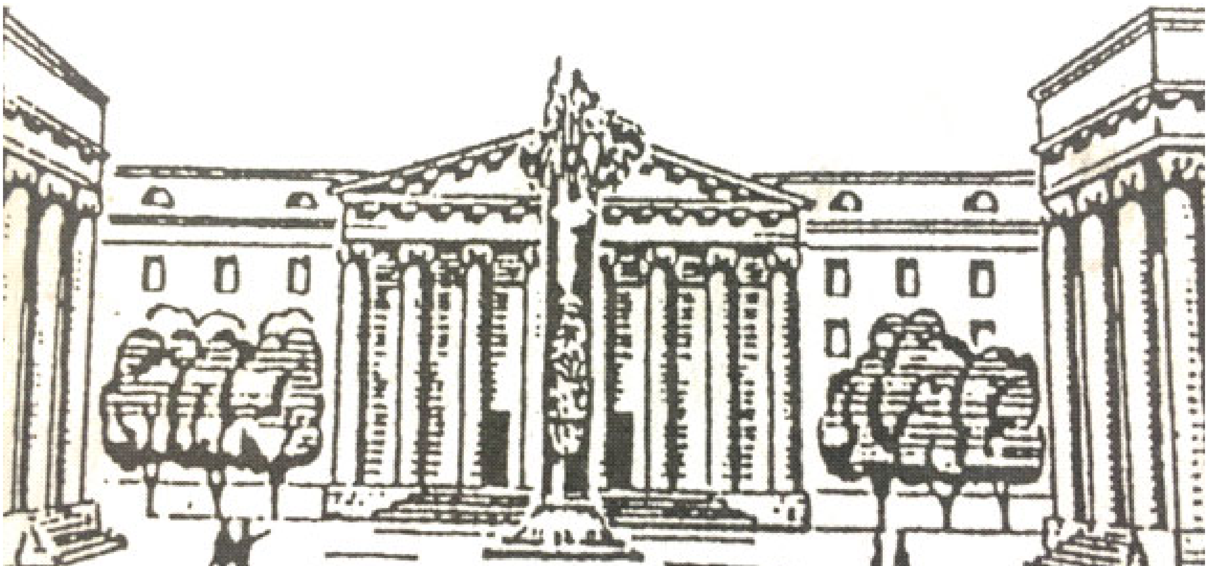
МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ (МАДИ)

МАТЕМАТИКА

ЧАСТЬ 1

НАЧАЛЬНЫЙ КУРС



МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МАДИ)

Подготовительный факультет для иностранных граждан

Утверждаю
Зав. кафедрой доцент
___________ И.А. Косарева
«___» __________ 2021 г.

МАТЕМАТИКА

В четырёх частях
Часть 1

Начальный курс

Учебно-методическое пособие для иностранных учащихся
подготовительного факультета для подготовки
к промежуточной и итоговой аттестации

МОСКВА
МАДИ
2021

УДК 51
ББК 22.1
М340

Авторы:
С. А. Полевая, Т. А. Полевая, И. Н. Ромашова, Г. В. Артемьева

М340 Математика в 4 ч. Ч. 1: Начальный курс: учебно-методическое пособие / С.А. Полевая и [др.]. – М.: МАДИ, 2021. – 68 с.

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено для начального этапа обучения иностранных граждан на подготовительном факультете. Пособие представляет собой краткий курс по базовым темам элементарной математики. В пособии учтена специфика преподавания математики на русском языке.

УДК 51
ББК 22.1

ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие предназначено для обучения иностранных учащихся математике на начальном этапе первого семестра, готовящихся на подготовительном факультете к учебе в высших учебных заведениях России. Сочетание знаково-цифрового и лексического материала в пособии позволяет осуществлять скоординированное обучение математике и русскому языку на первых занятиях по математике, оптимизируя учебный процесс.

Пособие содержит 13 тем курса. Каждая тема включает в себя текст-блок основного, минимально необходимого материала, который должен быть усвоен учащимися. Внутри каждой темы помещены термины: новые слова и словосочетания, что позволяет значительно сократить время учащегося на усвоение лексики, необходимой и достаточной для подготовки к занятиям по математике. Тексты пособия соответствуют уровню знаний учащихся по русскому языку на данном этапе обучения. Материалы пособия составлены на основании рабочих программ по математике различных профилей и уровней довузовского обучения иностранных граждан на подготовительном факультете и отвечают требованиям, предъявляемым к обучающимся при проведении контроля знаний и умений.

В рамках выделен материал, обязательный для запоминания при подготовке к промежуточной и итоговой аттестации. Теоретический материал дополнен примерами решения соответствующих задач и заданиями для самостоятельного выполнения.

Дополнительные задания к пособию представлены в Сборнике задач и упражнений по математике (для студентов-иностранцев подготовительного факультета). Ч. 1 / Н.А. Ильенко, О.Н. Васильева, Н.В. Матвеева, Т.А. Полевая, Н.С. Ременцова, И.Н. Ромашова. – М.: МАДИ, 2012 – 108с.

ТЕМА 1. ЧТЕНИЕ ЧИСЕЛ

Задание* 1*. *Прочитайте цифры:*

0 (нуль), 1 (один), 2 (два), 3 (три), 4 (четыре), 5 (пять),
6 (шесть), 7 (семь), 8 (восемь), 9 (девять) – это цифры.

***Задание* 2**. *Прочитайте числа*:

Числа

1 – один	**11 – одиннадцать**		
2 – два	**12 – двенадцать**	**20 – двадцать**	**200 – двести**
3 – три	**13 – тринадцать**	**30 – тридцать**	**300 – триста**
4 – четыре	**14 – четырнадцать**	**40 – сорок**	**400 – четыреста**
5 – пять	**15 – пятнадцать**	**50 – пятьдесят**	**500 – пятьсот**
6 – шесть	**16 – шестнадцать**	**60 – шестьдесят**	**600 – шестьсот**
7 – семь	**17 – семнадцать**	**70 – семьдесят**	**700 – семьсот**
8 – восемь	**18 – восемнадцать**	**80 – восемьдесят**	**800 – восемьсот**
9 – девять	**19 – девятнадцать**	**90 – девяносто**	**900 – девятьсот**
10 – десять		**100 – сто**	**1000 – тысяча**

Задание* 3*. 1) *Прочитайте числа:*

41 – сорок один	73 – семьдесят три
62 – шестьдесят два	38 – тридцать восемь
25 – двадцать пять	54 – пятьдесят четыре
86 – восемьдесят шесть	97 – девяносто семь

2) *Считайте:*

21 → 30; 41 → 50; 61 → 70; 81 → 90; 40 → 31; 50 → 41; 70 → 61; 80 → 91.

Задание 4. *Прочитайте числа и запишите их словами:*

63; 78; 94; 52; 31; 44; 29; 17; 58; 74; 92; 51; 22; 36; 67; 42; 83; 26.

Задание 5. 1) *Прочитайте числа:*

172 – сто семьдесят два	513 – пятьсот тринадцать
215 – двести пятнадцать	708 – семьсот восемь
312 – триста двенадцать	940 – девятьсот сорок
409 – четыреста девять	634 – шестьсот тридцать четыре

2) *Считайте:* 421 → 430; 141 → 150; 361 → 370; 581 → 590; 740 → 731; 650 → 641; 970 → 961; 880 → 891.

Задание 6. *Прочитайте числа и затем напишите их словами:*

173; 749; 927; 421; 638; 275; 351; 592; 812; 711; 184; 323; 542; 617.

Задание 7. *Прочитайте числа*:

1000 – одна тысяча
2000 – две тысячи
3000 – три тысячи
4000 – четыре тысячи
5000 – пять тысяч
6000 – шесть тысяч
19000 – девятнадцать тысяч
20000 – двадцать тысяч
21000 – двадцать одна тысяча
22000 – двадцать две тысячи
23000 – двадцать три тысячи
24000 – двадцать четыре тысячи
25000 – двадцать пять тысяч
26000 – двадцать шесть тысяч
29000 – двадцать девять тысяч
30000 – тридцать тысяч

Задание 8. *Прочитайте числа:*

1208 – одна тысяча двести восемь
2217 – две тысячи двести семнадцать
3116 – три тысячи сто шестнадцать
33101 – тридцать три тысячи сто один
4510 – четыре тысячи пятьсот десять
44103 – сорок четыре тысячи сто три
5720 – пять тысяч семьсот двадцать
15400 – пятнадцать тысяч четыреста
50142 – пятьдесят тысяч сто сорок два
200304 – двести тысяч триста четыре

Задание 9. *Прочитайте числа и напишите их словами:*

1) 43, 172, 25, 319, 512, 1268, 930, 16732, 2851, 113, 796, 3319, 12644;
2) 439, 17, 258, 3129, 1512, 126, 9308, 1672, 2510, 1913, 8796, 1319.

Задание 10. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

число́ **плюс** **ми́нус** **знак**

бо́льше, чем **ме́ньше, чем**

отрица́тельное число́ **положи́тельное число́**

чётное число **противополо́жные чи́сла**

нечётное число

Задание 11. *Прочитайте текст:*

Положительные и отрицательные числа

+ плюс	**– минус**
+2 – положительное число	**–1 – отрицательное число**
+3 – положительное число	**–7 – отрицательное число**
1; 10 – положительные числа	**–2; –10 — отрицательные числа**

0 – неположительное и неотрицательное число.

–2 и 2 – противоположные числа.

Задание 12. 1) *Прочитайте:* а) положительные числа; б) отрицательные числа:

–12; 113; 619; **–**27; 0; **–**1119; 27; **–** 19; 49; 20; **–**135; 364.

2) *Назовите противоположные им числа*.

Задание 13. *1) Прочитайте:*

а) 2; 4; 6; 8; 10; 12; … ; 20; 22; 24; … ; 34; 36; 38; … ; 46; 48; 50; … – чётные числа;

б) 1; 3; 5; 7; …;19; 21; 23; …; 31; 33; 35; …; 47; 49; 51; … – нечётные числа.

2) *Прочитайте*: а) чётные числа*;* б) нечётные числа:

17; 42; 74; 98; 102; 223; 256; 292; 305; 310; 384; 462.

Задание 14. *Прочитайте текст:*

Сравнение чисел

> больше
a > b (а больше бэ)
7 > 2 (семь больше, чем два)

< меньше
c < d (цэ меньше дэ)
3 < 7 (три меньше, чем семь)

Задание 15. *Прочитайте:*

1) 17 > – 127 (семнадцать больше, чем минус сто двадцать семь);
– 34 < 1 (минус тридцать четыре меньше, чем один);
163 > 15 (сто шестьдесят три больше, чем пятнадцать);
12 > 0 (двенадцать больше, чем нуль); –10 < 0 (минус десять меньше, чем нуль); *a* < 0 (*а* меньше, чем нуль); 0 > – 9 (нуль больше, чем минус девять).
2) – 3 > – 5; 7<11; 21 > – 21; – 9 < 0; 5 > 0; 100 > 99; –10 < – 9; 0> – 3; 0 < 1; 12 > 9; a < 10; a > –19.

