

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Отчет

по лабораторной работе

№3 дисциплины "Теория

вероятностей и

математическая

статистика"

Выполнил: Хасаншин Д.Р.

Группа: ТРП-2-20

Проверил: Будникова
И.К.

Казань-2021

СХЕМА НЕЗАВИСИМЫХ ИСПЫТАНИЙ. ФОРМУЛА БЕРНУЛЛИ

Цель работы: освоить применение формулы Бернулли для решения практических задач.

Теоретические сведения:

В общем виде схема повторных независимых испытаний записывается в виде задачи. Пусть производится n опытов, вероятность наступления события А в каждом из которых (вероятность успеха) равна p , вероятность не наступления (неуспеха) – соответственно $q = 1 - p$. Чтобы найти вероятность, что событие А наступит в точности k раз в n опытах

Формула Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k},$$

Задания на выполнение лабораторной работы

1. Изучите алгоритм применения схемы независимых испытаний по формуле Бернулли.
2. Решите задачи своего варианта с применением соответствующих формул Бернулли.
3. Освойте функции MS Excel, предназначенные для решения задач с применением формул Бернулли.
4. Выполните решение указанных задач с помощью специальных функций MS Excel.
5. Ответьте на контрольные вопросы.

Задания для индивидуального выполнения

Номера задач сгенерированных в Excel:

	A	B	C	D	E	F
1	16					
2	2					
3	22					
4	6					
5	5					
6	24					
7	11					
8	25					
9	4					
10	9					

2. В результате каждого визита страхового агента договор заключается с вероятностью $1/4$. Какова вероятность того, что из 10 визитов страхового агента 5 закончатся заключением договора?

Решение:

k – число успехов

n – число испытаний

p – вероятность успеха

q – вероятность неудачи

$$k = 5; n = 10; p = 0,25; q = 0$$

Подставляем в формулу Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k * p^k * (1 - p)^{n - k}$$

$$P_{10}(5) = C_{10}^5 * 0,25^5 * (1 - 0,25)^{10 - 5} = 0,058$$

Excel:

БИНОМРАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения)

=БИНОМРАСП(Н8;F4;F5;0)										
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Число испытаний		n =		10						
Вероятность успеха		p =		0,25						
Вероятность неуспеха		q =		0,75						
Вероятность, что событие наступит в точности		k =			5		раз(a), равна			0,058

4. Зачетная работа по предмету состоит из 6 задач, при этом зачет считается сданным, если студент решил хотя бы три из них. Студент Иванов может решить каждую задачу с вероятностью 0,6. Какова вероятность того, что он сдаст зачет?

Решение:

k – число успехов

n – число испытаний

p – вероятность успеха

q – вероятность неудачи

$$k \geq 3; n = 6; p = 0,6; q = 0,4$$

Подставляем в формулу Бернулли:

Используем формулу для события не произойдёт не менее k раз:

$$P_n(k \leq N \leq n) = \sum_{i=k}^n C_n^i * p^i * q^{n-i}$$

$$P_6(3 \leq N \leq 6) = \sum_{i=3}^6 C_6^i * p^3 * q^{6-i} = 0,821$$

Excel:

1 – БИНОМРАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения) + БИНОМРАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Вероятность успеха			p =	0,6			
3	Число испытаний			n =	6			
4	Вероятность неуспеха			q =	0,4			
5								
6								
7	Вероятность, что событие наступит			k >= 3	раз(a) равна			0,821

5. Тест по теории вероятностей состоит из 10 вопросов. На каждый вопрос в тесте предлагается 4 варианта ответа, из которых нужно выбрать один правильный. Какова вероятность того, что, будучи совершенно не готовым к тесту, студент угадает правильные ответы по крайней мере на 6 вопросов?

Решение:

k – число успехов

n – число испытаний

p – вероятность успеха

q – вероятность неудачи

k = 6; n = 10; p = 0,25; q = 0,75;

$$P_n(k \leq N \leq n) = \sum_{i=k}^n C_n^i * p^i * q^{n-i}$$

$$P_{10}(6 \leq N \leq 10) = \sum_{i=6}^{10} C_{10}^i * 0,25^i * 0,75^{10-i} = 0,02$$

Excel:

1 – БИНОМРАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения) + БИНОМРАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения)

								= 1 - БИНОМРАСП(6;E2;E1;1)+БИНОМРАСП(6;E2;E1;0)
A	B	C	D	E	F	G	H	
Вероятность успеха		p =		0,25				
Число испытаний		n =		10				
Вероятность неуспеха		q =		0,75				
Вероятность, что событие наступит		k >= 6		раз(а) равна				0,020

6. Статистика аудиторских проверок компании утверждает, что вероятность обнаружения ошибки в каждом проверяемом документе равна 0,1. Какова вероятность того, что из 10 проверенных документов большинство не будет содержать ошибки?

