединены параллельно. Вероятности их безотказной работы – p_1 , p_2 , p_3 . Вычислите по ним вероятность $P(A)$ всего устройства.



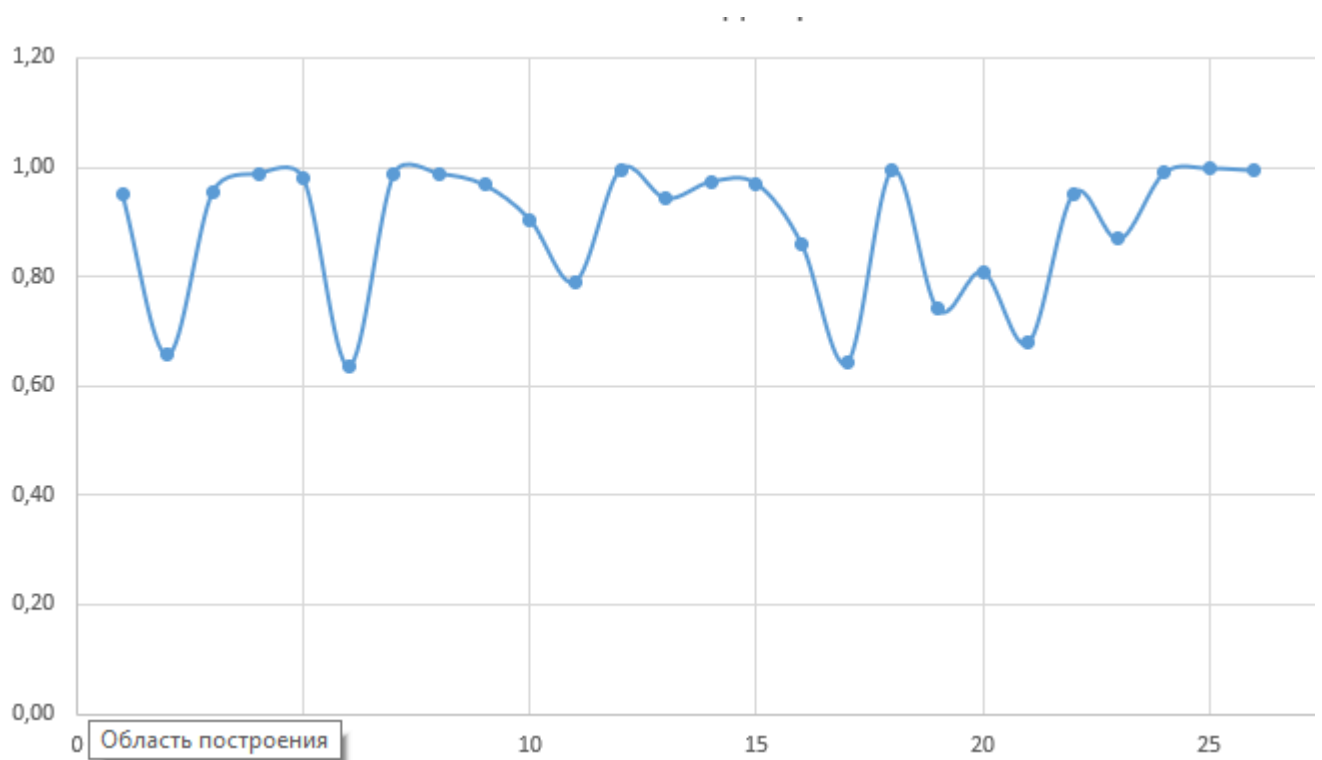
Решение:

Т.к. у нас параллельное соединение:

$$P(A) = 1 - (1-p_1) * (1-p_2) * (1-p_3)$$

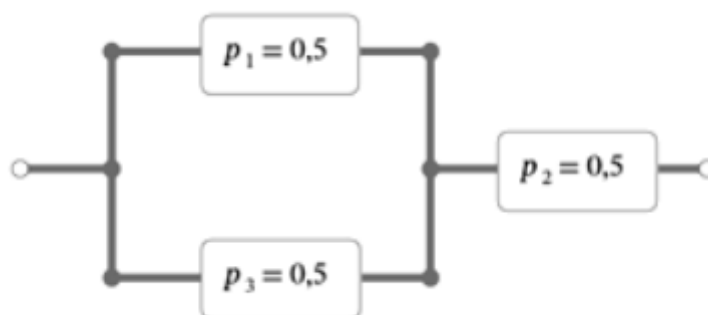
Excel:

D2		:	\times \checkmark f_x		$=1-(1-A2)*(1-B2)*(1-C2)$	
	A	B	C	D	E	F
1	p1	p2	p3	P(A)		
2	0,17	0,77	0,75	0,95		
3	0,61	0,05	0,07	0,66		
4	0,51	0,87	0,32	0,96		
5	0,17	0,90	0,86	0,99		
6	0,72	0,67	0,79	0,98		
7	0,05	0,27	0,48	0,64		
8	0,68	0,79	0,83	0,99		
9	0,82	0,05	0,93	0,99		
10	0,93	0,15	0,45	0,97		
11	0,51	0,60	0,51	0,90		
12	0,56	0,06	0,49	0,79		
13	0,56	0,14	0,99	1,00		
14	0,19	0,73	0,74	0,94		
15	0,87	0,14	0,77	0,97		
16	0,61	0,37	0,88	0,97		
17	0,03	0,84	0,11	0,86		
18	0,58	0,08	0,06	0,64		
19	0,95	0,53	0,78	1,00		
20	0,50	0,24	0,32	0,74		
21	0,67	0,21	0,25	0,81		
22	0,21	0,21	0,48	0,68		
23	0,41	0,86	0,43	0,95		
24	0,55	0,64	0,19	0,87		
25	0,06	0,59	0,97	0,99		
26	0,79	0,62	0,97	1,00		
27	0,92	0,48	0,86	0,99		
28						



Задания №3

Три элемента соединены, как показано на схеме. Вероятности их безотказной работы – p_1 , p_2 , p_3 . Вычислите по ним вероятность $P(A)$ безотказной работы всего устройства.



Решение:

Воспользуемся формулой:

Для p_1 , p_3 :

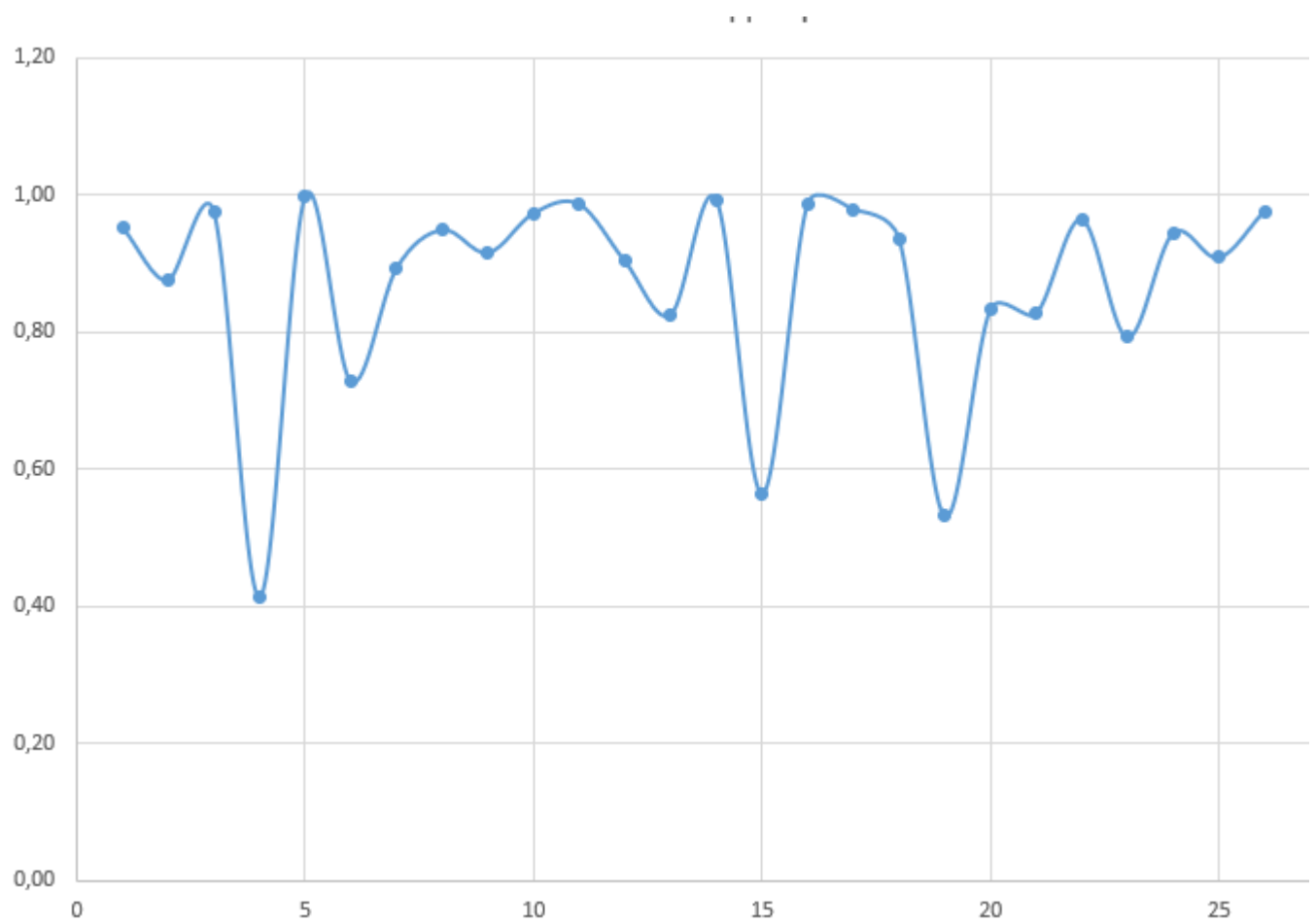
$$P(A) = 1 - (1-p_1) * (1-p_3)$$

И умножим на p2:

$$P(A) = (1 - (1-p_1) * (1-p_3)) * p_2$$

Excel:

<div> <div>D3</div> <div>✕ ✓ <i>f_x</i></div> <div>=1 - (1-A3)*(1-C3) * B3</div> </div>						
	A	B	C	D	E	F
1	Вероятности					
2	p1	p2	p3	P(A)		
3	0,63	0,49	0,74	0,95		
4	0,42	0,27	0,22	0,88		
5	0,22	0,20	0,84	0,98		
6	0,07	0,88	0,28	0,41		
7	0,82	0,04	0,78	1,00		
8	0,25	0,49	0,27	0,73		
9	0,25	0,26	0,45	0,89		
10	0,03	0,08	0,34	0,95		
11	0,26	0,58	0,80	0,92		
12	0,77	0,29	0,61	0,97		
13	0,89	0,26	0,53	0,99		
14	0,77	0,57	0,27	0,90		
15	0,10	0,72	0,73	0,83		
16	0,37	0,06	0,82	0,99		
17	0,47	0,93	0,12	0,57		
18	0,35	0,04	0,55	0,99		
19	0,90	0,37	0,45	0,98		
20	0,77	0,36	0,23	0,94		
21	0,19	0,71	0,19	0,53		
22	0,51	0,42	0,18	0,83		
23	0,12	0,31	0,37	0,83		
24	0,90	0,81	0,57	0,96		
25	0,37	0,64	0,49	0,79		
26	0,90	0,92	0,40	0,94		
27	0,60	0,23	0,02	0,91		
28	0,13	0,09	0,69	0,98		



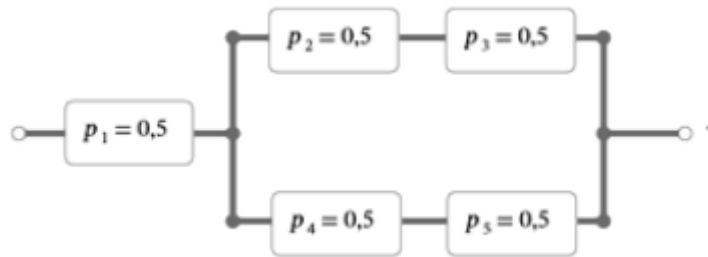
Задание №4

Решение:

Excel:

Задание №5

Пять элементов соединены, как показано на схеме. Вероятности их безотказной работы – p_1, p_2, \dots, p_5 . Вычислите по ним вероятность $P(A)$ безотказной работы всего устройства.



Решение:

$$X1 = p1$$

$$X2 = p2 * p3 - \text{последовательное соединение}$$

$$X3 = p4 * p5 - \text{последовательное соединение}$$

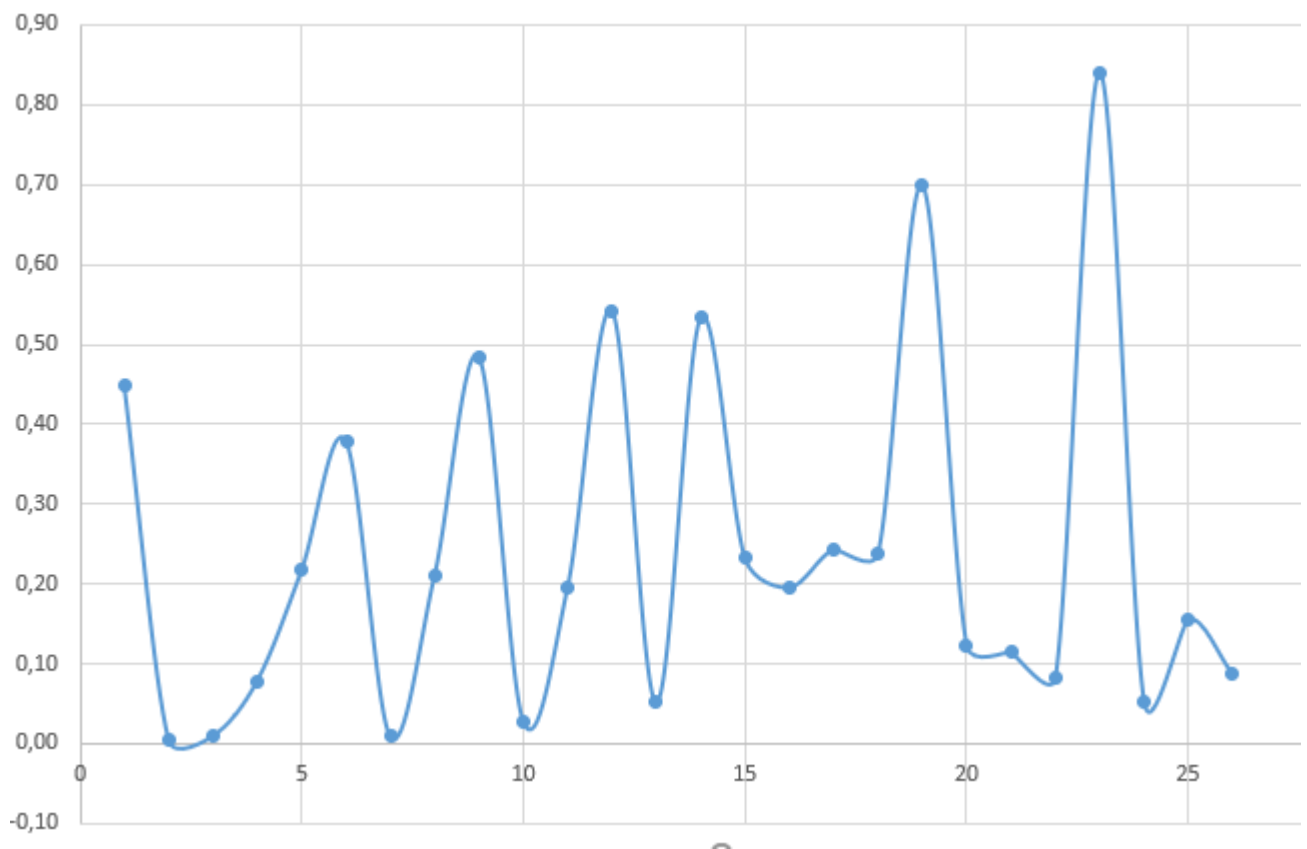
$$X = X1 * (X2 + X3) - \text{событие X}$$