Задание 16. *Прочитайте*:

2 > 0 (два больше нуля); –1 < 0 (минус один меньше нуля);
12 > 0 (двенадцать больше нуля); 20 > 0 (двадцать больше нуля);
– 19 < 0 (минус девятнадцать меньше нуля).

Задание 17. *Сравните числа (поставьте знак < или >) и прочитайте*:
– 5 и 5; – 5 и – 3; – 5 и 0; 5 и 0; –10 и – 9.

Задание 18. *Прочитайте двойные неравенства*:

1) 0 < 3 < 4 (3 больше, чем 0 и меньше, чем 4); – 5 < – 4 < 0 (минус четыре больше, чем минус пять и меньше, чем нуль);
3) 0 < *a* < 6; –10 < *a* < – 9; 2 < *a* < 10; – 3 < – 2 < – 1; 0 < 1 < 2.

Задание 19. *Сравните числа и прочитайте (по образцу):*

Образец. 15 … 6 (15 > 6 – пятнадцать больше, чем шесть).

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
-123 … 15	112 …16	- 15 … - 6	49 … - 63	39 … 49	- 45 … - 47
72 … - 65	- 78 … 324	389 … 98	-126 … 39	- 78 … - 76	91 … 121
баллы	баллы	баллы	баллы	баллы	баллы

ТЕМА 2. ДЕЙСТВИЯ НАД ЧИСЛАМИ

Задание 20. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

де́йствие	**раздели́ть на**	**вычита́емое**
сложе́ние	**су́мма**	**мно́житель**
вычита́ние	**ра́зность**	**дели́мое**
умноже́ние	**произведе́ние**	**дели́тель**
деле́ние	**ча́стное**	**одина́ковые зна́ки**
равно́	**слага́емое**	**ра́зные зна́ки**
умно́жить на	**уменьша́емое**	**результа́т**

Текст 1. Действия

1. **Сложение**

   $a + b = c$ (а плюс бэ равно цэ)

   a – слагаемое, b – слагаемое, c – сумма.

2. **Вычитание**

   $a – b = c$ (а минус бэ равно цэ)

   a – уменьшаемое, b – вычитаемое, c – разность.

3. **Умножение**

   $a \cdot b = c$ (а умножить на бэ равно цэ)

   a – множитель, b – множитель, c – произведение.

4. **Деление**

   $a : b = c$ (а разделить на бэ равно цэ)

   a – делимое, b – делитель, c – частное.

Задание 21. *Прочитайте:*

Сложение, вычитание, умножение, деление – это действия.

Задание 22. 1) *Прочитайте текст:*

Я знаю четыре действия: сложение, вычитание, умножение, деление. Сложение – это действие. Вычитание – это действие. Умножение и деление – это тоже действия.

2) *Ответьте на вопросы:*

а) Сколько действий вы знаете? б) Какие действия вы знаете?

Задание 23. *Прочитайте:*

Результат, сумма, разность, произведение, частное.

Задание 24. *Прочитайте:*

1) Сумма – это результат сложения.
2) Разность – это результат вычитания.
3) Произведение – это результат умножения.
4) Частное – это результат деления.

Задание 25. *Закончите предложения:*

1) Результат сложения – это … . 2) Результат вычитания – это … .
3) Результат умножения – это … . 4) Результат деления – это … .

Задание 26. *Прочитайте:*

Слагаемое, слагаемые; уменьшаемое, вычитаемое; множитель, множители; делимое, делитель.

Задание 27. *Прочитайте буквы латинского алфавита:*

A a – а	***Bb*** – бэ	***Cc*** –цэ	***Dd*** – дэ	***Ee*** – е	***Ff*** – эф
Gg – жэ	***Hh*** – аш	***Ii*** – и	***Jj*** – жи	***Kk*** – ка	***Ll*** – эль
Mm – эм	***Nn*** – эн	***Oo*** – о	***Pp*** – пэ	***Qq*** – ку	***Rr*** – эр
Ss – эс	***Tt*** – тэ	***Uu*** – у	***Vv*** – вэ	***Ww*** – дубль – вэ	
Xx – икс	***Yy*** – игрек	***Zz*** – зэт			

Задание 28. 1) *Прочитайте:*

а) $m + n = s$ – это сложение, m и n – слагаемые, s – сумма;
б) $x – y = z$ – это вычитание, x – уменьшаемое, y – вычитаемое,
z – разность;
в) $k \cdot l = t$ – это умножение, k и l – множители, t – произведение;
г) $p : q = r$ – это деление, p – делимое, q – делитель, r – частное.
2) Читайте по образцу: $a + b = c$; $d – c = k$; $\ell \cdot m = p$; $s : t = x$.

Задание 29. 1) *Прочитайте:*

а) 8 + 1 = 9 **–** восемь плюс один будет девять (или равно девяти),
8 и 1 – слагаемые, 9 – сумма;

б) 13 – 10 = 3 **–** тринадцать минус десять будет три (равно трём),
13 – уменьшаемое, 10 – вычитаемое, 3 – разность;

в) 4 · 5 = 20 **–** четыре умножить на пять будет двадцать (равно двадцати),
4 и 5 – множители, 20 – произведение;

г) 12 : 6 = 2 **–** двенадцать разделить на шесть будет два (равно двум),
12 – делимое, 6 – делитель, 2 – частное.

2) *Читайте:* 60 + 14 = 74; 100 **–** 110 = **–** 10; 17 · 3 = 51; 48 : 6 = 8.

***Задание* 30.** *Ответьте на вопрос:*

Что больше: сумма или произведение всех цифр?

Задание 31. *Добавьте нужную информацию:*

№ п/п	Действие	Пишем	Читаем	Компоненты	Результат
1.		$a + b = c$		a и b – слагаемые	
2.			а минус бэ равно цэ		
3.	умножение				
4.					частное

Задание 32. *Прочитайте и напишите:*

1) **–** 5 · 6 = **–** 30; 3 · (**–** 2) = **–** 6; 8 : (**–** 4) = **–** 2; **–** 10 : 2 = **–** 5.
Произведение и частное двух чисел с разными знаками есть отрицательное число.

2) 7 · 2 = 14; **–** 3 · (**–** 5) = 15; 16 : 8 = 2; **–** 15 : (**–** 3) = 5.
Произведение и частное двух чисел с одинаковыми знаками есть положительное число.

Задание* 33*. *Выполните действия и прочитайте:*

1) 15 + 17; 16 – 3; 12 – 14; – 14 – 25;
2) – 6 : 2; 12 : (– 4); – 8 : (– 4); 2 · (– 6);
3) 2 · (– 5) – 4; 15 : (– 3) + 2; 1 – 12 : (– 6); 4 + 14 : (– 2).

Задание* 34*. *Прочитайте по образцу:*

Образец. 6 · 3 = 18 – умножение, 6 и 3 – множители, 18 – произведение.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5
5 + 12 = 17	15 – 4 = 11	25 – 11 = 14	12 · 3 = 36	48 : 3 = 16
27: 3 = 9	7 · 5 = 35	42 : 6 = 7	16 + 5 = 21	29 – 12 = 17
баллы	баллы	баллы	баллы	баллы

Задание* 35.** *Прочитайте текст**:

1) 10, 11, 12, … , 20, 21, … , 50, 51, … , 89, 90, … , 99 – это двузначные числа.
2) Двузначное число можно записать как $\overline{ab} = 10a + b$. Например, двузначное число 25 = 2 · 10 + 5.
3) 100, 101, 102, … , 199, 200, 201, … , 999 – это трёхзначные числа.
4) Трёхзначное число можно записать как $\overline{abc} = 100a + 10b + c$. Например, трёхзначное число 769 = 7 · 100 + 6 · 10 + 9.

Задание 36. *Прочитайте*:

1) двузначные числа; 2) трёхзначные числа; 3) пятизначные числа: 576; 29; 19254; 12; 98; 123; 53178.

ТЕМА 3. ДРОБИ

Задание 37. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите на родной язык:*

дробь	**о́бщий знамена́тель**
числи́тель дроби	**сократи́ть на**
знамена́тель дроби	**сме́шанное число**
обыкнове́нная дробь	**пра́вильная дробь**
десяти́чная дробь	**непра́вильная дробь**

Задание 38. *Прочитайте текст:*

Дроби

$\frac{a}{b}$ – это дробь, a – числитель, b – знаменатель дроби. Знаменатель b не равен нулю: $b \neq 0$.

***Задание* 39.** *Выполните задания:*

1) Напишите дробь, если её числитель равен пяти, а знаменатель равен шести.
2) Напишите дробь, если знаменатель равен трём, а её числитель равен двум.

Задание 40. *Прочитайте дроби:*

$\frac{1}{2}$ – одна вторая, $\frac{1}{3}$ – одна третья, $\frac{1}{4}$ – одна четвертая,
$\frac{1}{5}$ – одна пятая, $\frac{1}{6}$ – одна шестая, $\frac{1}{7}$ – одна седьмая,
$\frac{1}{8}$ – одна восьмая, $\frac{1}{9}$ – одна девятая, $\frac{1}{10}$ – одна десятая,
$\frac{3}{2}$ – три вторых, $\frac{2}{3}$ – две третьих, $\frac{5}{4}$ – пять четвертых,
$\frac{4}{5}$ – четыре пятых, $\frac{5}{6}$ – пя41ть шестых, $\frac{4}{7}$ – четыре седьмых,
$\frac{3}{8}$ – три восьмых, $\frac{7}{9}$ – семь девятых, $\frac{11}{10}$ – одиннадцать десятых.

Задание 41. *Прочитайте дроби:*

1) $\frac{1}{11}$ – одна одиннадцатая, $\frac{1}{13}$ – одна тринадцатая,

$\frac{1}{26}$ – одна двадцать шестая, $\frac{1}{173}$ – одна сто семьдесят третья,

$\frac{2}{11}$ – две одиннадцатых, $\frac{5}{12}$ – пять двенадцатых.

2) *Прочитайте дроби и запишите их словами:*

$\frac{7}{8}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{25}{13}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{6}{17}$; $\frac{11}{32}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{1}{2}$.

Задание 42. *Напишите дроби:*

Одна третья, пять шестых, три седьмых, одна вторая, три четвёртых, две третьих, одна десятая, три сотых, одна четвёртая, восемь девятых, девять одиннадцатых, семь десятых.

Задание 43. *Прочитайте текст:*

Правильная и неправильная дроби

Дробь правильная, если числитель меньше, чем знаменатель. $\frac{6}{13}$ – это правильная дробь, так как числитель 6 меньше, чем знаменатель 13.

Дробь неправильная, если числитель больше, чем знаменатель. $\frac{7}{6}$ – это неправильная дробь, так как числитель 7 больше, чем знаменатель 6.