Решение:

k – число успехов

n – число испытаний

p – вероятность успеха

q – вероятность неудачи

$$k = 6; n = 10; p = 0,9; q = 0,1;$$

$$P_n(k \leq N \leq n) = \sum_{i=k}^n C_n^i * p^i * q^{n-i}$$

$$P_{10}(6 \leq N \leq 10) = \sum_{i=6}^{10} C_{10}^i * 0,9^6 * 0,1^{10-i} =$$

Excel:

1 – БИНОМРАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения) + БИНОМРАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения)

A	B	C	D	E	F	G	H
Вероятность успеха			p =	0,9			
Число испытаний			n =	10			
Вероятность неуспеха			q =	0,1			
Вероятность, что событие наступит			k >= 6	раз(a) равна			0,998

9. Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть 2 партии из 4 или 3 партии из 6 (ничьи во внимание не принимаются)?

Решение:

k – число успехов

n – число испытаний

p – вероятность успеха

q – вероятность неудачи

A1 – выигрыш 2-х партий из 4-х

A2 – выигрыш 3-х партий из 6

$$k_1 = 2; n_1 = 4; p_1 = 0,5; q_1 = 0,5;$$

$$k_2 = 3; n_2 = 6; p_2 = 0,5; q_2 = 0,5;$$

$$P(A1) = P_4(2) = C_4^2 * 0,5^2 * (1 - 0,5)^{4-2} = 0,375$$

$$P(A2) = P_6(3) = C_6^3 * 0,5^3 * (1 - 0,5)^{6-3} = 0,3125$$

$0,375 > 0,3125$, поэтому событие A1 вероятнее A2

Excel:

БИНОМ.РАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения)

Н6				f _x	=БИНОМ.РАСП(2;4;0,5;0)		
A	B	C	D	E	F	G	H
1	Вероятность успеха		p1 =	0,5			
2	Число испытаний		n1 =	4			
3	Вероятность неуспеха		q1 =	0,5			
4							
5							
6	Вероятность, что событие наступит		k = 2	раз(a) равна	0,375		
7							
8							
9	Вероятность успеха		p2 =	0,5			
10	Число испытаний		n2 =	6			
11	Вероятность неуспеха		q2 =	0,5			
12							
13							
14	Вероятность, что событие наступит		k = 3	раз(a) равна	0,3125		
15							

11. Играют равносильные противники. Что вероятнее: выиграть не менее трех партий из четырех или не менее шести из восьми (ничьи не учитываются)?

Решение:

k – число успехов

n – число испытаний

p – вероятность успеха

q – вероятность неудачи

A1 – не менее 3-х побед из 4-х

A2 – не менее 6 побед из 8

k1 = 3; n1 = 4; p1 = 0,5; q = 0,5;

k2 = 6; n2 = 8; p2 = 0,5; q = 0,5;

$$P_n(k \leq N \leq n) = \sum_{i=k}^n C_n^i * p^i * q^{n-i}$$

$$P(A1) = P_4(3 \leq N \leq 4) = \sum_{i=3}^4 C_4^i * 0,5^3 * 0,5^{4-3} = 0,3125$$

$$P(A2) = P_8(6 \leq N \leq 8) = \sum_{i=6}^8 C_8^i * 0,5^6 * 0,5^{8-6} = 0,254$$

$0,3125 > 0,254$, поэтому событие A1 вероятнее A2

Excel:

1 – БИНОМ.РАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения) + БИНОМ.РАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Вероятность успеха			p1 =	0,5			
2	Число испытаний			n1 =	4			
3	Вероятность неуспеха			q1 =	0,5			
4								
5								
6	Вероятность, что событие наступит			k >= 3	раз(a) равна			0,3125
7								
8								
9	Вероятность успеха			p2 =	0,5			
10	Число испытаний			n2 =	8			
11	Вероятность неуспеха			q2 =	0,5			
12								
13								
14	Вероятность, что событие наступит			k >= 6	раз(a) равна			0,254
15								

16. С завода отправили 100 ящиков с хрупким товаром. Вероятность того, что ящик повредится в пути, равна 0,01. Какое наиболее вероятное число поврежденных ящиков будет на станции приема груза?

