Задания к курсу «ПОДЗЕМНАЯ ГИДРОДИНАМИКА»
(бакалавры, 8-й семестр)

Общие указания

Решение каждой задачи предполагает

- самостоятельное составление расчетной программы для ЭВМ,
- выполнение необходимых расчетов и
- мини-отчет /краткое сообщение о полученных результатах.

Язык программирования и метод решения СЛАУ выбирается студентами по их усмотрению.

Распределение баллов по задачам

1.1 = 5 баллов
1.2 = 6 баллов
2.1 = 7 баллов
2.2 = 7 баллов
3.1 = 3 балла
3.2 = 1 балл
3.3 = 2 балла
4.1 = 2 балла
5.1 = 7 баллов

Итого 40 баллов + 10 баллов за посещения = 50 баллов

Задача-1.1 – прямолинейно параллельный поток, однородный пласт

Решение одномерной задачи о стационарном распределении давления в однородном пласте (с абсолютной проницаемостью k и пористостью m) при прямолинейно параллельной фильтрации однофазной однородной жидкости с вязкостью μ между галереями скважин (на расстоянии L с давлением $p(x=0)=p_0$ и $p(x=L)=p_1$, $p_0 > p_1$) в пренебрежении сжимаемостью пласта и фильтрующейся жидкости.

Решение следует строить в безразмерных переменных:

$$\overline{x}=\frac{x}{L},\quad \overline{p}=\frac{p-p_1}{\Delta p},\quad \overline{u}=\frac{u}{u^0},\quad u^0=\frac{k}{\mu}\frac{\Delta p}{L},\quad \Delta p = p_0 - p_1.$$

Тогда закон Дарси и стационарное уравнение пьезопроводности с граничными условиями записываются в виде

$$u=-\nabla p, \tag{1}$$

$$\nabla(\nabla p)=0;\qquad p(0)=1,\ p(1)=0. \tag{2}$$

<u>Необходимо</u>

1) построить численное решение задачи (2) на заданной расчетной сетке;

2) вычислить невязку E полученного численного решения p_n с аналитическим решением p_a (и убедиться, что она равна нулю):

$$E=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1}\left(p_n^j-p_a\left(x^j\right)\right)^2},$$

где p_n^j –значение сеточной функции давления в узле j; N – число узлов сетки;

3) определить скорость (истинную и фильтрации) и время прохождения частиц между галереями при $L=100$ м, $k=10^{-12}\,\text{м}^2$, $m=0.2$, $\Delta p=10^6$ Па, $\mu=10^{-3}$ Па $\cdot$ с.

<u>Варианты расчетных сеток</u>

1) регулярная сетка;

2) произвольная сетка (координаты узлов задаются в текстовом файле).

Задача-1.2 – прямолинейно параллельный поток, неоднородный пласт

Решение одномерной задачи о стационарном распределении давления в **неоднородном** пласте с пористостью и проницаемостью $m(x)=m^0=\text{const}$, $k(x)=k^0 f(x)$, $k^0=\text{const}$ при прямолинейно параллельной фильтрации однофазной однородной жидкости с вязкостью μ между галереями скважин (на расстоянии L с давлением $p(x=0)=p_0$ и $p(x=L)=p_1$, $p_0>p_1$) в пренебрежении сжимаемостью пласта и фильтрующейся жидкости.

Решение строится в безразмерных переменных: $\bar{x}=\dfrac{x}{L}$, $\bar{p}=\dfrac{p-p_1}{\Delta p}$, $\bar{u}=\dfrac{u}{u^0}$, $u^0=\dfrac{k^0}{\mu}\dfrac{\Delta p}{L}$, $\Delta p=p_0-p_1$.

Тогда закон Дарси и стационарное уравнение пьезопроводности с граничными условиями записываются в виде

$$u=-f(x)\nabla p, \tag{1}$$

$$\nabla\left(f(x)\nabla p\right)=0; \quad p(0)=1,\ p(1)=0. \tag{2}$$

<u>Необходимо</u>

1) построить численное решение задачи (2) на заданной расчетной сетке;

2) вычислить невязку E численного решения p_n с аналитическим решением p_a (и убедиться, что она равна нулю):

$$E=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1}\left(p_n^j-p_a\left(x^j\right)\right)^2},$$

где p_n^j – значение сеточной функции давления в узле j; N – число узлов сетки;

3) определить скорость (истинную и фильтрации) и время прохождения частиц между галереями при $L=100$ м, $k^0=10^{-12}\text{м}^2$, $m=0.2$, $\Delta p=10^6$ Па, $\mu=10^{-3}$ Па·с.