$$P(X) = P(X1) * P(X2 + X3)$$

$$P(A) = p1 * (1 - (1 - p2 * p3)) * (1 - (p4 * p5)))$$

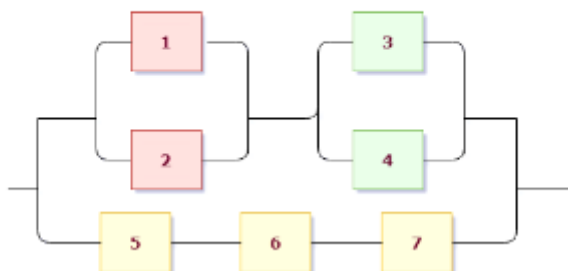
Excel:

F2				✕ ✓ f_x		$=A2*(1 - (1-(B2*C2))*(1-(D2*E2)))$	
	A	B	C	D	E	F	G
1	p1	p2	p3	p4	p5	P(A)	
2	0,76	0,18	0,18	0,82	0,71	0,45	
3	0,79	0,01	0,09	0,15	0,04	0,01	
4	0,02	0,37	0,55	0,78	0,31	0,01	
5	0,43	0,28	0,51	0,11	0,48	0,08	
6	0,34	0,80	0,64	0,48	0,51	0,22	
7	0,43	0,48	0,92	0,98	0,82	0,38	
8	0,03	0,40	0,62	0,11	0,44	0,01	
9	0,70	0,81	0,10	0,81	0,29	0,21	
10	0,55	0,04	0,70	0,94	0,94	0,48	
11	0,11	0,27	0,35	0,52	0,35	0,03	
12	0,37	0,19	0,56	0,65	0,72	0,20	
13	0,60	0,66	0,56	0,93	0,91	0,54	
14	0,13	0,53	0,35	0,49	0,51	0,05	
15	0,94	0,91	0,50	0,32	0,64	0,53	
16	0,58	0,31	0,73	0,39	0,58	0,23	
17	0,31	0,96	0,52	0,32	0,82	0,20	
18	0,51	0,84	0,28	0,33	0,97	0,24	
19	0,64	0,06	0,87	0,62	0,55	0,24	
20	0,87	0,73	1,00	0,88	0,34	0,70	
21	0,15	0,58	0,90	0,70	0,84	0,12	
22	0,69	0,80	0,09	0,29	0,35	0,12	
23	0,44	0,14	0,99	0,37	0,15	0,08	
24	0,89	0,98	0,81	0,87	0,87	0,84	
25	0,41	0,87	0,03	0,48	0,21	0,05	
26	0,53	0,09	0,98	0,27	0,84	0,16	
27	0,32	0,88	0,20	0,95	0,13	0,09	



Задание №6

Найдите вероятность безотказной работы функциональной цепи, состоящей из независимо работающих элементов. Подберите случайным образом вероятности всех элементов для получения максимальной надежности.