Задание 44. *Прочитайте:*

1) правильные дроби; 2) неправильные дроби: $\frac{9}{5}$; $\frac{43}{11}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{19}{6}$; $\frac{171}{10}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{17}{8}$; $\frac{4}{33}$.

Задание 45. *Прочитайте текст:*

1) Неправильная дробь может быть записана как смешанное число:

$\frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$ (пять целых одна вторая):

$$\frac{11}{2} = \frac{10+1}{2} = \frac{10}{2} + \frac{1}{2} = 5 + \frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}.$$

2) Смешанное число может быть записано как неправильная дробь:

$2\frac{1}{3}$ (две целых одна третья) $= \frac{7}{3}$, так как $2\frac{1}{3} = \frac{2 \bullet 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}$.

Задание 46. *Запишите неправильные дроби как смешанные числа и прочитайте их:*

$\frac{11}{10}$; $\frac{7}{5}$; $-\frac{21}{19}$; $\frac{37}{6}$; $\frac{19}{5}$; $-\frac{3}{2}$; $\frac{8}{3}$; $\frac{15}{4}$; $\frac{28}{9}$; $\frac{18}{4}$.

Задание 47. *Напишите смешанные числа как неправильные дроби и прочитайте их:*

$2\frac{1}{3}$; $4\frac{2}{7}$; $1\frac{3}{5}$; $3\frac{1}{20}$; $-9\frac{1}{4}$.

Задание 48. *Выполните действия:*

$\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}$; $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}-\frac{5}{6}$; $-\frac{1}{2}-\frac{2}{7}$; $-\frac{5}{6}-\frac{3}{4}+\frac{7}{8}$; $\frac{1}{3}+1\frac{1}{2}$.

Задание 49. *Выполните действия:*

$\frac{7}{8} \bullet \frac{2}{14}$; $2\frac{1}{3} \bullet 1\frac{1}{11}$; $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{7}{12}$; $\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{24}{25}$; $(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}) \bullet \frac{3}{2}$.

Задание 50. *Выполните действия:*

$15\frac{3}{4} : \frac{9}{14}$; $3\frac{1}{5} : \frac{32}{75}$; $3\frac{4}{7} + 2\frac{2}{7} : 1\frac{3}{4}$; $5\frac{1}{4} : 7 : \frac{5}{24}$; $4\frac{1}{5} : 1\frac{1}{4}$.

Задание 51. *Прочитайте текст:*

Сокращение дробей

Сократить дробь – значит разделить числитель и знаменатель дроби на одинаковое число, не равное нулю.

Например, $\frac{9}{12} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4}$; $\frac{15}{25} = \frac{15:5}{25:5} = \frac{3}{5}$.

Задание 52. *Прочитайте:*

1) Дробь $\frac{4}{16}$ можно сократить на 4, то есть разделить числитель и знаменатель на 4: $\frac{4}{16} = \frac{4:4}{16:4} = \frac{1}{4}$.

2) Дробь $\frac{26}{39}$ можно сократить на 13, то есть разделить числитель и знаменатель на 13: $\frac{26}{39} = \frac{26:13}{39:13} = \frac{2}{3}$.

Задание 53. *Сократите дроби*:

$\frac{64}{48}$; $\frac{16}{24}$; $\frac{35}{75}$; $\frac{34}{51}$; $\frac{55}{77}$; $\frac{18}{24}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{14}{21}$; $\frac{63}{72}$; $\frac{100}{150}$.

Задание 54. *Прочитайте десятичные дроби*:

0,1 – нуль целых одна десятая;

0,01 – нуль целых одна сотая;

0,001 – нуль целых одна тысячная;

0,0001 – нуль целых одна десятитысячная;

0,00001 – нуль целых одна стотысячная.

Задание 55. *Прочитайте десятичные дроби:*

1,1 – одна целая одна десятая;

1,3 – одна целая три десятых;

2,02 – две целых две сотых;

2,12 – две целых двенадцать сотых;

3,003 – три целых три тысячных;

4,019 – четыре целых девятнадцать тысячных;
5,164 – пять целых сто шестьдесят четыре тысячных;
6,0017 – шесть целых семнадцать десятитысячных;
9,0621 – девять целых шестьсот двадцать одна десятитысячная;
15,2100 – пятнадцать целых две тысячи сто десятитысячных.

Задание 56. *Прочитайте числа и запишите их словами:*
1,5; – 3,17; 0,02; – 1,1325; 0,01; 1,001; – 12,19; 123,1; 6,012; – 0,15.

Задание 57. *Выполните действия и прочитайте:*

1) 1,8 + 12,2;
2) 18,3 – 17,7;
3) – 5,7 – 2,8;
4) 16,5 + 19,3;
5) 0,2 – 1;
6) 16, 2 : 81;
7) 0,3 · (– 0,15);
8) – 0,8 · 0,02;
9) 0,36 : 0,12;
10) – 0,45 : 18;
11) 14,18 + 8,32 : 16;
12) 0,6 : 1,2 + 3,5;
13) 3,5 : 1,4 –1;
14) – 0,25 · 10 + 0,63;
15) 45 : 0,001 – 5.

Задание 58. *Заполните таблицу:*

Неправильная дробь	Смешанное число	Десятичная дробь
$\frac{17}{5}$	$3\frac{2}{5}$	3,4
		1,22
$\frac{37}{4}$		
	$6\frac{1}{8}$	
		8,375
	$1\frac{11}{20}$	
$\frac{27}{25}$		

ТЕМА 4. ПРОПОРЦИЯ. ПРОЦЕНТЫ

Задание 59. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

отноше́ние **кра́йние чле́ны**
пропо́рция **сво́йство пропо́рции**
сре́дние чле́ны **проце́нт**

Текст 2. Отношение. Пропорция

Отношение – это частное двух чисел $a : b$ (читаем: а к бэ).

Пропорция – это равенство двух отношений:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

где a и d – крайние члены, b и c – средние члены пропорции.

***Основное свойство пропорции*. Произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов:**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc.$$

***Пример*: $\frac{8}{4} = \frac{10}{5}$ – это пропорция, так как отношение $\frac{8}{4}$ равно отношению $\frac{10}{5}$.**

Задание 60. *Выполните задания:*

1) *Ответьте на вопросы:* а) Что называется отношением «*m*» к «*n*»?
   б) Что называется пропорцией?
2) Напишите отношения: семь к одиннадцати; два к пяти; двенадцать к девятнадцати.
3) Назовите крайние и средние члены пропорции $m : n = s : t$.
4) Напишите свои примеры пропорций и прочитайте их.
5) Назовите основное свойство пропорции.

Задание 61. *Прочитайте следующие пропорции*:

1) $\frac{27}{9} = \frac{15}{5}$; 2) $\frac{24}{6} = \frac{44}{11}$; 3) $\frac{8}{48} = \frac{9}{54}$.

Задание 62. *Составьте и запишите в тетрадь верные пропорции:*

1) 26 : 2 = … ; 2) 36 : 6 = … ; 3) 20 : 5 = … ; 4) 15 : 3 = … ; 5) 72 : 9 =…

Задание 63. *Напишите пропорции:*

1) Отношение *a* к *b* равно отношению 12 к 6; 2) Отношение 34 к 17 равно отношению *x* к 8; 3) Отношение 1 к 3 равно отношению 7 к *z*.

Задание 64. *Решите пропорции (найдите x):*

1) 0,5 : x = 2 : 13;   4) 9 : 14 = x : 21;

2) x : 4 = 24 : 1,6;   5) 4,5 : 0,6 = x : 2,4;

3) 25 : x = 10 : 18;   6) $x : 2\frac{3}{23} = 3\frac{2}{7} : \frac{1}{4}$.

Задание 65. *Является ли пропорция верной*?

1) 20 : 16 = 5 : 4; 2) 5 : 7 = 9 : 11**.**

Задание 66. *Найдите x (решите пропорцию):*

1) $\frac{2x-3}{15} = \frac{6}{5}$; 2) $\frac{2x-3{,}2}{1{,}2} = \frac{5x-6}{0{,}5}$; 3) $\frac{x}{x-70} = \frac{4}{11}$; 4) $\frac{x-25}{x-7} = -5$.

Текст 3. Проценты *%*

> ***Определение*. Один процент числа – это сотая часть этого числа.**
>
> **1% числа *a* равен 0,01*a*.**

Задание 67. *Ответьте на вопросы:*

1) Что такое процент? 2) Чему равен один процент числа ***a***?

Задание 68. *Прочитайте примеры:*

49% числа А равны 0,49А; 304% числа А равны 3,04А, 0,7% числа А равны 0,007А.

Задание 69. *Прочитайте примеры*:

Задача 1. Найти 10% числа 75.

Решение. 10% числа 75 равны 0,1 · 75 = 7,5.

Задача 2. Найти число *а*, если 5% *а* равны 12.

Решение. 0,05 · *а* =12 ⇔ *а* = $\frac{12}{0,05}$ = 240.

Задача 3. Найти процентное отношение числа 7 к 28 (найти, сколько процентов составляет число 7 от числа 28).

Решение. $\frac{7}{28}$ · 100% = 25%.

Задание 70. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

цена́ **бо́льше на сколько** **бо́льше во сколько**
ски́дка **ме́ньше на сколько** **ме́ньше во сколько**
това́р **сто́ит** **банк** **вклад**

Задание 71. *Решите задачи*:

Задача 1. Товар стоил 120 рублей. Скидка составляет 15%. Какова итоговая цена товара?

Задача 2. В банк положили вклад 2500 рублей. Процентная ставка банка 4%. Как изменится вклад через 1 год? 2 года? 4 года?

Задача 3. Население Вьетнама составляет 96 миллионов человек. Население Афганистана – 32 миллиона человек. Найдите процентное отношение населения Афганистана к населению Вьетнама.

Задача 4. Сколько всего студентов учится на подготовительном факультете МАДИ, если 33 студента из Китая это 15%.

Задача 5. Товар стоил 2600 рублей. Цена товара стала больше в 1,4 раза, а потом стала меньше на 30%. На сколько процентов изменилась итоговая цена товара?

Задача 6. Число *А* уменьшили на 80%. Во сколько раз уменьшили А?

Задача 7. Число *B* увеличили в 3,2 раза. На сколько процентов увеличили *B*?

Задача 8. В группе 25% студентов из Африки, 20% из Шри-Ланки, 35% из Китая, 8 студентов из Вьетнама. Сколько всего студентов в группе?

