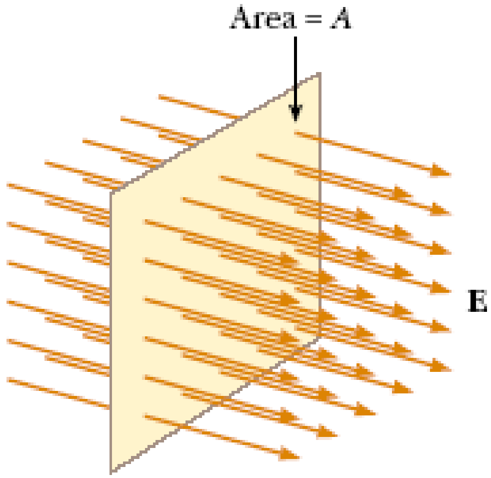
İÇERİK

- Elektrik Akısı
- Gauss Yasası
- Gauss Yasasının Yüklü Yalıtkanlara Uygulanması
- Elektrostatik Dengedeki İletkenler

Elektrik Akısı

- Elektrik alan çizgilerini daha nicel biçimde anlamak için elektrik akı kavramı kullanılır.



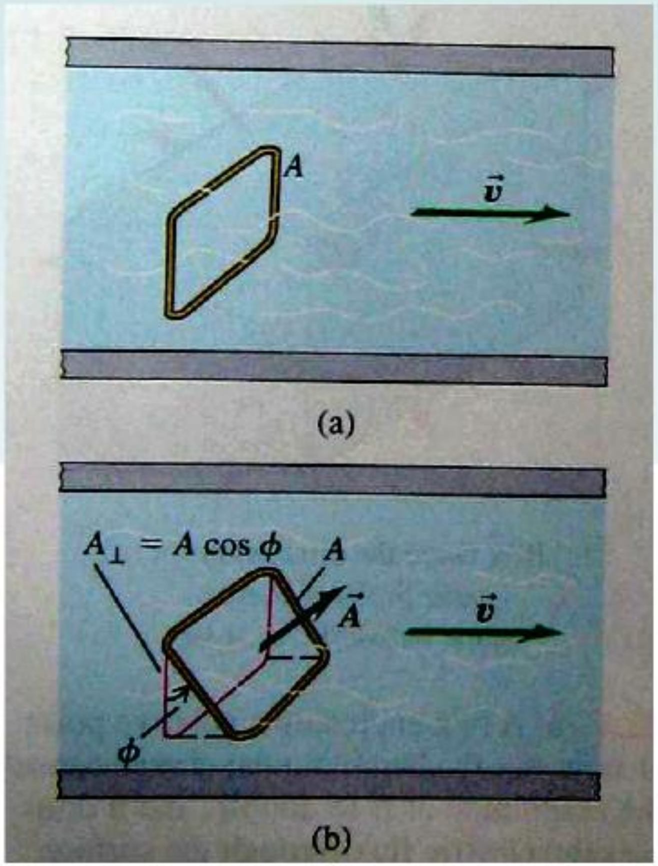
Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

- Birim yüz ölçümden geçen alan çizgilerinin sayısının, elektrik alanın büyüklüğüyle orantılıdır.
- *A* yüz ölçümünden geçen alan çizgilerinin sayısı *EA* ile orantılıdır

$$\boxed{\Phi_E = EA}$$

Elektrik akısı bir yüzeyden geçen elektrik alan çizgileri sayısı ile orantılıdır.

Elektrik Akısı

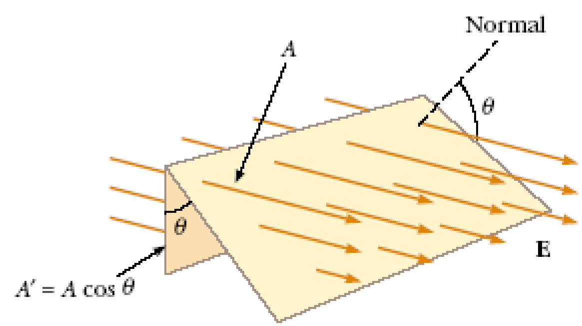


Ref: University Physics, Young & Freedman, Pearson Addison Wesley

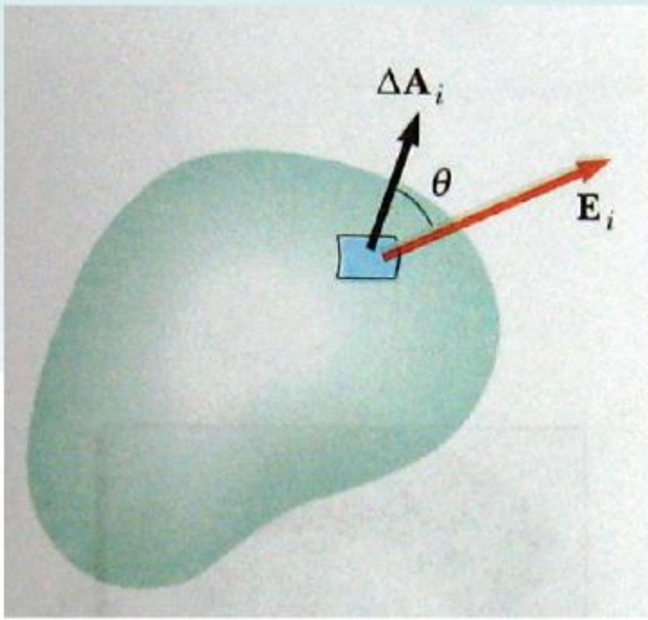
- Elektrik akısı hesaplanacak alan, elektrik alana dik değilse yüzeyden geçen akı daha az olur.

$$\Phi_E = EA_\perp = EA\cos\phi$$

- Elektrik alanının düzgün olmayan yüzeylerde, elektrik akısı küçük yüzey öğeleri için anlamlıdır.