Решение:

$$X1 = p1 + p2$$

$$X2 = p3 + p4$$

$$X3 = X1 * X2$$

$$X4 = p5 * p6 * p7$$

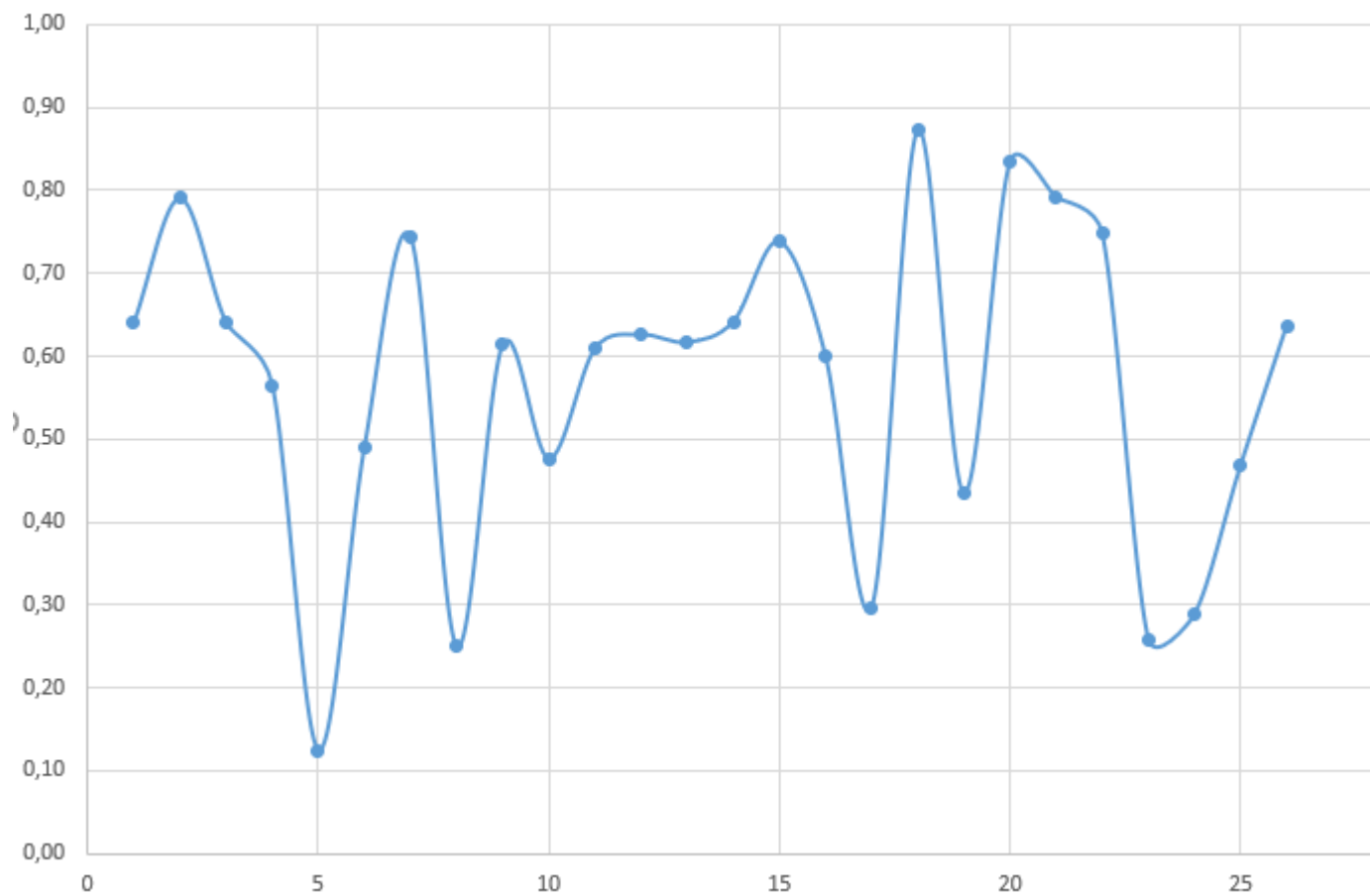
$$X = X3 + X4$$

$$P(X) = P(X1) * P(X2) + P(X4)$$

$$P(A) = 1 - (1 - (1 - (1 - p1) * (1 - p2))) * (1 - (1 - p3) * (1 - p4))) * (1 - (p5 * p6 * p7))$$

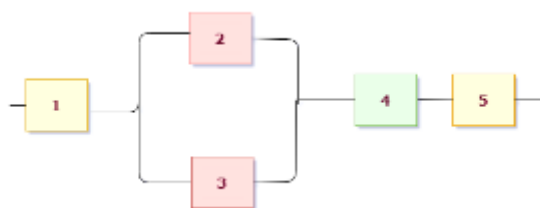
Excel:

<div> <div>H2</div> <div> <div>✕</div> <div>✓</div> <div>f_x</div> </div> <div>= 1-(1-(1-(1-A2)*(1-B2)) *(1-(1-C2)*(1-D2))))*(1-(E2*F2*G2))</div> </div>										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	P(A)		
2	0,09	0,82	0,57	0,24	0,72	0,74	0,34	0,64		
3	0,71	0,43	0,65	0,83	0,53	0,83	0,02	0,79		
4	0,59	0,35	0,65	0,17	0,84	0,59	0,49	0,64		
5	0,89	0,53	0,13	0,53	0,06	0,39	0,22	0,57		
6	0,88	0,51	0,04	0,01	0,17	0,55	0,82	0,12		
7	0,80	0,83	0,34	0,05	0,69	0,30	0,95	0,49		
8	0,48	0,54	0,81	0,84	0,92	0,32	0,08	0,74		
9	0,24	0,04	0,76	0,44	0,72	0,05	0,49	0,25		
10	0,43	0,14	0,71	0,53	0,79	0,80	0,49	0,61		
11	0,13	0,49	0,08	0,46	0,84	0,38	0,85	0,48		
12	0,13	0,97	0,04	0,59	0,58	0,26	0,40	0,61		
13	0,56	0,07	0,68	0,87	0,72	0,76	0,24	0,63		
14	0,69	0,05	0,76	0,49	0,05	0,02	0,25	0,62		
15	0,35	0,20	0,78	0,74	0,51	0,82	0,82	0,64		
16	0,67	0,20	0,15	0,98	0,36	0,60	0,27	0,74		
17	0,65	0,09	0,70	0,33	0,45	0,98	0,28	0,60		
18	0,21	0,07	0,36	0,75	1,00	0,51	0,17	0,30		
19	0,90	0,18	0,83	0,18	0,74	0,87	0,60	0,87		
20	0,48	0,11	0,15	0,77	0,90	0,34	0,03	0,43		
21	0,79	0,52	0,82	0,42	0,54	0,92	0,27	0,83		
22	0,68	0,84	0,42	0,70	0,30	0,18	0,50	0,79		
23	0,63	0,27	0,25	0,90	0,68	0,35	0,93	0,75		
24	0,24	0,38	0,24	0,30	0,59	0,12	0,19	0,26		
25	0,39	0,41	0,25	0,26	0,07	0,62	0,04	0,29		
26	0,15	0,47	0,56	0,54	0,34	0,46	0,31	0,47		
27	0,44	0,85	0,23	0,56	0,77	0,29	0,36	0,64		



Задание №7

Найдите вероятность обрыва цепи, если вероятность отказа каждого элемента равна p_i . Значения этих элементов сгенерируйте случайным образом, а их отказы являются независимыми событиями.



Решение:

$$X_1 = p_1$$

$$X_2 = p_2 + p_3$$

$$X_3 = p_4 * p_5$$

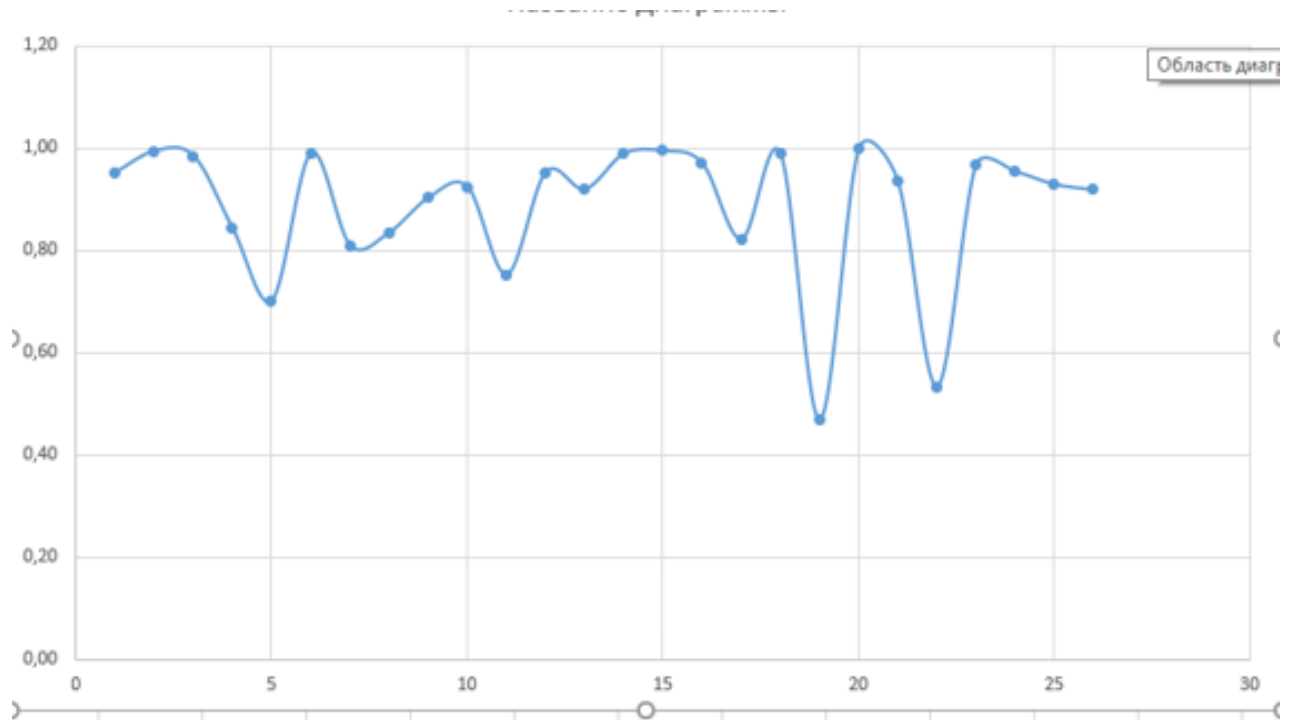
$$X = X1 * X2 * X3$$

$$P(X) = 1 - (P(X1) * P(X2) * P(X3))$$

$$P(A) = 1 - (p3*(1-((1-p2)*(1-p3)))*p4*p5)$$

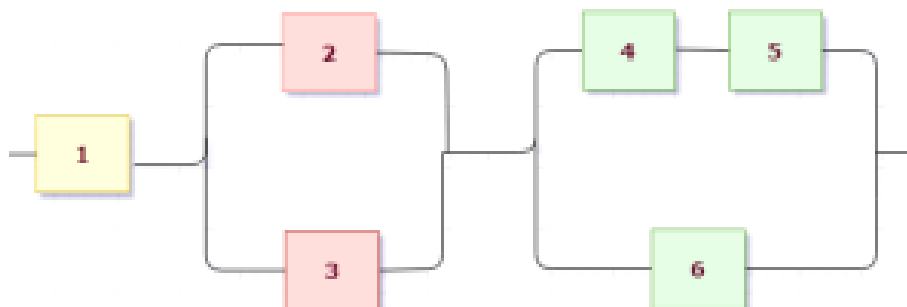
Excel:

F3 ✕ ✓ fx = 1 - (A3*(1-((1-B3)*(1 - C3)))*D3*E3)							
	A	B	C	D	E	F	G
1	Вероятности					Вероятность отказа	
2	p1	p2	p3	p4	p5	P(A)	
3	0,04	0,62	0,54	0,59	0,35	0,99	
4	0,92	0,73	0,16	0,39	0,04	0,99	
5	0,23	0,12	0,77	0,84	0,12	0,98	
6	0,11	0,58	0,65	0,46	0,84	0,96	
7	0,24	0,97	0,27	0,31	0,10	0,99	
8	0,98	0,77	0,94	0,06	0,95	0,94	
9	0,47	0,50	0,54	0,53	0,98	0,81	
10	0,19	0,73	0,55	0,68	0,69	0,92	
11	0,44	0,61	0,02	0,01	0,03	1,00	
12	0,01	0,25	0,37	0,38	0,18	1,00	
13	0,35	0,05	0,28	0,43	0,01	1,00	
14	0,62	0,90	0,66	0,43	0,53	0,86	
15	0,31	0,51	0,82	0,16	0,39	0,98	
16	0,80	0,91	0,46	0,36	0,96	0,73	
17	0,43	0,84	0,15	0,49	0,04	0,99	
18	0,95	0,75	0,12	0,74	0,09	0,95	
19	0,15	0,10	0,82	0,75	0,22	0,98	
20	0,55	0,52	0,31	0,64	0,50	0,88	
21	0,08	0,58	0,24	0,10	0,50	1,00	
22	0,02	0,45	0,32	0,90	0,21	1,00	
23	0,73	0,16	0,34	0,82	0,42	0,89	
24	0,92	0,11	0,71	0,03	0,88	0,98	
25	0,64	0,24	0,29	0,93	0,43	0,88	
26	0,94	0,32	0,26	0,12	0,98	0,94	
27	0,10	0,26	0,90	0,44	0,29	0,99	
28	0,82	0,02	0,32	0,26	0,72	0,95	
29							



Задание №8

Дана схема включения элементов. Вероятность безотказной работы каждого элемента в течение времени T равна p : 1) найдите вероятность события B ; 2) вычислите $P(B)$ при $p_i = \text{случайное число}$.



Решение:

$$X1 = p1$$

$$X2 = p2 + p3$$

$$X3 = p4 * p5 + p6$$

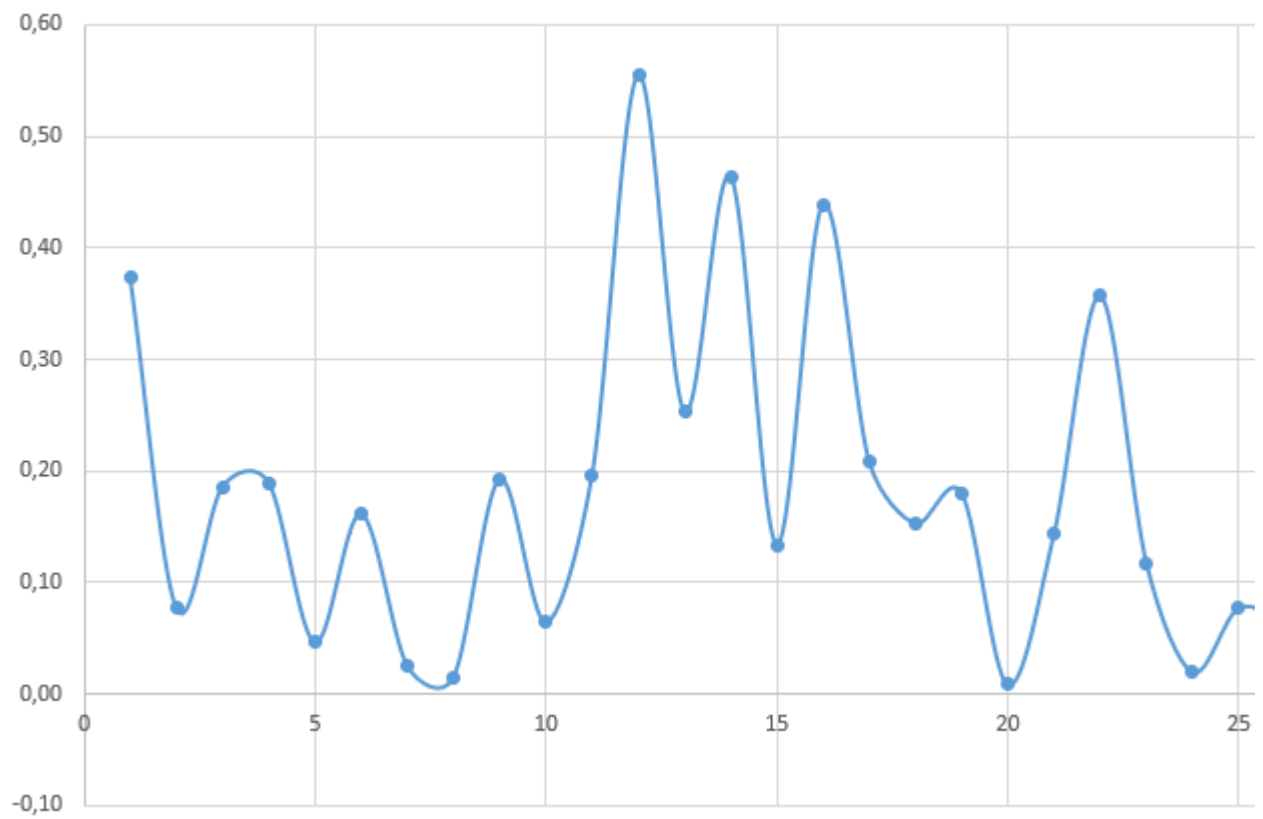
$$X = X1 * X2 * X3$$

$$P(X) = P(X1) * P(X2) * P(X3)$$

$$P(A) = p1*(1-(1-p2) * (1-p3))*(1-(1-p4*p5)*(1-p6))$$

Excel:

G2				fx		= A2*(1-(1-B2)*(1-C2))*(1-(1-D2*E2)*(1-F2))		
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	p1	p2	p3	p4	p5	p6	P(A)	
2	0,76	0,19	0,57	0,43	0,01	0,75	0,37	
3	0,81	0,23	0,07	0,99	0,13	0,23	0,08	
4	0,83	0,33	0,48	0,33	0,76	0,12	0,19	
5	0,53	0,30	0,41	0,21	0,41	0,57	0,19	
6	0,18	0,00	0,28	0,45	0,88	0,89	0,05	
7	0,31	0,35	0,33	0,76	0,92	0,75	0,16	
8	0,06	0,55	0,52	0,17	0,78	0,44	0,03	
9	0,05	0,55	0,21	0,48	0,76	0,19	0,01	
10	0,72	0,36	0,60	0,53	0,04	0,34	0,19	
11	0,61	0,63	0,06	0,55	0,02	0,15	0,06	
12	0,61	0,12	0,50	0,65	0,79	0,13	0,20	
13	0,72	0,76	0,10	0,72	0,45	0,98	0,56	
14	0,46	0,98	0,24	0,77	0,45	0,33	0,25	
15	0,74	0,64	0,89	0,31	0,53	0,58	0,46	
16	0,55	0,14	0,75	0,01	0,98	0,30	0,13	
17	0,54	0,38	0,84	0,76	0,46	0,86	0,44	
18	0,30	0,75	0,02	0,47	0,89	0,88	0,21	
19	0,71	0,20	0,11	0,51	0,92	0,53	0,15	
20	0,60	0,10	0,79	0,80	0,22	0,23	0,18	
21	0,09	0,22	0,38	0,41	0,19	0,11	0,01	
22	0,46	0,38	0,14	0,43	0,06	0,65	0,14	
23	0,42	0,72	0,50	0,97	0,88	0,99	0,36	
24	0,73	0,11	0,68	0,84	0,11	0,14	0,12	
25	0,08	0,23	0,11	0,63	0,87	0,60	0,02	
26	0,10	0,52	0,48	0,99	0,51	0,98	0,08	
27	0,14	0,52	0,68	0,71	0,49	0,30	0,06	



Вывод: Получил навыки применения формул сложения и умножения вероятностей для решения задач надёжности электрических схем.