Задание 72. *Заполните таблицу*:

Проценты	Десятичная дробь	Обыкновенная дробь
3%	0,03	$\frac{3}{100}$
15%		
	1,25	
		$\frac{9}{20}$
75%		
	0,8	
		$\frac{34}{25}$

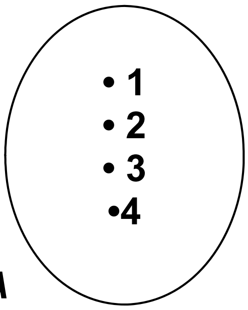
ТЕМА 5. МНОЖЕСТВА

Задание 73. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

мно́жество
элеме́нт
принадлежа́ть
содержа́ть
содержа́ться
коне́чное мно́жество
бесконе́чное мно́жество
пусто́е мно́жество
подмно́жество
объедине́ние
пересече́ние
о́бщий элеме́нт

Задание 74. *Прочитайте текст:*

Множество



A

***A* – это множество.**
1 – элемент множества *A*:
$1 \in A$ (один принадлежит *A*).
Множество *A* имеет элементы 1, 2, 3, 4.
Числа 1, 2, 3, 4 – элементы множества *A*:
$$1 \in A;\ 2 \in A;\ 3 \in A;\ 4 \in A.$$

Задание 75. *Прочитайте слова и словосочетания:*
Множество, множества; элемент, элементы; одинаковые элементы, разные элементы; элемент множества; принадлежит, принадлежит множеству; не принадлежит, не принадлежит множеству.

Задание 76. *Запишите следующие высказывания в символах*:
1) Число *a* – элемент множества *A*.
2) Число *a* не принадлежит множеству *A*.
3) Числа 1, 2, 3, 4 – элементы множества *A.*
4) Числа 5 и 6 не принадлежат множеству *A.*
5) Множество, которое не содержит никаких элементов.

Задание 77. *Выполните задания:*

1) Запишите словами: $x \in X$; $y \notin Y$.

2) Опишите множества: $A = \{4; 6; 8\}$, $B = \{3; 5; 7\}$, $C = \{1; 2; 5;10\}$.

3) Опишите множества, сделайте рисунки: $A = \{1; 2\}$, $B = (1; 2)$, $C = [1; 2]$.

Текст 4. Равные множества, пустое множество, подмножество

***Определение* 1.** Два множества равны, если они имеют одинаковые элементы.

***Например*,** $A = B$, если $A = \{1; 2; 4; 8\}$ и $B = \{8; 4; 2; 1\}$.

***Определение* 2.** Пустое множество – это множество, в котором нет элементов**.**

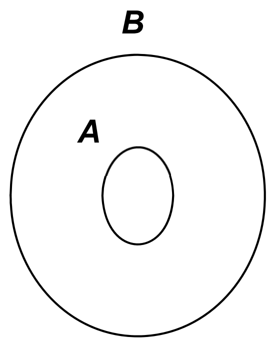
Обозначение**:** { } или Ø.

***Например*,** $|x| + 1=0 \Rightarrow x \in \varnothing$.

***Определение* 3.** Если каждый элемент множества A принадлежит B, то A – это подмножество множества B.

Обозначение: $A \subset B$ (A есть подмножество множества B, или множество A содержится в B).

***Например*,** если $A = \{1; 2\}$ и $B = \{0; 1; 2; 10\}$, то $A \subset B$.



$A \subset B$

Задание 78. *Выполните задания:*

1) Читайте: $-3 \in A$; $-2 \in A$; $1 \in B$; $2 \in B$; $-1 \in A$.

2) Запишите множества A и B.

3) Множество А имеет три элемента. А – это конечное множество.

4) Сколько элементов имеет множество B? Это конечное множество?

5) $\{1; 2; 3; \ldots ; n; \ldots\}$ – бесконечное множество. Подмножество $\{1; 2; 3\}$ – конечное множество.

Задание 79. *Прочитайте, запишите множества C* и *D*. *Что можно сказать о множествах C* и *D*?

$\frac{1}{8} \in C$; $\frac{1}{5} \in C$; $\frac{1}{4} \in C$; $\frac{1}{2} \in C$; $0{,}5 \in D$; $0{,}25 \in D$; $0{,}2 \in D$; $0{,}125 \in D$.

Задание 80. *Ответьте на вопросы*:

1) Как называется множество, которое не содержит ни одного элемента?
2) Каким символом обозначают пустое множество?
3) Что означает запись $C \subset D$? Сделайте рисунок.
4) Что можно сказать о множествах A и B, если $A \subset B$ и $B \subset A$?
5) Правильно ли, что пустое множество есть подмножество любого множества?

Задание 81. *Установите, какая из записей верна*:

1) $\{1; 2\} \in \{1; 2; \{1; 2; 3\}\}$ или $\{1; 2\} \subset \{1; 2; \{1; 2; 3\}\}$;
2) $\{1; 2\} \in \{1; 2; \{1; 2\}\}$ или $\{1; 2\} \subset \{1; 2; \{1; 2\}\}$.

Задание 82. *Укажите равные множества*:

1) A – множество всех квадратов;
2) B – множество всех прямоугольников;
3) C – множество всех четырёхугольников с прямыми углами;
4) D – множество всех прямоугольников с равными сторонами;
5) F – множество всех ромбов с прямыми углами.

Задание 83. *Для каждого из слов* «сосна́», «оско́лок», «ко́лос» *составьте множество его различных букв. Укажите равные множества*.

Задание 84. *Запишите множество* $A = \{k \in N\text{: } 1{,}4 < k < 8\}$ *перечислением его элементов*.

Задание 85. *Ответьте на вопрос*: Что можно сказать о множествах $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, $B = \{x \in N\text{: } x < 6\}$ и $C = \{x \in Z\text{: } 0{,}5 < x < 5{,}9\}$?

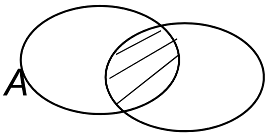
Задание 86. *Назовите множество*:

1) Множество точек плоскости, равноудалённых от данной точки.
2) Множество людей, обучающихся в университете.
3) Множество букв А, Б, В, Г, … .

Текст 5. Действия над множествами: пересечение и объединение

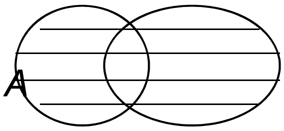
Определение **1.** Пересечение множеств *A* и *B* есть множество общих элементов *A* и *B.*

Обозначение*:* $A \cap B$ (*A* пересечение *B*).

A  B

Определение 2. Объединение множеств *A* и *B* есть множество всех элементов *A* и *B.*

Обозначение*:* $A \cup B$ (*A* объединение *B*).

A  B

Задание 87*. Прочитайте пример*:

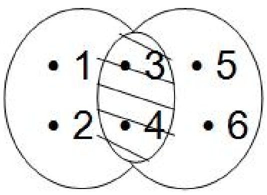
Пример. Дано: $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{3; 4; 5; 6\}$.

Найти: 1) $A \cap B$; 2) $A \cup B$.

Решение*.*

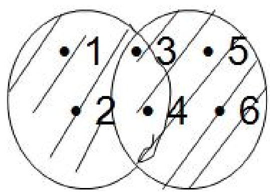
1) $A \cap B = \{1; 2; 3; 4\} \cap \{3; 4; 5; 6\} = \{3; 4\}$,

3 и 4 – общие элементы *A* и *B*.



$A \cap B$

2) $A \cup B = \{1; 2; 3; 4\} \cup \{3; 4; 5; 6\} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

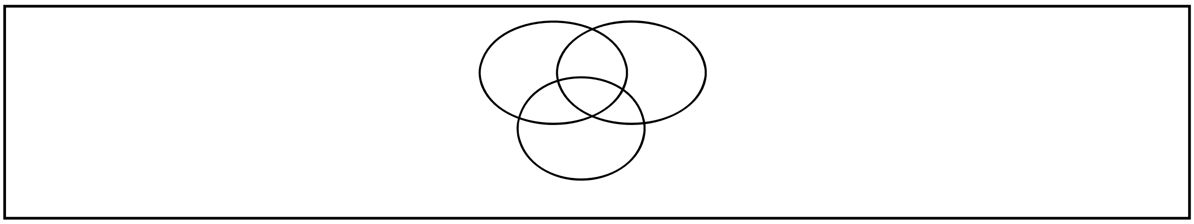


$A \cup B$

Задание 88. *Найдите пересечение и объединение множеств. Сделайте рисунки:*

1) $A = \{2; 3; 4; 5\}$ и $B = \{4; 6; 8\}$;
2) $C = \{–3; –2; –1\}$ и $D = \{1; 2; 3\}$.
3) $M = \{–5; –4; –3; –2\}$ и $D = \{–4; –3\}$.

Задание 89. *Даны три множества А, В и С. Покажите штриховкой множество* $A \cap B \cap C$.



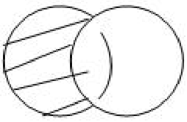
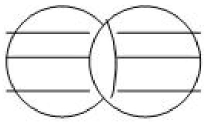
Текст 6. Действия над множествами: разности

***Определение* 1.** Разность $A \setminus B$ есть множество, которое состоит из всех элементов *А*, которые не принадлежат *В*.

$$\boldsymbol{A \setminus B = \{x \in A \text{ и } x \notin B\}}.$$

***Определение* 2.** Симметрическая разность $A \Delta B$ есть множество всех элементов, которые принадлежат или *А*, или *В*.

$$\boldsymbol{A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)}.$$

А  *В* $A \setminus B$ *А*  *В* $A \Delta B$

Задание 90. *Прочитайте пример:*

Пример. Дано: $A = \{2; 3; 4; 5\}$ и $B = \{3; 4; 5; 6\}$.

Найти: 1) $A \setminus B$; 2) $B \setminus A$; 3) $A \Delta B$.

Решение. 1) $A \setminus B = \{2\}$; 2) $B \setminus A = \{6\}$; 3) $A \Delta B = \{2; 6\}$.

Задание 91. *Найдите* $P \setminus F$, $F \setminus P$ и $P \Delta F$, *если:*

1) $P = \{5; 6; 7\}$, $F = \{7; 8; 9\}$; 2) $P = \{5; 6; 7; 8; 9\}$, $F = \{6; 7; 8\}$.

ТЕМА 6. ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА N, Z, Q, R

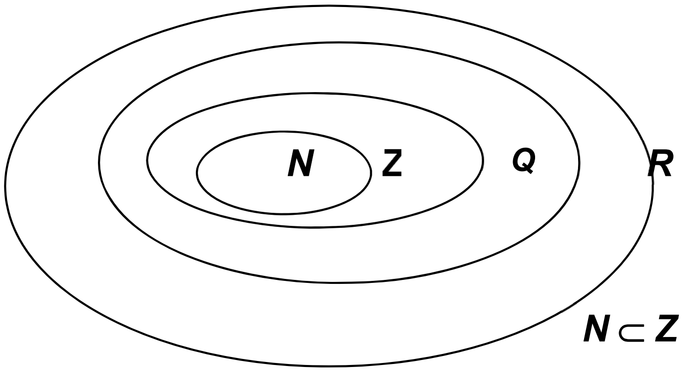
Задание 92. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

нату́ральное число́	**действи́тельное число́**
це́лое число́	**периоди́ческая дробь**
рациона́льное число́	**иррациона́льное число́**

Текст 7. Числовые множества

$N = \{1; 2; 3; \ldots; n; \ldots\}$ – множество всех натуральных чисел.
$Z = \{\ldots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \ldots\}$ – множество всех целых чисел.
$Q = \{\frac{m}{n}\ (m \in Z,\ n \in N)\}$ – множество всех рациональных чисел.