<u>Варианты поля проницаемости</u>

1) $f(x)\equiv 1$, – однородный пласт (сравнить с задачей 1.1); 2) $f(x)=\begin{cases}1.0, & 0\le x<0.5,\\ 0.1, & 0.5\le x\le 1,\end{cases}$ – зонально неоднородный пласт;

3) $f(x)=\begin{cases}1.0, & 0\le x<0.75,\\ K, & 0.75\le x\le 1,\end{cases}$ – вычислить аналитически такое K, при котором скорость фильтрации совпадет со скоростью в случае п.2); проверить совпадение скоростей по численному решению.

Задача-2.1 – плоскорадиальный поток, однородный пласт

Решение одномерной стационарной задачи о распределении давления в однородном пласте при плоскорадиальной однофазной фильтрации к скважине в пренебрежении сжимаемостью пласта и фильтрующейся жидкости.

Решение следует строить в безразмерных переменных:

$$\bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{p} = \frac{p - p_w}{p_R - p_w}.$$

Стационарное уравнение пьезопроводности и граничные условия в безразмерных переменных записываются в виде

$$\nabla(\nabla p) = 0,$$

$$p(r = r_w) = 0; \quad p(r = 1) = 1.$$

<u>Необходимо</u>

1) построить численное решение задачи на заданной расчетной сетке;

2) построить график зависимости невязки E полученного численного решения p_n с аналитическим решением p_a от числа N узлов расчетной сетки; невязку можно рассчитать как среднеквадратическое отклонение:

$$E = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1}\left(p_n^j - p_a\left(r^j\right)\right)^2},$$

где p_n^j – значение сеточной функции давления в узле j;

3) построить график распределения скорости $u(r)$;

4) определить размерное время прохождения частиц от контура питания до скважины при $R = 100$ м, $r_w = 0.1$ м, $k^0 = 10^{-12}$ м^2, $m = 0.2$, $\Delta p = 10^6$ Па, $\mu = 10^{-3}$ Па $\cdot$ с.

<u>Варианты расчетных сеток</u>

1) регулярная сетка;

2) логарифмическая сетка: $x_n = r_w\left(R/r_w\right)^{n/N}$;

3) сетка пп.1), 2) с поправочным коэффициентом.

Задача-2.2 – плоскорадиальный поток, неоднородный пласт

Решение одномерной задачи о стационарном распределении давления в **неоднородном** пласте с пористостью и проницаемостью $m(r) = m^0 = \text{const}$, $k(r) = k^0 f(r)$, $k^0 = \text{const}$

при плоскорадиальной фильтрации однофазной однородной жидкости с вязкостью μ к скважине радиуса r_w от контура питания радиуса R в пренебрежении сжимаемостью пласта и фильтрующейся жидкости.

Решение следует строить в безразмерных переменных:

$$\bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{p} = \frac{p - p_w}{\Delta p}, \quad \bar{u} = \frac{u}{u^0}; \quad u^0 = \frac{k^0}{\mu}\frac{\Delta p}{L}, \quad \Delta p = p_R - p_w.$$

Тогда закон Дарси, стационарное уравнение пьезопроводности и граничные условия в безразмерных переменных запишутся в виде

$$u = -f(r)\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}, \qquad \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r f(r)\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}\right) = 0, \qquad p(r = r_w) = 0; \quad p(r = 1) = 1.$$

<u>Необходимо</u>

1) построить численное решение задачи на заданной расчетной сетке;

2) построить график зависимости невязки E численного решения p_n с аналитическим решением p_a от числа N узлов;

3) построить графики распределения давления $p(r)$ и скорости $u(r)$;

4) определить численно и аналитически размерное время прохождения частиц от контура питания до скважины при $R = 100$ м, $r_w = 0.1$ м, $k^0 = 10^{-12}$ м^2, $m = 0.2$, $\Delta p = 10^6$ Па, $\mu = 10^{-3}$ Па$\cdot$с;

5) построить зависимость расхода скважины q от радиуса $R = \{0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 0.75\}$ и проницаемости $K = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$ низкопроницаемой зоны.

<u>Варианты поля проницаемости</u>

1) $f(r) = 1$, – однородный пласт (сравнить с задачей 2.1); 2) $f(r) = \begin{cases} 1.0, & r_w \le r < 0.5, \\ 0.1, & 0.5 \le r \le 1, \end{cases}$ – зонально неоднородный пласт;

3) $f(r) = \begin{cases} 1.0, & 0 \le r < 0.75, \\ K, & 0.75 \le r \le 1, \end{cases}$ – вычислить аналитически такое K, при котором расход $q = u(r = r_w)$ скважины совпадет с расходом из п. 2); проверить совпадение скоростей фильтрации обоих численных решений.