Elektrik Akısı



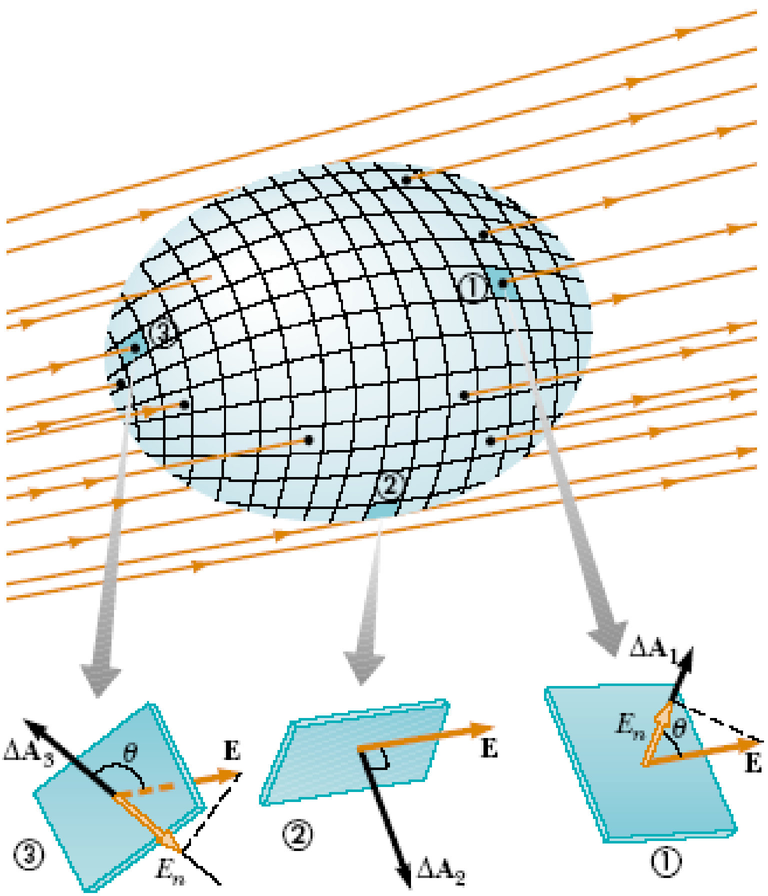
Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

$$\Delta\Phi_E = E_i \Delta A_i \mathit{Cos}\,\theta = E_i . \Delta A_i$$

Yüzeyden geçen toplam akı, bütün öğelerin katkısı toplanarak bulunur.

$$\Phi_E = \lim_{\Delta A \to 0} \sum \vec{E}_i \bullet \Delta A_i = \int_{y\ddot{u}zey} \vec{E} \bullet d\vec{A}$$

Elektrik Akısı



$$\Phi_E = \oint E.dA = \oint E_n dA$$

Kapalı bir yüzey, uzayı iç ve dış bölgelere ayıran yüzey olarak tanımlanır.

Kapalı bir yüzeyin her noktasında $\Delta \mathbf{A}_i$ vektörleri yüzeye dik olup dışarı doğru yönelmişlerdir.

1) E dışarı doğru ve $\theta < 90^o \Rightarrow$ $\Delta\Phi_E = E\Delta A \, Cos\theta$ *(Akı pozitif)*
2) Alan çizgileri yüzeyi yalayarak geçer $\theta = 90^o$ ve akı sıfırdır
3) Alan çizgileri yüzeyi dışardan içeri doğru geçerler, $180^o > \theta > 90^o$ *(Akı negatiftir)*

Örnek

Merkezinde +1,00 μC luk bir yük bulunduran 1,00 m yarıçaplı bir küreden geçen elektrik akısı ne kadardır?

$$E = k_e \frac{q}{r^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)\,\frac{1.00 \times 10^{-6}\text{ C}}{(1.00\text{ m})^2}$$

$$= 8.99 \times 10^3 \text{ N/C}$$

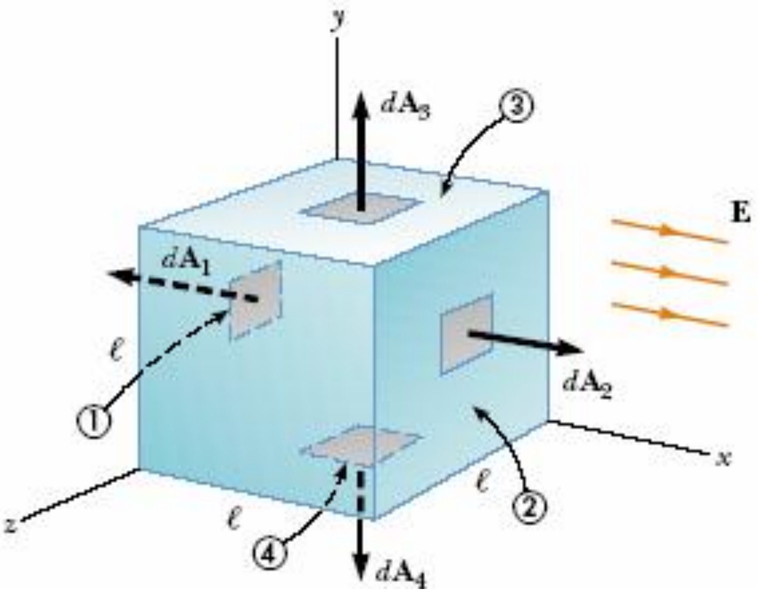
The field points radially outward and is therefore everywhere perpendicular to the surface of the sphere. The flux through the sphere (whose surface area $A = 4\pi r^2 = 12.6\text{ m}^2$) is thus

$$\Phi_E = EA = (8.99 \times 10^3 \text{ N/C})(12.6\text{ m}^2)$$

$$= \boxed{1.13 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}}$$

Örnek

x doğrultusunda yönelmiş düzgün bir E elektrik alanı göz önüne alınsın. Şekilde görüldüğü gibi yönlendirilen *l* kenar uzunluklu bir kübün yüzeyinden geçen net elektrik akısını bulunuz.



3 ve 4 yüzeylerinde E alanı dA yüzeyine dik olduğundan akı bu yüzeylerde sıfırdır. 1 ve 2 nolu yüzeylerde akı ise;

$$\Phi_E = \int_1 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} + \int_2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}$$

$$(\theta = 180°);\quad \int_1 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_1 E(\cos 180°)\, dA = -E\int_1 dA = -EA = -E\ell^2$$

$$(\theta = 0°)\quad \int_2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_2 E(\cos 0°)\, dA = E\int_2 dA = +EA = E\ell^2$$

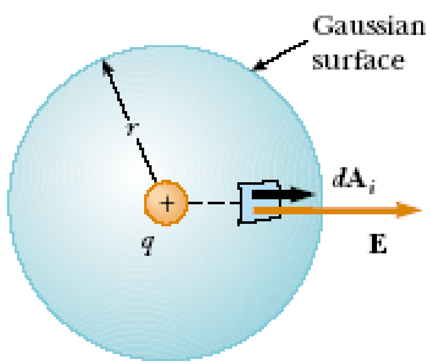
Diğer yüzeylerde de akı sıfırdır ve 6 yüzeydeki toplam akı;

$$\Phi_E = -E\ell^2 + E\ell^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = \boxed{0}$$

Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

Gauss Kanunu

- Gauss yasası, kapalı bir yüzeyden (gauss yüzeyi) geçen net elektrik akısıyla, yüzey tarafından sarılan yük arasındaki genel bağıntıdan bahseder.



Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

Küre yüzeyinden geçen elektrik alanın büyüklüğü;

$$E = k_e q / r^2$$

$$E.\Delta A_i = E\Delta A_i$$

$$\Phi_E = \oint E.dA = \oint E dA = E\oint dA$$

$$\oint dA = A = 4\pi r^2$$

Karl Friedrich Gauss

German mathematician and astronomer (1777–1855)

Gauss received a doctoral degree in mathematics from the University of Helmstedt in 1799. In addition to his work in electromagnetism, he made contributions to mathematics and science in number theory, statistics, non-Euclidean geometry, and cometary orbital mechanics. He was a founder of the German Magnetic Union, which studies the Earth's magnetic field on a continual basis.

Gauss Kanunu

Bir q yükünü saran r yarıçaplı küresel bir gauss yüzeyinden geçen net akı;

$$\Phi_E = \frac{k_e q}{r^2}\left(4\pi r^2\right) = 4\pi k_e q$$

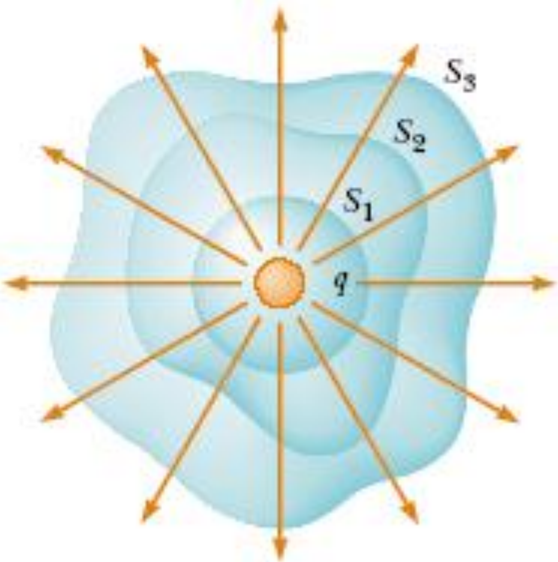
$$k_e = 1 \big/ 4\pi\varepsilon_0$$

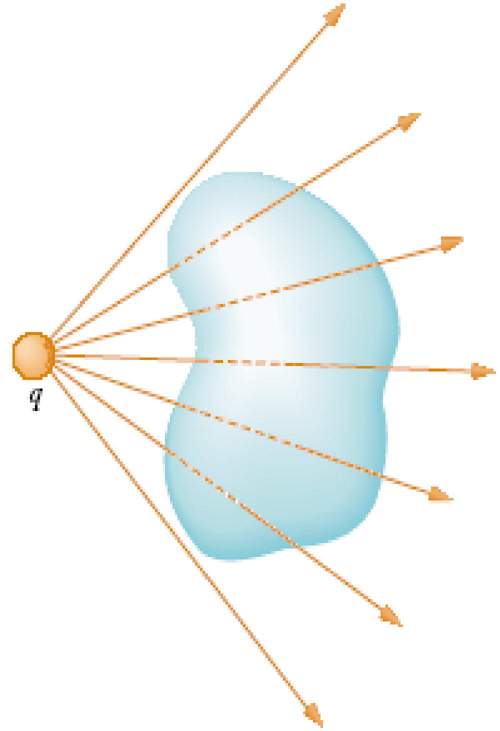
$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Küresel yüzeyden geçen net akı, yüzey içindeki yükle orantılıdır!

Gauss Kanunu

Herhangi kapalı bir yüzeyden geçen net elektrik akısı, yüzeyin biçiminden bağımsızdır ve nokta bir q yükünü saran her hangi bir kapalı yüzeyden geçen net akı q/ε_0 dır.





Yük sarmayan kapalı bir yüzeyden geçen net elektrik akısı sıfırdır!

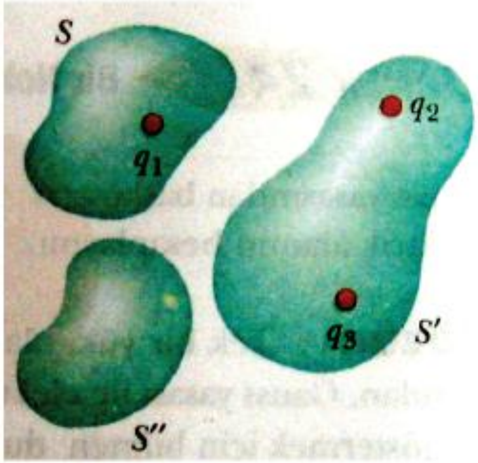
Ref: Fen ve Mühendislik icin Fizik 2. Serway & Beichner

Gauss Kanunu

Gauss yasası, yüksek simetrili yük dağılımından ileri gelen toplam elektrik akısını hesaplamada kullanılır.

Herhangi bir kapalı yüzeyden geçen net akı;

$$\Phi_E = \oint E.dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$



Herhangi kapalı bir yüzeyden geçen net elektrik akısı yalnızca o yüzey içindeki yüke bağlıdır. S, S′ ve S″ yüzeylerinden geçen net akıları yazabilir misiniz?

Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

Gauss Yasasının Yüklü Yalıtkanlara Uygulanması

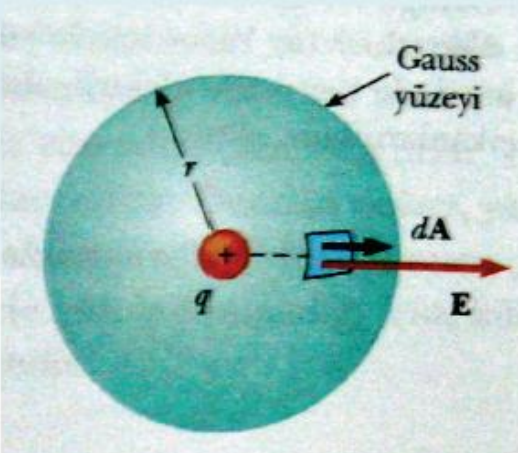
- Gauss kanunu bütün yük dağılımları ve kapalı yüzeyler için geçerlidir
- Gauss yasası kullanılarak toplam elektrik akısının hesaplanması yüksek simetrili yük dağılımları için oldukça kullanışlıdır
- Gauss yüzeyi olarak bilinen bu yüksek simetriye sahip, yük dağılımı verilmişse Gauss yasası kullanılarak, bu yüzeydeki elektrik alan vektörü bulunabilir
- Aynı şekilde elektrik alanı verilmişse yük dağılımı hesaplanabilir.

