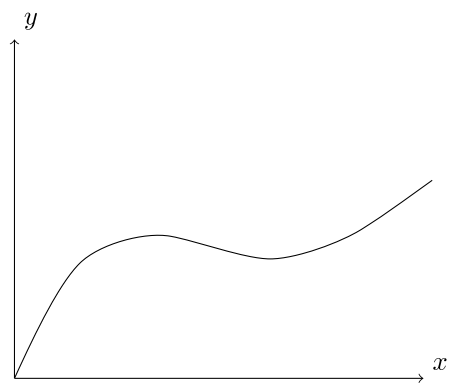
Введение в математический анализ



Теорема (Локальная теорема Муавра-Лапласа). Если в схеме Бернулли n стремится к бесконечности, величина $p \in (0,1)$ постоянна, а величина $x_m = \frac{m-np}{\sqrt{npq}}$ ограничена равномерно по m и n (то есть $\exists a, b : -\infty < a \leqslant x_m \leqslant x_m \leqslant b < +\infty$), то

$$P_n\left(m\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} \exp\left(-\frac{x_m^2}{2}\right)\left(1 + \alpha_n\left(m\right)\right)$$

Определение. $f : V \times V \to \mathbb{C}$ называется полуторалинейной формой над комплексным векторным пространством, если $\forall x, y, z \in V, \forall \alpha, \beta \in \mathbb{C}$:

1. $f\left(\alpha x + \beta y, z\right) = \alpha f\left(x, z\right) + \beta f\left(y, z\right)$
2. $f\left(x, \alpha y + \beta z\right) = \bar{\alpha} f\left(x, y\right) + \bar{\beta} f\left(x, z\right)$

Следствие. Матрицу унитарного линейного оператора можно унитарным преобразованием привести к виду Σ, т.е. $\forall U \in U\left(n\right)$ справедливо: $U = P\Sigma P^*$, где P – унитарная.

Доказательство. $x = Px', y = Py' \implies \underbrace{x^T F \bar{y}}_{\text{Запись полуторалинейной формы}} = \left(Px'\right)^T F$ □

Замечание.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt = 0$$

Лемма (Евклида). Если простое число p делит без остатка произведение двух целых чисел $x \cdot y$, то p делит x или y.

Пример. Тензор типа $(1,1)$ можно интерпретировать как линейные операторы на V.

Замечание.

$$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2 & 2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

Пример.

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geqslant 0 \\ -x, & \text{иначе} \end{cases}$$