R **– множество всех действительных чисел.**



$N \subset Z \subset Q \subset R$

Задание 93. *Прочитайте текст:*

1) 1 – натуральное число, 2 – тоже натуральное число.
2) 1, 2, 3, …, *n*, … – натуральные числа.
3) $N = \{1; 2; 3; \ldots; n; \ldots\}$ – множество всех натуральных чисел.
4) Знак $\in$ мы читаем: «принадлежит» или «элемент». Например,

$1 \in N$ (один принадлежит эн, или один элемент эн); $0 \notin N$ (нуль не принадлежит эн).

Задание 94. *Ответьте на вопросы:*

1) Какая буква обозначает множество всех натуральных чисел?
2) Какое множество обозначают буквой *N*?
3) Какое самое маленькое натуральное число?

4) Можно ли назвать самое большое натуральное число? Почему?
5) Сумма двух натуральных чисел – натуральное число? Приведите пример.
6) Разность двух натуральных чисел – натуральное число? Приведите пример.

Задание 95. *Прочитайте текст:*

1) –2 – целое число. 0 – тоже целое число.
2) –2; 0; 2 – целые числа.
3) $Z = \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots\}$ – множество всех целых чисел.
4) $1 \in Z$; $-1 \in Z$; $0 \in Z$; $0{,}5 \notin Z$; $1\frac{1}{3} \notin Z$.

Задание 96. *Ответьте на вопросы:*

1) Какая буква обозначает множество всех целых чисел?
2) Какое множество обозначают буквой *Z*?
3) Разность двух целых чисел – целое число? Приведите пример.
4) Частное двух целых чисел – тоже целое число? Приведите пример.

Задание 97. *Прочитайте текст:*

1) 1) $\frac{1}{2}$ – рациональное число. 6,125 – тоже рациональное число.
2) $-7; 3\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; 1{,}215; 0$ – рациональные числа.
3) Числа вида $\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$) – рациональные числа.
4) $Q = \{\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$)$\}$ – множество всех рациональных чисел.
5) Рациональное число можно записать в виде $\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$).
6) $1\frac{2}{3} \in Q$; $6{,}723 \in Q$; $5 \in Q$; $\sqrt{3}$ (квадратный корень из трёх) $\notin Q$.
7) Рациональное число $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots = 0{,}(3)$ – бесконечная периодическая дробь. 0,(3) читаем: нуль целых три десятых в периоде.
8) Пять целых две десятых в периоде пишем так 5,(2).

Задание 98. *Прочитайте текст*:

Десятичную бесконечную периодическую дробь можно перевести в обыкновенную дробь.

***Пример* 1**. 0,(7) ─ десятичная бесконечная периодическая дробь.

Пусть $x = 0{,}777\ldots$ (1)

$10x = 7{,}77\ldots$ (2)

(2) – (1): $10x - x = 7{,}77\ldots - 0{,}777\ldots$

$9x = 7$, отсюда $x = \frac{7}{9}$ ─ обыкновенная дробь.

***Пример* 2**. 1,5(23) ─ десятичная бесконечная периодическая дробь.

Пусть $x = 1{,}52323\ldots$

$10x = 15{,}2323\ldots$ (1)

$1000x = 1523{,}23\ldots$ (2)

(2) – (1): $1000x - 10x = 1523{,}23\ldots - 15{,}2323\ldots$

$990x = 1508$, $x = \frac{1508}{990} = 1\frac{259}{495}$

Задание 99. *Переведите десятичные бесконечные периодические дроби в обыкновенные дроби*:

1) 0,(31); 2) 1,(7); 3) 0,1(9); 4) 1,15(142).

Задание 100. *Ответьте на вопросы:*

1) Какая буква обозначает множество всех рациональных чисел?
2) Какое множество обозначают буквой *Q*?
3) Какие числа называют рациональными?
4) Объясните, почему числа $1\frac{2}{3}$; 6,729; 5 – рациональные?

Задание 101. *Прочитайте текст:*

1) Если число нельзя записать в виде $\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$), то это иррациональное число.

2) $\sqrt{3}$ = 1,73205… ; $-\sqrt{2}$ = –1,41421… ; *e* = 2,71828… ; π (пи) = 3,14159… – иррациональные числа. Эти числа нельзя записать как $\frac{m}{n}$ ($m \in Z$, $n \in N$).

3) Иррациональные числа – бесконечные непериодические десятичные дроби.

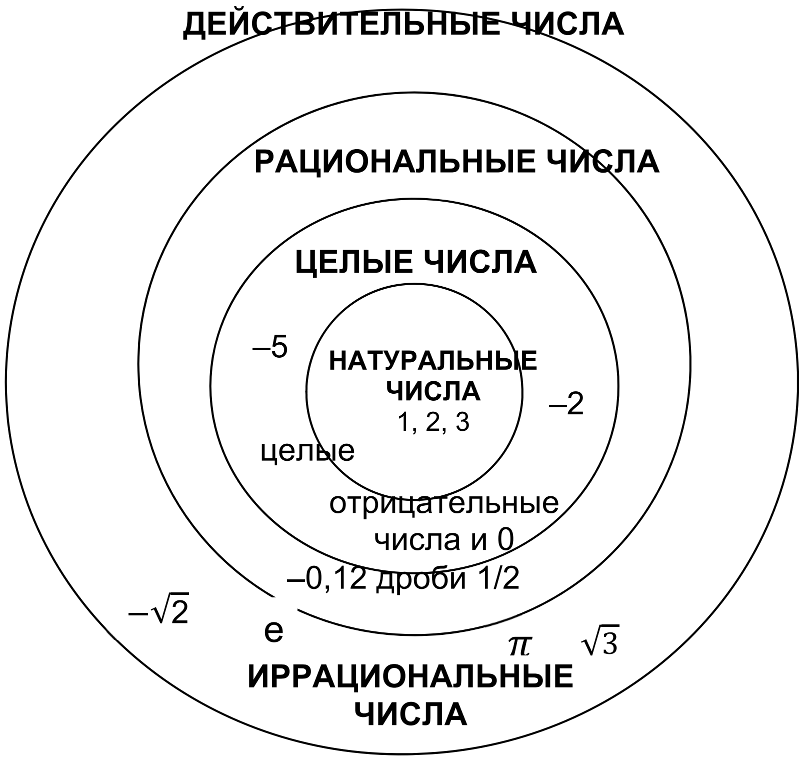
4) Рациональные и иррациональные числа образуют множество всех действительных чисел *R*.

Задание 102. *Ответьте на вопросы:*

1) Какая буква обозначает множество всех действительных чисел?
2) Какое множество обозначают буквой *R*?
3) Какие числа образуют множество *R*?
4) Какие из следующих чисел действительные:

$0;\ 5\frac{3}{8};\ -9{,}02;\ -\sqrt{2};\ \sqrt{-2};\ e;\ 10;\ 12{,}5?$

Задание 103. *Рассмотрите схему и опишите её*:



Задание 104. *Поставьте знак* $\in$ *или* $\notin$:

-2 ... Z $\quad$ $\sqrt[4]{16}$ … Z $\quad$ π … R $\quad$ $-\sqrt{2}$ … R

0 … N $\quad$ $\sqrt{3}$ … Q $\quad$ $-\sqrt[3]{8}$ … Q $\quad$ $0{,}175$ … Q

100 … N $\quad$ $5{,}5$ … Q $\quad$ $\sqrt{-3}$ … R $\quad$ e … R

Задание 105. *Из чисел* $\sqrt{25}$; $\sqrt{17}$; $\frac{3}{7}$; 0; 6; $-\sqrt{2}$; 3,6; 0,6666...; 0,313131...; 0,272272227...; $5\frac{1}{9}$ *выпишите*:

1) рациональные числа; 2) иррациональные числа.

Задание 106. *Выполните действия и сделайте рисунок:*

1) $N \cap Z$; 2) $N \cup Z$; 3) $Q \cap Z$; 4) $Z \cup Q$; 5) $N \cup R$;
6) $R \cap N$; 7) $N \cap Q$; 8) $R \cap Q$; 9) $Q \cup R$; 10) $Z \cap Q$.

Задание 107. *Ответьте на вопросы*:

1) Чему равно пересечение множеств рациональных и иррациональных чисел?

2) Чему равно объединение множеств рациональных и иррациональных чисел?

Задание 108. *Скажите, верны или нет следующие утверждения. Приведите примеры:*

1) Целые числа состоят из натуральных чисел, нуля и чисел, противоположных натуральным.

2) Рациональные числа состоят из целых чисел и дробей вида $\frac{p}{q}$, где p – целое число, q – натуральное число.

3) Рациональные числа – это бесконечные периодические десятичные дроби.

4) Иррациональные числа – это бесконечные непериодические десятичные дроби.

5) Действительные числа – это бесконечные десятичные дроби.

6) Квадратный корень из рационального числа всегда иррациональное число.

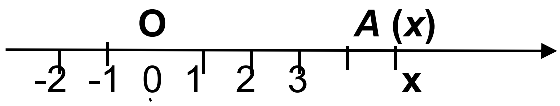
ТЕМА 7. ЧИСЛОВЫЕ ПРОМЕЖУТКИ

Задание 109. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

еди́нственный — **отре́зок**
па́ра чи́сел — **интерва́л**
абсци́сса — **координа́та то́чки**
ордина́та — **прямоуго́льная систе́ма координа́т**
мо́дуль — **полуинтерва́л**
луч — **соотве́тствует**

Задание 110. *Прочитайте текст:*

Числовая ось



***OX* – числовая ось. Каждому действительному числу *x* соответствует единственная точка *A*(*x*) на числовой оси. Обратно, каждой точке *A*(*x*) числовой оси соответствует единственное действительное число *x*.**

Задание 111. *Вставьте нужное слово:*

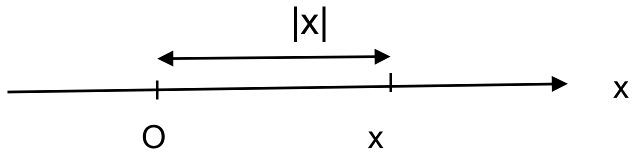
1) Каждой точке *A* (*x*) числовой оси ... единственное ... число ... .

2) Каждому действительному числу x соответствует ... точка ... на числовой ... .

Текст 8. Модуль числа *x*

Определение. **$\| x \| = x$, если $x \geq 0$;** **$\| x \| = -x$, если $x < 0$.**	Модуль икс равен икс, если икс больше или равен нулю. Модуль икс равен минус икс, если икс меньше нуля.

Примечание: Геометрически $|x|$ означает расстояние от точки O до точки *x* на числовой прямой (см. рисунок).