Tablo: Gauss Yasası kullanılan tipik elektrik alan hesaplamaları

Charge Distribution	Electric Field	Location
Insulating sphere of radius R, uniform charge density, and total charge Q	$\begin{cases} k_e \dfrac{Q}{r^2} \\ k_e \dfrac{Q}{R^2} r \end{cases}$	$r > R$ $r < R$
Thin spherical shell of radius R and total charge Q	$\begin{cases} k_e \dfrac{Q}{r^2} \\ 0 \end{cases}$	$r > R$ $r < R$
Line charge of infinite length and charge per unit length λ	$2k_e \dfrac{\lambda}{r}$	Outside the line
Infinite charged plane having surface charge density σ	$\dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}$	Everywhere outside the plane
Conductor having surface charge density σ	$\begin{cases} \dfrac{\sigma}{\epsilon_0} \\ 0 \end{cases}$	Just outside the conductor Inside the conductor

Örnek

Gauss yasasından başlayarak, yalıtılmış bir q nokta yükünün elektrik alanını hesaplayınız



Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E\, dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

By symmetry, E is constant everywhere on the surface, which satisfies condition (1), so it can be removed from the integral. Therefore,

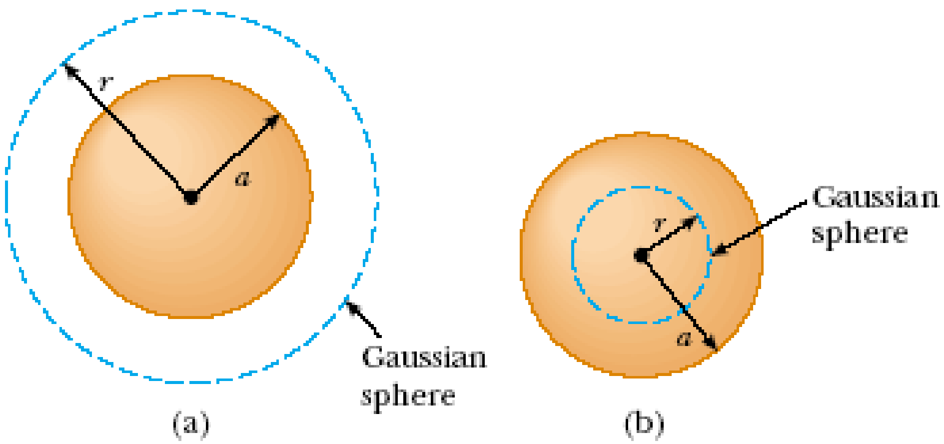
$$\oint E\, dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

where we have used the fact that the surface area of a sphere is $4\pi r^2$. Now, we solve for the electric field:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \boxed{k_e \frac{q}{r^2}}$$

Örnek

a yarıçaplı, yalıtkan, dolu bir kürenin düzgün yük yoğunluğu ρ ve toplam pozitif yükü Q dür. a) Kürenin dışındaki bir noktada, elektrik alan büyüklüğünü hesaplayınız. b) Kürenin içindeki bir noktada, elektrik alan büyüklüğünü bulunuz



$$(1) \qquad E = \boxed{k_e \frac{Q}{r^2}} \qquad (\text{for } r > a)$$

$$q_{\text{in}} = \rho V' = \rho\left(\tfrac{4}{3}\pi r^3\right)$$

(1) and (2) are satisfied. Therefore, Gauss's law in the region $r < a$ gives

$$\oint E\, dA = E \oint dA = E\,(4\pi r^2) = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Solving for E gives

$$E = \frac{q_{\text{in}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{3\epsilon_0}\, r$$

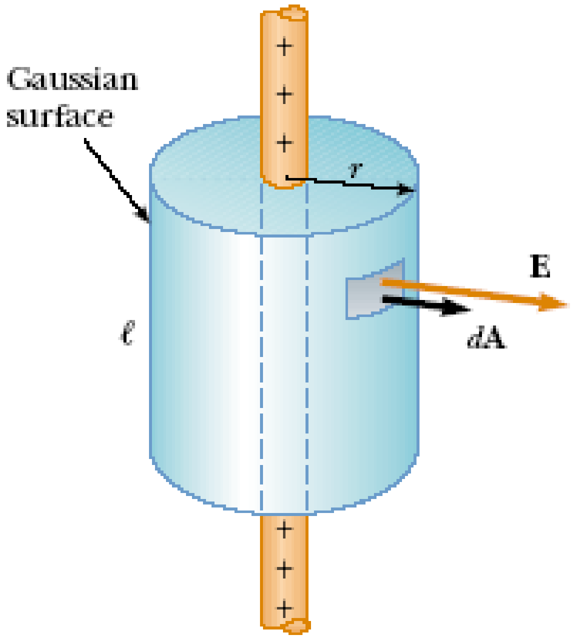
Because $\rho = Q/\frac{4}{3}\pi a^3$ by definition and because $k_e = 1/4\pi\epsilon_0$, this expression for E can be written as

$$(2) \qquad E = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 a^3} = \boxed{k_e \frac{Q}{a^3}\, r} \qquad (\text{for } r < a)$$

Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

Örnek

λ Sabit doğrusal yük yoğunluklu, sonsuz uzunlukta, doğrusal artı bir yükten r uzaklığında elektrik alanını bulunuz.



(a)

The total charge inside our gaussian surface is $\lambda\ell$. Applying Gauss's law and conditions (1) and (2), we find that for the curved surface

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E \oint dA = EA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda\ell}{\epsilon_0}$$

The area of the curved surface is $A = 2\pi r\ell$; therefore,

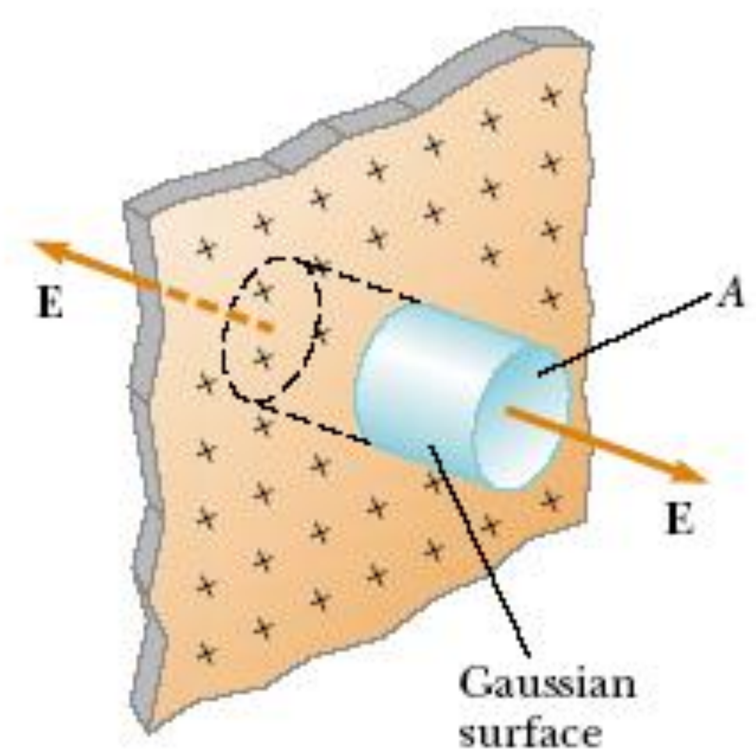
$$E(2\pi r\ell) = \frac{\lambda\ell}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \boxed{2k_e \frac{\lambda}{r}}$$

Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

Örnek

σ Düzgün yüzey yük yoğunluklu, yalıtkan, sonsuz artı yüklü bir düzlemin elektrik alanını bulunuz.