Задача-3.1 – потенциал

Решение двумерной стационарной задачи о распределении давления и фильтрационных потоков в однородном пласте с заданными граничными условиями и расстановкой скважин методом потенциалов.

Необходимо

1) определить функцию потенциала фильтрационного течения;
2) построить семейство изобар (линий постоянного потенциала) и линий тока (линий постоянства функции тока);
3) исследовать влияние основных параметров задачи на структуру фильтрационного потока.

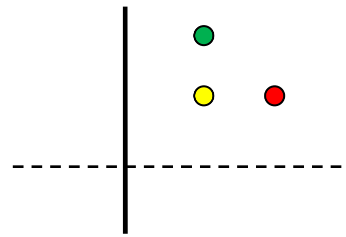
Варианты граничных условий и расстановки скважин

1) одиночная добывающая скважина в круговом пласте;
2) одиночная добывающая скважина вблизи прямолинейного контура питания;
3) одиночная добывающая скважина вблизи прямолинейной непроницаемой границы;
4) произвольная система скважин в пласте с удаленным контуром питания.

Задача 3.2:

3 скважины (0,0), (1,0), (0,1)

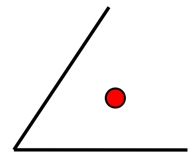
границы: x=-1 непроницаемая, y=-1 постоянное давление



Вопрос: можно ли смоделировать случай полностью замкнутого прямоугольного контура?

Задача 3.3:

1 скважина на биссектрисе угла 45 градусов с непроницаемыми границами



Задача-4.1 – оценка дебита несовершенных и горизонтальных скважин

Необходимо с помощью эмпирических формул выполнить следующее

1) Проанализировать соотношение дебитов несовершенной скважины, вычисленных по формулам

- Н.К.Гиринского: $Q_1 = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln(1.66 b/r_c)}$,

- М.Маскета:
$$Q_2 = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\xi},\ \xi = \frac{1}{2\bar{h}}\left[2\ln\frac{4h}{r_c} - \phi(\bar{h})\right] - \ln\frac{4h}{R_k},\ \bar{h} = \frac{b}{h},$$
$$\phi(x) = \ln\frac{\Gamma(0.875x)\Gamma(0.125x)}{\Gamma(1-0.875x)\Gamma(1-0.125x)}$$

- Козени: $Q = \frac{2\pi kh\bar{h}}{\mu} \frac{p_к - p_c}{\ln R_к/r_c}\left(1 + 7\sqrt{\frac{r_c}{2h\bar{h}}}\cos\frac{\pi\bar{h}}{2}\right)$.

- И.А.Чарного: $Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_к - p_c}{\ln R_к/R_0 + h/r_c - h/R_0}$

2) Проанализировать соотношение дебитов горизонтальной скважины, вычисленных по формулам

- Ю.П.Борисова: $Q_4 = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln\frac{2R_k}{l} + \frac{h}{2l}\ln\frac{h}{2\pi r_c}}$,

- С.Д.Джоши: $Q_5 = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln\frac{a+\sqrt{a^2-l^2}}{l} + \frac{h}{2l}\ln\frac{h}{2r_c}}$, $a = l\sqrt{0.5 + \sqrt{0.25 + (R_k/l)^4}}$.

Задача-5.1 – Глобальная динамика энергетического состояния залежи

1. Из уравнения пьезопроводности $\beta^* \dfrac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{u} = 0$, $\beta^* = m\beta_{ж} + \beta_c$

   составить обыкновенное ДУ относительно среднего давления залежи нефти, разрабатываемой системой скважин.

   Следует сформулировать модель для **трех вариантов** граничных условий:

   I. все границы непроницаемы;

   II. все границы непроницаемы, кроме подошвы, на которой задано давление $p_{Г}$;

   III. кровля и подошва непроницаемы, на боковых границах задано давление $p_{Г}$.

2. Построить динамику среднего пластового давления по заданным ФЕС

   $p_0 = p_{Г} = 100$ атм, $H = 50$ м, $F = 10$ млн.м^2,

   $m = 0.2$, $k = 50$ мД, $\mu = 0.05$ Па с,

   $\beta_{ж} = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$, $\beta_{с} = 2 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

   Предполагать, что месторождение разрабатывается 50 скважинами с постоянными дебитами $q_o = 10\,\text{м}^3/\text{сут}$.

   Для каждого варианта граничных условий следует ответить на следующие вопросы:

   а) через какое время среднее давление в пласте снизится до давления насыщения $p_s = 20$ атм?

   б) сколько нагнетательных скважин с постоянной приемистостью $q_i = 50\,\text{м}^3/\text{сут}$ необходимо ввести в эксплуатацию для компенсации отборов так, чтобы давление не опускалось ниже давления насыщения?