Задание 112. 1) *Прочитайте примеры:*

1) $|-1{,}7| = -(-1{,}7) = 1{,}7$; 2) $|0{,}5| = 0{,}5$; 3) $|\pi - 3| = \pi - 3$;

4) $|\sqrt{2} - 3| = -(\sqrt{2} - 3) = 3 - \sqrt{2}$. 2) *Ответьте на вопросы*: а) Чему равен модуль положительного числа? б) Чему равен модуль отрицательного числа? в) Чему равен модуль нуля? г) Чему равен модуль числа *x*, если x = 0; –1; 0,7; – 6,9? д) Что означает $|x|$ геометрически?

Задание 113. *Вставьте нужные слова:*

1) Модуль ... числа равен этому числу.
2) Модуль ... числа равен противоположному числу.
3) Модуль ... равен нулю.

Задание 114. *Закончите предложение:*

1) Модуль отрицательного числа равен ...
2) Модуль положительного числа равен ...
3) Модуль нуля равен ... .

Задание 115. *Прочитайте текст*:

Свойства модулей

1. $|x| \geq 0$
2. $|x| = |-x|$
3. $|x|^2 = x^2$
4. $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
5. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ $(y \neq 0)$
6. $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
7. $|x| > a \Leftrightarrow x > a,\ x < a$
8. $|x + y| \leq |x| + |y|$

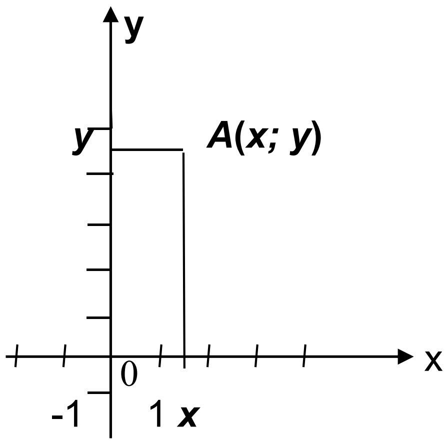
Задание 116. 1) *Найдите:* а) $|x - 2|$, если $x \geq 2$; б) $|x + 4|$, если $x \leq -4$; в) $|x - 3| + x - 1$, если $x < 3$; г) $|x + 10| - 2x - 10$, если $x > -10$.

2) *Изобразите множества точек на плоскости ХОУ:*

а) $y = |x|$; б) $y = |x| + 1$; в) $y = |x| - 1$; г) $y = |x - 2|$; д) $y = |x + 3|$.

Задание 117. *Прочитайте текст:*

Координаты точки на плоскости



***ХОУ* – прямоугольная система координат.**

Точка *О*(0; 0) - начало координат.

Точка *А*(*x; y*) лежит в плоскости *ХОУ*.

Пара чисел (*x*; *y*) – координаты точки *А*.

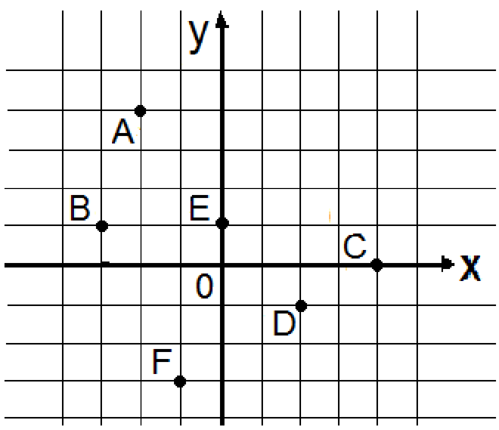
***x* – абсцисса точки *А*; *y* – ордината точки *А*.**

Ось *ОХ* – ось абсцисс. Ось *ОУ* – ось ординат.

Задание 118. *Ответьте на вопросы:*

1) Как называется пара чисел (*x; y*)? 2) Как называется координата *x*? координата *y*? 3) Сколько координат имеет точка на плоскости? На прямой?

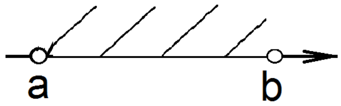
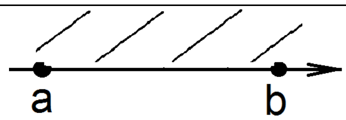
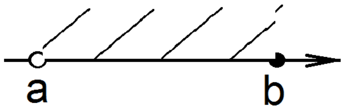
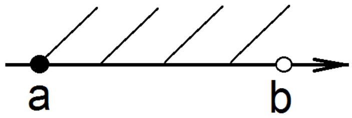
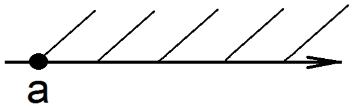
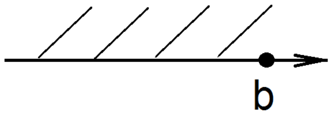
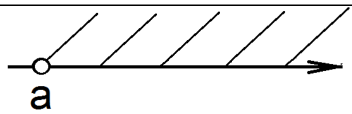
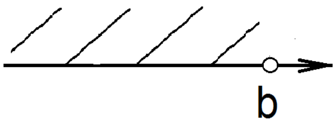
Задание 119. 1*) Определите координаты точек О, А, В, С, D, E, F на рисунке:*



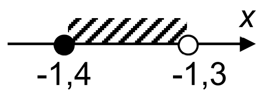
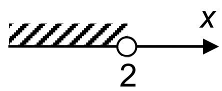
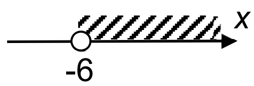
2) *Отметьте точки G* (4; 1), *H* (–5; 0), *К* (3; –3), *L* (0; –3), *M* (–2; 5), *N* (–5; –1) на плоскости *ХОУ*.

Задание 120. *Прочитайте текст*:

Числовые промежутки

Промежуток	Изображение	Обозначение	Неравенство
Интервал		$(a;\ b)$	$a < x < b$
Отрезок		$[a;\ b]$	$a \leq x \leq b$
Полуинтервал		$(a;\ b]$	$a < x \leq b$
Полуинтервал		$[a;\ b)$	$a \leq x < b$
Луч		$[a;\ +\infty)$	$x \geq a$
Луч		$(-\infty;\ b]$	$x \leq b$
Открытый луч		$(a;\ +\infty)$	$x > a$
Открытый луч		$(-\infty;\ b)$	$x < b$

Задание 121. *Добавьте нужную информацию:*

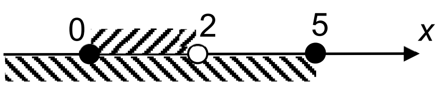
[0,5; ∞)		
		
(- 3; 7)		
	x ≤ 1	
[-10; ∞)		
		
	- 2 < x ≤ 0	
		

Задание 122. *Рассмотрите примеры:*

1) Найдите (-∞; 3] ∪ (-∞; - 4).

(-∞; 3] ∪ (-∞; - 4) = (-∞; 3]

2) Найдите (- ∞; 5] ∪ [0; 2).



(- ∞; 5] ∪ [0; 2) = (- ∞; 5];

3) Найдите (-∞; 8) ∩ (5; 10).

(-∞; 8) ∩ (5; 10) = (5; 8).

Задание 123. *Выполните действия, сделайте рисунки:*

1) [-2; 3] ∩ (-1; 2); 2) (- ∞;1] ∪ [0; +∞); 3) (-10; 10) ∪ (-9; 9);

4) (3; +∞) ∩ [-3; +∞); 5) (-∞;5] ∪(-∞; -1); 6) (-∞; - 0,5) ∩ (-∞; -0,6).

Задание 124. Даны множества*: A*= {1; 2}, B= (1; 2), *C* = [1; 2], *D* = (1; 2], *F* = [1; 2). Найдите: *A* ∪ *B*; *A* ∪ *C*; *A* ∪ *D*; *A* ∪*F*; *B* ∪ *C*; *B* ∪ *D*; *B* ∪ *F*; *C* ∪ *D*; *C* ∪ *F*; *D* ∪ *F*; *A* ∩ *B*; *A* ∩ *C*; *A* ∩ *D*; *A* ∩ *F*; *B* ∩ *C*; *B* ∩ *D*; *B* ∩ *F*; *C* ∩ *D*; *C* ∩ *F*; *D* ∩ *F*.

Задание 125. *Прочитайте числовые промежутки:*

Вар. 1	Вар. 2	Вар.3	Вар.4	Вар. 5	Вариант ответа
(–8; 9)	[–1; 12]	[–3; 4)	(–71; 8)	(–12; 4]	(–1; 8) - интервал –1;8
[– 7; -51]	(–82; 9)	[–22; 1]	[8; 34)	[6; 72]	[6; 7] - отрезок 6;7
[–19; 6)	(3; 17]	(–9; 79)	[–9; 0]	[–58; 7)	(3; 7]- полуинтервал, 3;7 , 7- элемент
(2; +∞)	[–8; +∞)	(–∞; 4]	(–6; +∞)	(–∞ ;1]	[3; +∞) - луч 3 плюс бесконечность
баллы	баллы	баллы	баллы	баллы	

ТЕМА 8. СТЕПЕНИ. СВОЙСТВА СТЕПЕНЕЙ

Задание 126. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

сте́пень | **возводи́ть / возвести́ в сте́пень**
показа́тель сте́пени | **возведе́ние в сте́пень**
выража́ть / выразить | **выраже́ние**
основа́ние сте́пени

Задание 127. *Прочитайте текст:*

Степень

Выраже́ние *a^p* (а в сте́пени пэ) **называется сте́пенью, где *а* – основа́ние сте́пени, *р* – показа́тель сте́пени. Например, 2^5 (два в степени пять) – это степень, где 2 – основание степени, 5 – показатель степени. Де́йствие нахожде́ния сте́пени числа́ называется возведе́нием в сте́пень**.

Задание 128. *Прочитайте предложения:*

1) a^p – «а» в степени пэ;

2) a^2 – «а» в степени два, или «а» в квадрате, или «а» во второй степени;

3) a^3 – «а» в степени три, или «а» в кубе, или «а» в третьей степени;

4) a^4 – «а» в степени четыре, или «а» в четвёртой степени;

5) a^5 – «а» в степени пять, или «а» в пятой степени;

6) a^6 – «а» в степени шесть, или «а» в шестой степени.

Задание 129. *Прочитайте выражения:*

x^2; m^2; n^2; y^3; s^3; z^3; y^0; z^9; a^{-1}; $в^{0,5}$; $10u^4 – 9v^5$; $(c^3 + d)^2$; $(p^2 - q)^3$; $(2m^3 - 3)^4$.

Задание 130. *Запишите в символах:*

Эм в шестой степени; бэ в квадрате; икс в кубе плюс игрек в пятой степени; эм в нулевой степени; эн в минус первой степени; зэт в степени одна вторая; пэ в степени минус две третьих.