Noting that the total charge inside the surface is $q_{\text{in}} = \sigma A$, we use Gauss's law and find that the total flux through the gaussian surface is

$$\Phi_E = 2EA = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

leading to

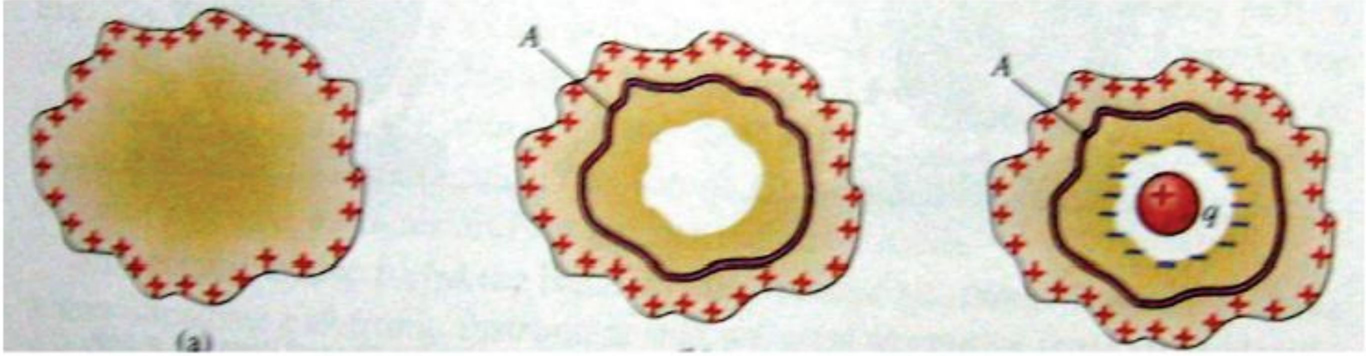
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

Elektrostatik Dengedeki İletkenler

İletken maddeler içinde net bir yük hareketi olmadığı için madde elektrostatik dengededir

Elektrostatik dengedeki bir iletkenin özellikleri; 1) İletken içinde her yerde elektrik alan sıfırdır, 2) Yalıtılmış bir iletkende bir yük varsa bu yük, iletkenin yüzeyinde bulunur, 3) Yüklü bir iletkenin hemen dışındaki elektrik alanı iletken yüzeyine dik σ/ε_0 büyüklüğündedir, 4) Düzgün biçimli olmayan bir iletkende, yüzeyin eğrilik yarıçapının en küçük olduğu yerlerde yüzeysel yük yoğunluğu en büyüktür.

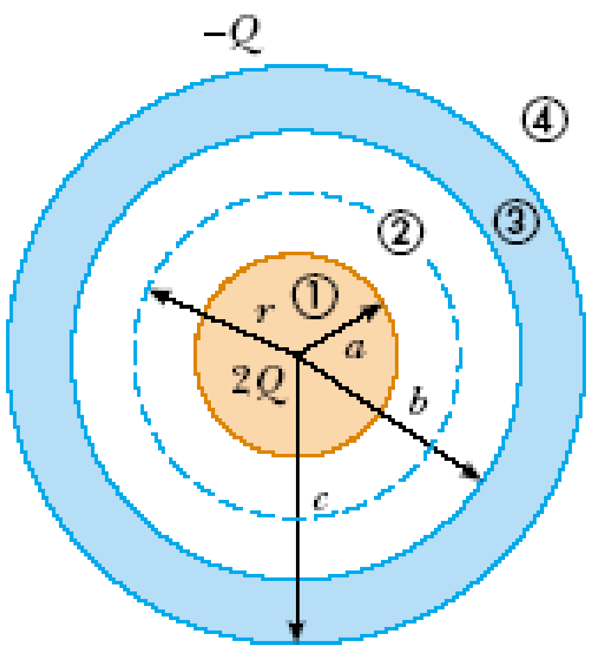


Ref: University Physics, Young & Freedman, Pearson Addison Wesley

Örnek

Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

a yarı çaplı iletken, dolu bir kürede net artı 2Q yükü bulunuyor. İç yarı çapı b, dış yarıçapı c olan iletken küresel bir tabaka, dolu küreyle aynı merkezdedir ve net –Q yükü taşımaktadır. Gauss yasasını kullanarak, tüm sistem elektrostatik dengede iken kürenin içinde, küre ile tabaka arasında, tabakanın içinde ve dışındaki elektrik alanını ve küresel yük dağılımını bulunuz.



$r < a.$ $\qquad E_1 = 0$

$$E_2 A = E_2(4\pi r^2) = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{2Q}{\epsilon_0}$$

$$(a < r < b \text{ için}) \quad E_2 = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \boxed{\frac{2k_e Q}{r^2}}$$

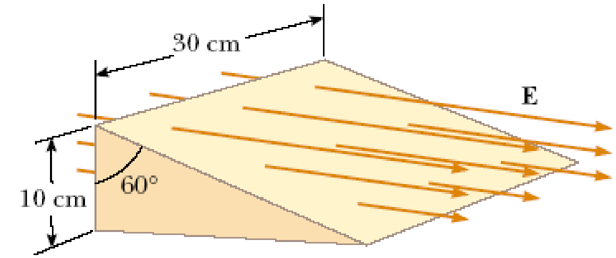
4 bölgesinde (r>c), küresel bir gauss yüzeyi seçilirse bu yüzeyin içindeki tolam yük miktarı q=2Q+(-Q)=Q olur. Burada Gauss yazası bu yüzey için uygulanırsa bu yüzeydeki elektrik alan şiddeti

$$(r > c \text{ için}) \quad E_4 = \boxed{\frac{k_e Q}{r^2}}$$ bulunur.

3 bölgesinde elektrik alan sıfırdır. Çünkü küresel kabuk iletken olduğu ve içerisinde yük olmadığı için içirideki elektrik alan sıfır olur.