Решение:

m – наивероятнейшее число наступлений успеха

n – число испытаний

p – вероятность успеха

q – вероятность неудачи

$n = 100; p = 0,99; q = 0,01;$

Воспользуемся формулой: $np - q \leq m \leq np + p \Rightarrow 100*0,99 - 0,01 \leq m \leq 100*0,99 + 0,99; 98,99 \leq m \leq 99,99 \Rightarrow m = 99;$

Значит наивероятнейшее число наступлений неудачи $= n - m = 100 - 99 = 1;$

Excel:

ОКРУГЛВВЕРХ(Число испытаний * Вероятность успеха – Вероятность неудачи; Число разрядов)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Вероятность успеха			$p =$	0,99					
2	Число испытаний			$n =$	100					
3	Вероятность неуспеха			$q =$	0,01					
4										
5	Событие имеет наивероятнейшее число наступлений:				98,99	\leq		m	99	\leq
6										
7	Противоположное событие имеет наивероятнейшее число наступлений $n - m =$								1	
8										

22. В цехе работают 8 станков. Вероятность безотказной работы каждого 0,9. Найдите вероятность того, что хотя бы один станок откажет в работе.

Решение:

k – число успехов

n – число испытаний

p – вероятность неудачи

q – вероятность успеха

$n = 8; k \geq 1; p = 0,9; q = 0,1;$

$$P_n(X \geq 1) = 1 - P_n(0) = 1 - q^n$$

$$P_8(X \geq 1) = 1 - P_8(0) = 1 - 0,9^8 = 0,57$$

Excel:

1 – БИНОМ.РАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Вероятность успеха		p =		0,1				
2	Число испытаний		n =		8				
3	Вероятность неуспеха		q =		0,9				
4									
5									
6	Вероятность, что событие наступит хотя бы			k = 1	раз(a) равна				0,570

24. Каждый из 100 компьютеров в интернет-кафе занят клиентом в среднем в течение 80 % рабочего времени. Какова вероятность того, что в момент проверки клиентами будет занято: а) от 70 до 90 компьютеров; б) не менее 80 компьютеров?

Решение:

k – число успехов

n – число испытаний

p – вероятность успеха

q – вероятность неудачи

$$n = 100; p = 0,8; q = 0,2$$

$$\text{a)} \quad 90 \geq k \geq 70;$$

$$P_n(k_1 \leq N \leq k_2) = \sum_{i=k_1}^{k_2} C_n^i * p^i * q^{n-i} = \sum_{i=70}^{90} C_{100}^{70} * 0,8^{70} * 0,2^{90-70} = 0,992$$

БИНОМ.РАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения) – БИНОМ.РАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения) + БИНОМ.РАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения)

J6											
1	Вероятность успеха		p =		0,8						
2	Число испытаний		n =		100						
3	Вероятность неуспеха		q =		0,2						
4											
5											
6	Вероятность, что событие наступит			90 >= k >= 70			раз(a) равна				0,992

b) $80 \leq k$

$$P_n(k \leq N \leq n) = \sum_{i=k}^n C_n^i * p^i * q^{n-i} = \sum_{i=80}^{100} C_{100}^i * 0,8^{80} * 0,2^{100-80} = 0,559$$

1 - БИНОМ.РАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения) + БИНОМ.РАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха; Интегральная функция распределения)

Вероятность успеха	p =	0,8
Число испытаний	n =	100
Вероятность неуспеха	q =	0,2
Вероятность, что событие наступит	k >= 80	раз(a) равна
		0,559

25. Страховая фирма заключила 10 000 договоров. Вероятность страхового случая по каждому в течение года составляет 2 %. Найти вероятность того, что таких случаев будет не более 250.

Решение:

k – число успехов

n – число испытаний

p – вероятность успеха

q – вероятность неудачи

n = 10000; p = 0,98; q = 0,02; k <= 250;

$$P_n(0 \leq k \leq k_3) = \sum_{i=k_3}^n C_n^i * p^i * q^{n-i}$$

$$P_{10000}(0 \leq k \leq 250) = \sum_{i=250}^{10000} C_{10000}^{250} * 0,98^{250} * 0,02^{10000-250} = 0$$

Excel:

БИНОМ.РАСП(Число успехов; Число испытаний; Вероятность успеха;
Интегральная функция распределения)

J6	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Вероятность успеха			p =	0,98					
2	Число испытаний			n =	10000					
3	Вероятность неуспеха			q =	0,02					
4										
5										
6	Вероятность, что событие наступит			k<=250		раз(a) равна				0,000

Вывод: освоили применение формулы Бернулли для решения практических задач.