Текст 9. Определение степени с рациональным показателем

$(n \in N,\ m \in Z)$

Формулы	**Примеры**
1. $a^1 = a$	$2^1 = 2$
2. $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}}$	$2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ раз}}$
3. $a^0 = 1\ (a \neq 0)$	$2^0 = 1;\ (0{,}5)^0 = 1;\ (\sqrt{6})^0 = 1$
4. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}\ (a \neq 0)$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}\ \ (a > 0)$	$2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

Примечание. Выражение $\sqrt[n]{a^m}$ читаем: корень степени эн из а в степени эм.

Задание 131. *Прочитайте предложение, запишите его словами и формулой:*

Степенью числа «*а*» с натуральным показателем «*n*» называется число, равное произведению «*n*» множителей, каждый из которых равен «*а*».

Задание 132. *Прочитайте текст:*

1) В формуле $a^0 = 1$ «а» не равно нулю, так как 0^0 не имеет смысла.
2) В формуле $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ «*а*» не равно нулю, так как $\frac{1}{0}$ не имеет смысла.
3) В формуле $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ число *а* > 0. Объясните, почему. Приведите пример.

Задание 133. *Вычислите:*

1) 10^n ($n = 0; 1; -1; 2; -2$); 2) $(1{,}3)^0$; $(0{,}5)^{-1}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$; $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$; $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-3}$;

3) $(-1)^4 - (-1)^3 - (-1)^2 - (1)$; 4) $(-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 - (-1)^5$;

5) $(-1)^{\kappa} + (-1)^{\kappa+1} + (-1)^{\kappa+2} + (-1)^{\kappa+3}$; 6) $11^{11} + (-11)^{11}$.

Задание 134. *Закончите предложения и приведите примеры:*

1) Положительное число в натуральной степени есть число …
2) Отрицательное число в чётной степени есть число …
3) Отрицательное число в нечётной степени есть число …

Примечание. Чётные числа: 2; 4; 6; …; $2n$ ($n \in N$). Нечётные числа: 1; 3; 5; … ; $2n - 1$ ($n \in N$).

Задание 135. *Вставьте нужное слово:*

1) Любая степень положительного числа есть … число.
2) Чётная степень отрицательного числа есть … число.
3) Нечётная степень отрицательного числа есть … число.

Задание 136. *Запишите следующие числа как степень:*
8; 9; –27; 81; 0,81; 0,01; – 0,008; –0,125; $\frac{4}{9}$; 100; 16; $\frac{121}{64}$; 0,25.

Задание 137. *Вычислите:*
1) $[(1\frac{1}{2})^{-1} - 3^{-2}]^{-2}$; 2) $(\frac{2}{3})^{-2} - 4^{-1} \cdot 5 + (0{,}5)^{-2}$; 3) $[(0{,}4)^{-1/3}]^{-3} \cdot (0{,}4)^{-1}$;

4) $[(\frac{7}{3})^{-0{,}5}]^{-2} \cdot (\frac{7}{3})^{-1}$; 5) $[(-\frac{2}{3})^{-3} + 3 \cdot 2^{-3}]^{-2}$.

Задание 138. *Запишите следующие выражения без отрицательных показателей степеней. Какое свойство степеней вы используете?*

1) y^{-1}; a^{-2}; $(c - 1)^{-1}$; $(a + в)^{-4}$; $3a^{-2}$; $0{,}5x^{-3}$; $4m^{-2}$; $3a^{-1}в$; $2m^{-1}n^{-2}$.

Задание 139. *Запишите следующие дроби как степени с отрицательным показателем:*
1) $\frac{1}{64}$; 2) $\frac{1}{81}$; 3) $\frac{1}{121}$; 4) $\frac{1}{289}$; 5) $\frac{1}{625}$; 6) 0,1; 7) 0,01; 8) 0,001.

Текст 10. Свойства степеней с рациональными показателями

($a > 0$, $b > 0$, $x \in Q$, $y \in Q$)

1. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ **– произведéние степенéй**
2. $a^x : a^y = a^{x-y}$ **– чáстное степенéй**
3. $(a^x)^y = a^{xy} = (a^y)^x$ **– стéпень стéпени**
4. $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ **– стéпень произведéния**
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ **– стéпень чáстного**

Задание 140. *Выполните действия:*

1) $\frac{2^{15}}{2^5 \cdot 2^6}$; 2) $\frac{3^{11}}{3^4 \cdot 3^5}$; 3) $\frac{5^{-9} \cdot 5^{-5}}{5^{12}}$; 4) $\frac{7^{18}}{7^4 \cdot 7^{16}}$.

Задание 141. *Вычислите:*

1) $\frac{5^3 \cdot 8^3}{4^3 \cdot 25^2}$; 2) $\frac{3^8 \cdot 8^4}{27^3 \cdot 4^5}$; 3) $\frac{125 \cdot 16}{2^4 \cdot 25^4}$; 4) $\frac{81^2 \cdot 4^7}{2^{13} \cdot 27^3}$; 5) $\frac{42^3 \cdot 9^{-2}}{14^3 \cdot 7^2}$.

Задание 142. *Рассмотрите пример и вычислите 1) – 4).*

Пример. $\frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{8}}{2^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{2^3}}{2^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{3}{2}}}{2^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{2}} =$

$= 2^{\frac{2}{3} + \frac{3}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = 2^2 = 4.$

1) $x = \frac{\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}\right)^{1.75} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{3}}{2^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{9} \cdot 3^{-\frac{1}{2}}}$; 2) $x = \frac{\left(\sqrt[6]{2}\right)^{-1} \cdot 8 \cdot 9^{-2} \cdot \sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{16} \cdot 2^{0.5}(27)^{-1} \cdot \sqrt[3]{3}}$;

3) $x = \frac{(16)^{-\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\sqrt[3]{16}\right) \cdot 5^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{5} \cdot 2^3 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 \cdot 4^{\frac{2}{3}}}$; 4) $x = \frac{\sqrt[6]{16} \cdot 6^{0.5} \cdot \left(\sqrt[6]{6}\right)^3}{\sqrt[3]{81} \cdot \left(\sqrt[6]{36}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2}$.

Задание 143. *Решите задачи:*

1) Расстояние от Земли до Солнца равно приблизительно $1,5 \cdot 10^{13}$ см. Выразите это расстояние в километрах.

2) 1 джоуль равен 10^7 эргов, а киловатт–час равен $3,6 \cdot 10^6$ джоулей. Выразите киловатт–час в эргах.

ТЕМА 9. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

Задание 144. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

формулы сокращённого умножения **удвóенное произведение**
непóлный квадрат суммы **утрóенное произведение**
неполный квадрат разности **докáзывать / доказáть**
доказáтельство

Текст 11. Формулы сокращённого умножения

1.	**Квадрат суммы:**	$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
2.	**Квадрат разности:**	$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
3.	**Куб суммы:**	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
4.	**Куб разности:**	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
5.	**Разность квадратов:**	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
6.	**Сумма кубов:**	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
7.	**Разность кубов:**	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Задание 145. 1) *Прочитайте:*

а) Проверим формулу 1:

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

б) Проверим формулу 3:

$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + \underline{2a^2b} + \underline{\underline{ab^2}} + \underline{a^2b} + \underline{\underline{2ab^2}} + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

2) *Проверьте остальные формулы*.

Задание 146. *Добавьте нужную информацию*.

1.	Разность квадратов		
2.		$(m + n)^2$	
3.			$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
4.		$p^3 + q^3$	
5.	Квадрат разности		
6.			$c^3 + d^3 + 3cd\,(c + d)$
7.	Разность кубов		

Задание 147. *Прочитайте:*

1) Квадрат суммы двух чисел *c* и *d* равен квадрату числа *c* плюс квадрат числа *d* плюс удвоенное произведение *c* и *d*:

$$(c + d)^2 = c^2 + d^2 + 2cd.$$

2) Квадрат разности двух чисел *c* и *d* равен квадрату числа *c* плюс квадрат числа *d* минус удвоенное произведение *c* и *d*:

$$(c - d)^2 = c^2 + d^2 - 2cd.$$

3) Куб суммы двух чисел *c* и *d* равен кубу числа *c* плюс утроенное произведение квадрата числа *c* на число *d* плюс утроенное произведение числа *c* на квадрат числа *d* плюс куб числа *d*:

$$(c + d)^3 = c^3 + 3c^2d + 3cd^2 + d^3.$$

4) Куб разности двух чисел *c* и *d* равен кубу числа *c* минус утроенное произведение квадрата числа *c* на число *d* плюс утроенное произведение числа *c* на квадрат числа *d* минус куб числа *d*:

$$(c - d)^3 = c^3 - 3c^2d + 3cd^2 - d^3.$$

5) Разность квадратов чисел *c* и *d* равна произведению суммы этих чисел на их разность: $c^2 - d^2 = (c + d)(c - d)$.
6) Сумма кубов двух чисел *c* и *d* равна произведению суммы этих чисел на неполный квадрат их разности: $c^3 + d^3 = (c + d)(c^2 - cd + d^2)$.

Здесь: «неполный квадрат разности чисел *c* и *d*» это выражение $c^2 - cd + d^2$.

7) Разность кубов двух чисел *c* и *d* равна произведению разности этих чисел на неполный квадрат их суммы: $c^3 - d^3 = (c - d)(c^2 + cd + d^2)$.

Задание 148. *Рассмотрите примеры.*

Записать выражения как квадрат суммы / разности:

1) $1 + a + \frac{a^2}{4} = (1)^2 + 2\cdot\left(\frac{a}{2}\right)\cdot 1 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2$;

2) $a - 6\sqrt{a} + 9 = (\sqrt{a})^2 - 2\cdot(\sqrt{a})\cdot 3 + (3)^2 = (\sqrt{a} - 3)^2$.

Задание 149. *Запишите следующие выражения как квадрат суммы / разности:*

1) $1 + a^2 + 2a$; 2) $9b^2 + 49 - 42b$; 3) $36 - 6c^5 + 0{,}25c^{10}$;

4) $0{,}01m^4 - 0{,}4m^2n + 4n^2$; 5) $x + 25 + 10x^{0,5}$;

6) $16z - 24z^{0,5} + 9$;   7) $a - 6\sqrt{a} + 9$;   8) $x + y + 2\sqrt{xy}$;

9) $1 + \sqrt[3]{b^2} - 2\sqrt[3]{b}$;   10) $\sqrt{c} + 2\sqrt[4]{c}\,\sqrt{d} + d$.

Задание 150. *Дополните выражение так, чтобы получилось тождество:*

1) $(3x^3 + ?)^2 = ? + ? + y$;   2) $(? + ?)^2 = ? + 70b^3c + 49c^2$;
3) $(5b^2 - ?)^2 = ? - 30a^2b^3 + ?$;   4) $(? - ?)(0,4n^2 + ?) = ? - m^6$;
5) $(5a^4 + ?)^3 = ? + ? + ? + 8b^{12}$;   6) $(? - 2x)^3 = x^6 - ? + ? - ?$;
7) $a^6 - ? = (? - b)(? + ? + ?)$;   8) $x^2 - 8y^6 = (? - ?)(? + ?)$;
9) $(3x + ?)(? - ? + 1) = ? + 1$;   10) $100b^2 - ? = (? - ?)(? + 2a^2)$.