Örnek

Şekildeki gibi, kapalı üçgensel bir kutunun E=7,80x10⁴ N/C büyüklüğünde yatay elektrik alanında bulunduğu düşünülsün. a) düşey yüzeyinden, b) eğik yüzeyinden, c) kutunun tüm yüzeyinden geçen elektrik akısını hesaplayını



Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

(a) $A' = (10.0\ \text{cm})(30.0\ \text{cm})$

$A' = 300\ \text{cm}^2 = 0.030\,0\ \text{m}^2$

$\Phi_{E,\,A'} = EA'\cos\theta$

$\Phi_{E,\,A'} = \left(7.80\times10^4\right)(0.030\,0)\cos 180°$

$\Phi_{E,\,A'} = \boxed{-2.34\ \text{kN}\cdot\text{m}^2/\text{C}}$

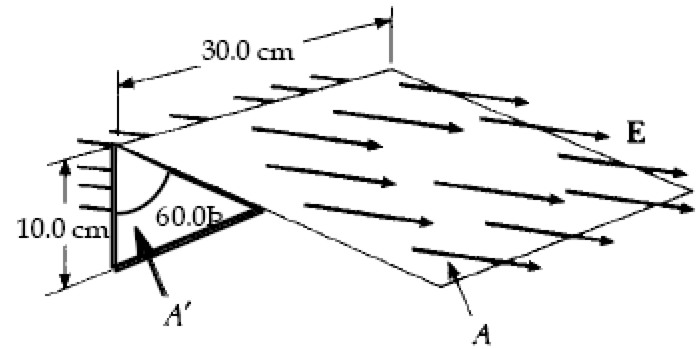


FIG. P24.4

(b) $\Phi_{E,\,A} = EA\cos\theta = \left(7.80\times10^4\right)(A)\cos 60.0°$

$A = (30.0\ \text{cm})(w) = (30.0\ \text{cm})\left(\dfrac{10.0\ \text{cm}}{\cos 60.0°}\right) = 600\ \text{cm}^2 = 0.060\,0\ \text{m}^2$

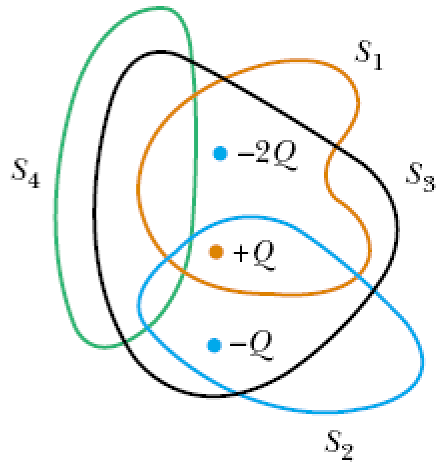
$\Phi_{E,\,A} = \left(7.80\times10^4\right)(0.060\,0)\cos 60.0° = \boxed{+2.34\ \text{kN}\cdot\text{m}^2/\text{C}}$

(c) The bottom and the two triangular sides all lie *parallel* to E, so $\Phi_E = 0$ for each of these. Thus,

$\Phi_{E,\,\text{total}} = -2.34\ \text{kN}\cdot\text{m}^2/\text{C} + 2.34\ \text{kN}\cdot\text{m}^2/\text{C} + 0 + 0 + 0 = \boxed{0}$.

SORULAR

1) Şekilde, S_1 den S_4 e kadar dört kapalı yüzey, -2 Q, + Q ve – Q yükleriyle birlikte gösterilmişlerdir. Herbir yüzeyden geçen elektrik akısını bulunuz.



Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

$$\Phi_E = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Through S_1 $\quad \Phi_E = \frac{-2Q+Q}{\epsilon_0} = \boxed{-\frac{Q}{\epsilon_0}}$

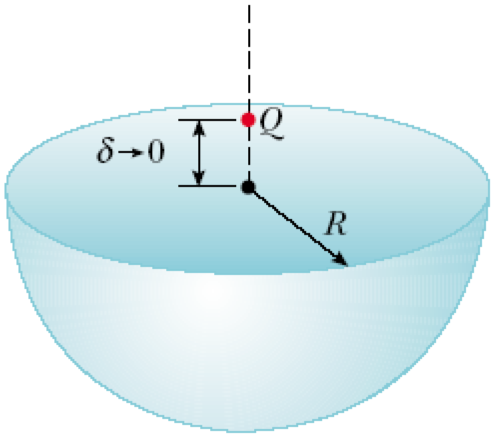
Through S_2 $\quad \Phi_E = \frac{+Q-Q}{\epsilon_0} = \boxed{0}$

Through S_3 $\quad \Phi_E = \frac{-2Q+Q-Q}{\epsilon_0} = \boxed{-\frac{2Q}{\epsilon_0}}$

Through S_4 $\quad \Phi_E = \boxed{0}$

2) 0.0462 μC'luk nokta yük bir piramidin içindedir. Piramidin yüzeyinden geçen toplam elektrik akısını bulunuz.

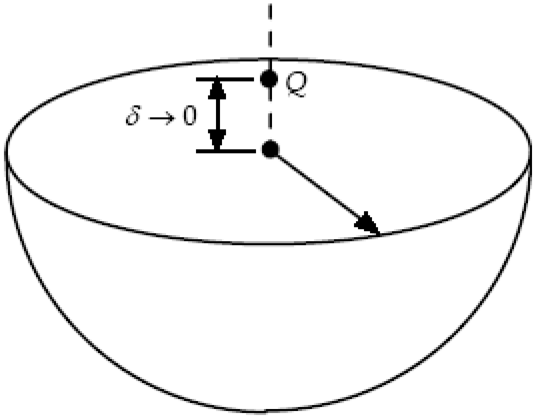
3) Şekilde gösterildiği gibi bir Q nokta yükü R yarıçaplı bir yarım kürenin düz yüzünün merkezinin hemen yukarısında bulunmaktadır. (a) Bu yarım kürenin düz olmayan yüzeyinden geçen elektrik akısı ne kadardır? (b) Bu yarım kürenin düz yüzünden geçen elektrik akısı ne kadardır? Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner



(a) δ çok küçüktür.

$$\Phi_{\text{eğri}} = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \left(k_e \frac{Q}{R^2}\right)\left(\frac{1}{2} 4\pi R^2\right) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} Q(2\pi) = \boxed{\frac{+Q}{2\epsilon_0}}$$

(b) $\Phi_{\text{eğri}} + \Phi_{\text{düz}} = 0$ veya $\Phi_{\text{flat}} = -\Phi_{\text{curved}} = \boxed{\frac{-Q}{2\epsilon_0}}$.



4) 7 μC'luk bir yük 12 cm yarıçaplı küre şeklinde bir balonun yüzeyine düzgün olarak dağılmıştır. Balonun merkezinden (a) 10 cm (b) 12.5 cm (c)30 uzaklıklarda elektrik alan şiddetini hesaplayınız. Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

5) 40 cm yarıçaplı yalıtkan bir kürede, hacmine düzgün olarak dağılmış 26 μC'luk artı yük bulunmaktadır. Küre merkezinden (a)0 cm (b) 10 cm (c) 40 cm ve (d) 60 cm uzaklıklarda elektrik alan şiddetini hesaplayınız.

Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

(a) $$E = \frac{k_e Q r}{a^3} = \boxed{0}$$

(b) $$E = \frac{k_e Q r}{a^3} = \frac{\left(8.99 \times 10^9\right)\left(26.0 \times 10^{-6}\right)(0.100)}{(0.400)^3} = \boxed{365\ \text{kN/C}}$$

(c) $$E = \frac{k_e Q}{r^2} = \frac{\left(8.99 \times 10^9\right)\left(26.0 \times 10^{-6}\right)}{(0.400)^2} = \boxed{1.46\ \text{MN/C}}$$

(d) $$E = \frac{k_e Q}{r^2} = \frac{\left(8.99 \times 10^9\right)\left(26.0 \times 10^{-6}\right)}{(0.600)^2} = \boxed{649\ \text{kN/C}}$$

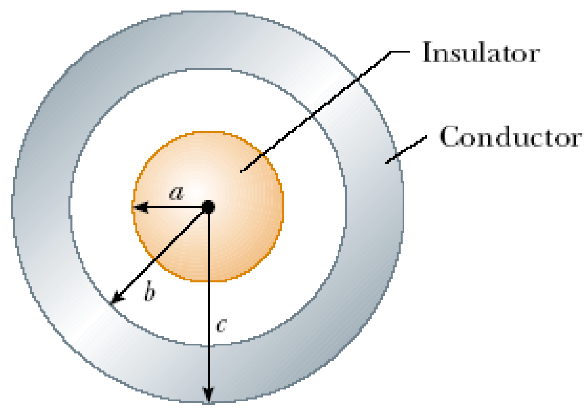
Herbir elektrik alanın yönü radyal olarak dışa doğrudur.

6) Küresel simetrik bir yük dağılımı, a sabit olmak üzere, $\rho=a/r$ yük yoğunluğuna sahiptir. Elektrik alanını r nin fonksiyonu olarak bulunuz. (Not: r yarıçaplı, dr kalınlıklı küresel bir tabakadan oluşan dV hacim elemanı $4\pi r^2 dr$ ye eşittir.)

7) İçi boş iletken bir küre, aynı merkezli olacak şekilde daha büyük iletken bir küresel kabuk içine konuluyor. İçteki kürede net –Q yükü, dıştaki kürede ise +3Q yükü bulunmaktadır. Yükler elektrostatik dengededir. Gauss yasasını kullanarak her yerdeki yükleri ve elektrik alanlarını bulunuz.

Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

8) Şekilde gösterilen düzenekte, a=5 cm, b= 20 cm ve c=25 cm olduğunu varsayalım. Bundan başka, merkezden 10 cm uzaktaki bir noktada, elektrik alanının $3.6\mathrm{x}10^{3}$ N/C değerinde radyal olarak içeriye doğru olduğunu, merkezden 50 cm uzaktaki bir noktada ise $2\mathrm{x}10^{2}$ N/C değerinde radyal olarak dışarıya doğru olduğunu varsayalım. Bu bilgilere dayanarak (a) yalıtkan küredeki yükü, (b) içi oyuk iletken küredeki net yükü ve (c) içi boş oyuk iletken kürenin iç ve dış yüzeylerindeki toplam yükü bulunuz.



Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = E\left(4\pi r^2\right) = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

(a) $$\left(-3.60\times10^{3}\ \text{N/C}\right)4\pi(0.100\ \text{m})^2 = \frac{Q}{8.85\times10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2} \qquad (a<r<b)$$

$$Q = -4.00\times10^{-9}\ \text{C} = \boxed{-4.00\ \text{nC}}$$

(b) We take Q' to be the net charge on the hollow sphere. Outside c,

$$\left(+2.00\times10^{2}\ \text{N/C}\right)4\pi(0.500\ \text{m})^2 = \frac{Q+Q'}{8.85\times10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2} \qquad (r>c)$$

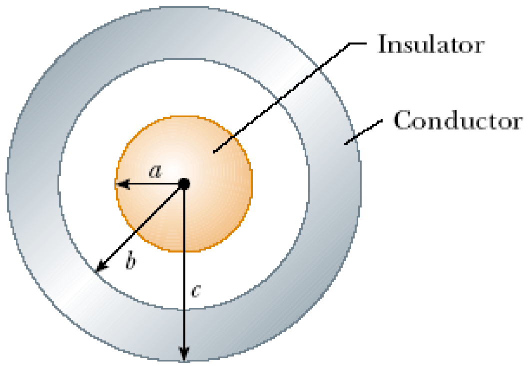
$$Q+Q' = +5.56\times10^{-9}\ \text{C}\text{, so } Q' = +9.56\times10^{-9}\ \text{C} = \boxed{+9.56\ \text{nC}}$$

(c) For $b<r<c$: $E=0$ and $q_{\text{in}} = Q+Q_1 = 0$ where Q_1 is the total charge on the inner surface of the hollow sphere. Thus, $Q_1 = -Q = \boxed{+4.00\ \text{nC}}$.

Then, if Q_2 is the total charge on the outer surface of the hollow sphere,

$$Q_2 = Q' - Q_1 = 9.56\ \text{nC} - 4.0\ \text{nC} = \boxed{+5.56\ \text{nC}}.$$

9) a yarıçaplı yalıtkan dolu bir kürenin toplam yükü Q, düzgün yük yoğunluğu ρ dur. Şekildeki gibi, bu kürenin dışında aynı merkezli, iç yarıçapı b, dış yarıçapı c olan yüksüz iletken içi boş bir küre bulunmaktadır. (a) r<a, a<r<b, b<r<c ve r>c bölgelerindeki elektrik alan şiddetini bulunuz. (b) içi oyuk kürenin iç ve dış yüzeylerinde birim yüzölçüm başına düşen etkiyle oluşan yükleri bulunuz.



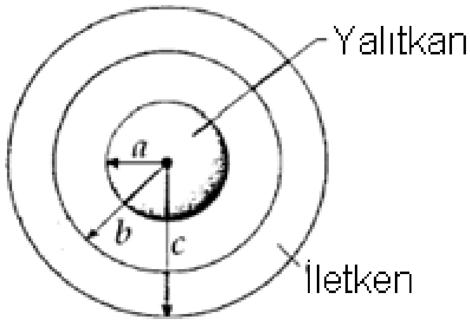
Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

(a) $\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = E(4\pi r^2) = \dfrac{q_{in}}{\epsilon_0}$

$r < a$ için $q_{in} = \rho\left(\dfrac{4}{3}\pi r^3\right)$ ve $E = \boxed{\dfrac{\rho r}{3\epsilon_0}}$.

$a < r < b$ ve $c < r$ için $q_{in} = Q$ ve $E = \boxed{\dfrac{Q}{4\pi r^2\epsilon_0}}$.

$b \le r \le c$ için $E = 0$



(b) q_1 iç yüzeydeki yük olmak üzere,

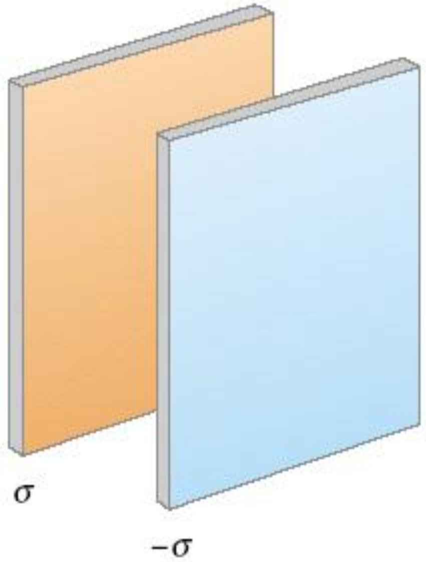
$b \le r \le c$ için $q_1 + Q = 0$ ve $\sigma_1 = \dfrac{q_1}{4\pi b^2} = \boxed{\dfrac{-Q}{4\pi b^2}}$.

q_2 dış yüzeydeki yük olmak üzere

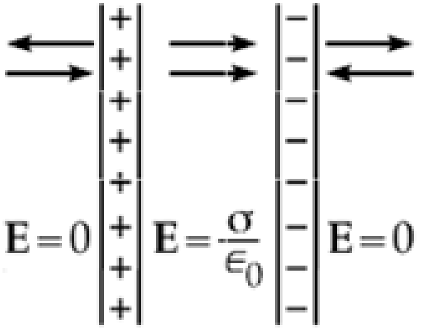
$q_1 + q_2 = 0$ ve $\sigma_2 = \dfrac{q_1}{4\pi c^2} = \boxed{\dfrac{Q}{4\pi c^2}}$.

10) Şekildeki gibi sonsuz yalıtkan iki yük tabakası birbirine paraleldir. Soldaki tabakanın düzgün yük yoğunluğu σ, sağdakinin ise –σ dır. (a) levhaların solunda, (b) arasında ve (c) sağında bulunan noktalarındaki elektrik alan değerini hesaplayınız.

Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner



$$|E_+| = |E_-| = \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0}.$$

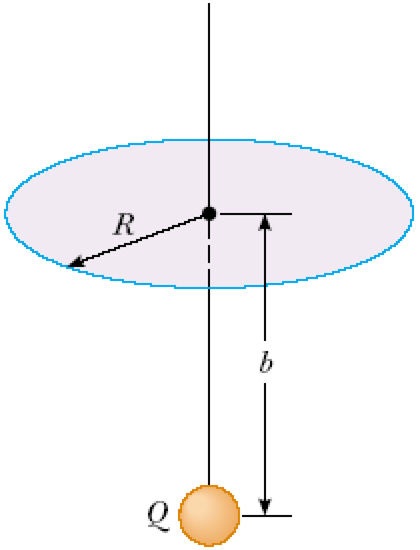


(a) Plakaların arasında sadece elektrik alan mevcuttur. Diğer bölgelerde E=0 dır.

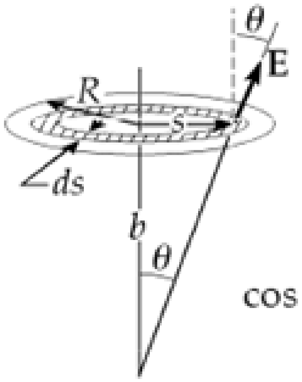
(b) Plakaların arasında $\mathbf{E} = \boxed{\frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{sağa doğru}}$.

(c) E=0 dır.

11) Bir nokta Q yükü, R yarıçaplı bir diskin ekseni üzerinde, disk düzleminden b uzaklığında bulunmaktadır. Yükten çıkan elektrik akısının dörtte biri diskten geçtiğinde, $R = \sqrt{3}b$ olduğunu gösteriniz.



$$\Phi_{\text{disk}} = \int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{\frac{1}{4}Q}{\epsilon_0}$$



$$\mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = E\,dA\cos\theta = E(2\pi s\,ds)\cos\theta\,.$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{s^2+b^2}$$

$$\cos\theta = \frac{b}{r} = \frac{b}{\left(s^2+b^2\right)^{1/2}}\,.$$

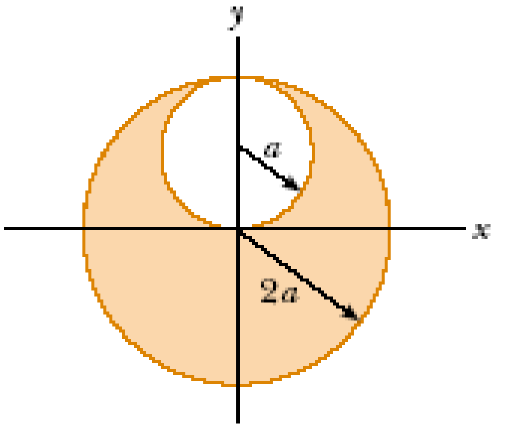
s=0 dan s=R ye kadar akı ifadesinin integrallersek,

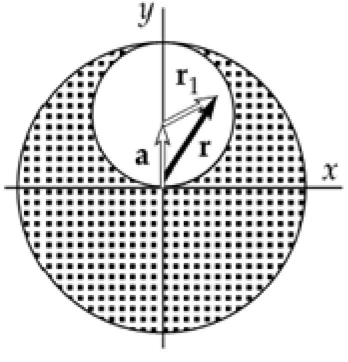
$$\Phi_{E,\,\text{disk}} = \frac{Qb}{2\epsilon_0}\int_0^R \frac{s\,ds}{\left(s^2+b^2\right)^{3/2}} = \frac{Qb}{2\epsilon_0}\left[-\left(s^2+b^2\right)^{1/2}\right]_0^R = \frac{Q}{2\epsilon_0}\left[1-\frac{b}{\left(R^2+b^2\right)^{1/2}}\right]$$

Buradan; $\dfrac{b}{\left(R^2+b^2\right)^{1/2}} = \dfrac{1}{2}$ ve $\boxed{R = \sqrt{3}b}$ bulunur

Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner

12) 2a yarıçaplı yalıtkan bir kürenin düzgün ρ hacimsel yük yoğunluğu vardır (yalıtkan maddenin elektrik alanını etkilemediğini varsayınız). Şekilde görüldüğü gibi küreden a yarıçaplı bir küre çıkartılarak bir oyuk oluşturuluyor. Bu oyuk içinde elektrik alanının düzgün ve $E_x=0$, $E_y=\rho a/3\varepsilon_0$ olduğunu gösteriniz.





Ref: Fen ve Mühendislik için Fizik 2, Serway & Beichner