Задание 151. *Прочитайте пример*:

Запишите формулой: Куб числа p (p^3) плюс куб числа q (q^3) плюс утроенное произведение квадрата первого числа на второе ($3p^2q$) плюс утроенное произведение первого числа на квадрат второго ($3pq^2$).

Получили $p^3 + q^3 + 3p^2q + 3pq^2 = (p + q)^3$.

Задание 152. *Запишите формулой*:

1) Квадрат числа *m* плюс квадрат числа *n* минус удвоенное произведение этих чисел.

2) Куб числа *p* минус утроенное произведение квадрата числа *p* на число *q* плюс утроенное произведение числа *p* на квадрат *q* минус куб числа *q*.

3) Произведение суммы чисел *x* и *y* на их разность.

4) Произведение разности чисел *r* и *s* на неполный квадрат их суммы.

5) Квадрат числа *t* плюс квадрат числа пять плюс удвоенное произведение этих чисел.

6) Произведение суммы чисел *z* и десяти на неполный квадрат их разности.

Задание 153. *Допишите выражение так, чтобы получилось верное равенство:*

1) $c^2 + d^2 - 2cd = ...$ 2) $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = ...$;

3) $(m - n)(m + n) = ...$ 4) $(s + t)(s^2 - st + t^2) = ...$;

5) $p^2 + q^2 + 2pq = ...$ 6) $(k - l)(k^2 + kl + l^2) = ...$;

7) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = ...$

Задание 154. *Рассмотрите примеры.*

Выполнить действия:

1) $(2x - 3x^2y)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(3x^2y) + (3x^2y)^2 = 4x^2 - 12x^3y + 9x^4y^2$;

2) $(a^{\frac{1}{2}} - d^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} + d^{\frac{1}{2}}) = (a^{\frac{1}{2}})^2 - (d^{\frac{1}{2}})^2 = a - d.$

Задание 155. *Выполните действия:*

1) $(3a + 2)^2$; 2) $(5 - b^3)^2$; 3) $(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})^2$; 4) $(2x + y^{\frac{1}{2}})^2$;

5) $(2x^{0,5} - 0,5)^2$; 6) $(0,1m + n^5)^2$; 7) $(x^{1/3} + y^{1/4})^2$;

8) $(a^k - 2b^3)^2$; 9) $(2^n + 3^{n+1})^2$; 10) $(2\cdot 3^x - 5^x)^2$.

Задание 156. *Выполните действия:*

1) $(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})$; 2) $(3a^{\frac{1}{2}} + b^3)(b^3 - 3a^{\frac{1}{2}})$;

3) $(5m^2 - 7n^3)(7n^3 + 5m^2)$; 4) $(p^m - q^n)(p^m + q^n)$;

5) $(s^{k+2} - t^{1-k})(s^{k+2} - t^{1-k})$; 6) $(5^{1+x} - 1)(1 + 5^{1+x})$;

7) $(3x^2y - 2)(3x^2y + 2)$; 8) $(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})$;

9) $(\sqrt[3]{m} - \sqrt[3]{n})(\sqrt[3]{m} + \sqrt[3]{n})$; 10) $(\sqrt[4]{t} - \sqrt[4]{z})(\sqrt[4]{t} + \sqrt[4]{z})(\sqrt{t} + \sqrt{z})(t + z)$.

Задание 157. *Выполните действия:*

1) $(x + y)^3$; 2) $(2m - 1)^3$; 3) $(2 - 3n^2)^3$; 4) $(2c^2 + d^3)^3$;

5) $(\frac{1}{2}x^2y + 2y)^3$; 6) $(3a^3b - \frac{1}{3}b)^3$; 7) $(2z^{1/3}y^{2/3} + 1)^3$;

8) $(\sqrt[3]{c} - \sqrt[3]{d})^3$; 9) $(\sqrt[3]{p} - 2)^3$; 10) $(\sqrt[6]{s} + \sqrt[6]{t})^3$.

Задание 158. *Рассмотрите примеры*:

Выполнить действия:

1) $(a-2)(a^2+2a+4) = a^3 - 2^3 = a^3 - 8$ - разность кубов;

2) $(0{,}5y^{1/3}+2)(0{,}25y^{2/3} - y^{1/3}+4) = (0{,}5y^{1/3}+2)\left((0{,}5y^{\frac{1}{3}})^2 - \left(0{,}5y^{\frac{1}{3}}\right)\cdot 2 + 2^2\right)$

$= (0{,}5y^{\frac{1}{3}})^3 + 2^3 = 0{,}125y + 8$ – сумма кубов.

Задание 159. *Выполните действия:*

1) $(x+y)(x^2-xy+y^2)$;
2) $(a-2)(a^2+2a+4)$;
3) $(3+2a)(4a^2-6a+9)$;
4) $(b^2-1)(1+b^2+b^4)$;
5) $(9x^2+3x+1)(1-3x)$;
6) $(0{,}5\,y^{1/3}-2)(0{,}25y^{2/3}+y^{1/3}+4)$;
7) $(p^{1/3}+q^{1/3})(p^{2/3}-p^{1/3}q^{1/3}+q^{2/3})$;
8) $(\sqrt[3]{m}-\sqrt[3]{n})(\sqrt[3]{m^2}+\sqrt[3]{mn}+\sqrt[3]{n^2})$;
9) $(\sqrt{c}+\sqrt{d})(c-\sqrt{cd}+d)$;
10) $(\sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y})(\sqrt[3]{x}+\sqrt[6]{xy}+\sqrt[3]{y})$.

Задание 160. *Проверьте формулы*:

1) $a^4-b^4=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$;
2) $a^4+a^2b^2+b^4=(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$;
3) $a^4+b^4=(a^2-\sqrt{2}\,ab+b^2)(a^2+\sqrt{2}\,ab+b^2)$;
4) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)$;
5) $(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab-bc-ac)$.

Задание 161. *Вычислите:* 1) 41^2, 39^2, 31^3, 29^3; $41\cdot 39$;

2) $\dfrac{43^2-11^2}{(36{,}5)^2-(27{,}5)^2}$; 3) $\dfrac{97^3+83^3}{180}-97\bullet 83$; 4) $\dfrac{23^3-18^3}{5}+23\bullet 18$.

Задание 162. *Докажите:*

1) Число 2^9-1 делится на 73; 2) Число 5^4-10^4 делится на 9; 3) Число 8^5+2^{11} делится на 17.

ТЕМА 10. КОРНИ. СВОЙСТВА КОРНЕЙ

Задание 163. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

ко́рень — **подкоренно́е выраже́ние**
показа́тель ко́рня — **извлека́ть / извле́чь ко́рень**
куби́ческий корень — **извлече́ние корня**
квадра́тный корень — **нахожде́ние**
вноси́ть / внести́ мно́житель под ко́рень
выноси́ть / вынести мно́житель из-под ко́рня
освобожда́ть / освободи́ть дробь от иррациона́льности в знамена́теле (числи́теле) дро́би

Задание 164. *Прочитайте текст:*

Корень

Выражение $\sqrt[n]{a}$ (корень степени эн из а) **называется корнем, где n – показатель корня ($n \in N$, $n > 1$), a – подкоренное число или выражение. Например, $\sqrt[4]{16}$ – корень степени четыре из числа шестнадцать, 4 – показатель корня, 16 – подкоренное число**. **Нахождение корня из числа называется извлечением корня.**

Задание 165. *Прочитайте:*

$\sqrt{a}$ – квадратный корень из a; $\sqrt[3]{x}$ – кубический корень из x;

$\sqrt[4]{2}$ – корень степени четыре из двух (корень четвёртой степени из двух); $\sqrt[5]{3}$ – корень степени пять из трёх (корень пятой степени из трёх); $\sqrt[6]{4}$ – корень степени шесть из четырёх (корень шестой степени из четырёх); $\sqrt[7]{5}$ – корень степени семь из пяти (корень седьмой степени из пяти); $\sqrt[8]{6}$ – корень степени восемь из шести (корень восьмой степени из шести).

Задание 166. *Прочитайте выражения:*

$\sqrt{b}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{7}$; $\sqrt[3]{c}$; $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[3]{10}$; $\sqrt[4]{m}$; $\sqrt[4]{9}$; $\sqrt[4]{4}$; $\sqrt[5]{y}$; $\sqrt[5]{5}$; $\sqrt[5]{11}$; $\sqrt[6]{z}$; $\sqrt[6]{6}$;

$\sqrt[6]{20}$; $\sqrt[t+3]{(2+a)^x}$; $\sqrt[4t]{5+a^x}$; $\sqrt[1-t]{(10-2t)^4}$; $\sqrt[2t]{0{,}4-3^x}$.

Задание 167. *Напишите в символах:*

Корень степени k из суммы a и b; корень степени $n + 1$ из x; квадратный корень из разности c и d; кубический корень из двадцати одного; кубический корень из семнадцати; квадратный корень из тридцати двух; корень степени четыре из трёх.

Текст 12. Определение арифметического корня

Арифметический корень *n*–ой степени из неотрицательного числа *a* – это неотрицательное число *x*, если $x^n = a$.

В символах: $\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow x^n = a$ ($x \geq 0$, $a \geq 0$).

Например, 2 – арифметический корень четвёртой степени из шестнадцати: $2 = \sqrt[4]{16}$, так как $2^4 = 16$ ($2 > 0$, $16 > 0$).

Задание 168. *Прочитайте:*

1) $\sqrt{9} = 3$, так как $3^2 = 9$; 2) $\sqrt[3]{125} = 5$,так как $5^3 = 125$; 3) $\sqrt[5]{32} = 2$, так как $2^5 = 32$.

Задание 169. *Продолжите высказывание:*

1) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$, так как ... ; 2) $\sqrt[3]{64} = 4$, так как ... ; 3) $\sqrt{81} = 9$, так как... .

Задание 170. *Прочитайте*:

1) Существует корень нечётной степени из отрицательного числа. Например, $\sqrt[3]{-8} = -2$, так как $(-2)^3 = -8$; $\sqrt[5]{-243} = -3$, так как $(-3)^5 = -243$; $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2}$, так как $(-\frac{1}{2})^3 = -\frac{1}{8}$.

2) Корень чётной степени из отрицательного числа не существует. Например, $\sqrt{-2} \notin R$.

3) Корень чётной степени из положительного числа имеет два значения с противоположными знаками. Например, $\pm\sqrt[4]{16} = \pm 2$.

Задание 171. *Ответьте на вопросы. Приведите примеры.*

1) Сколько значений имеет корень нечётной степени из отрицательного числа и с каким знаком?

2 Сколько значений имеет корень чётной степени из положительного числа?

3) Существует ли корень чётной степени из отрицательного числа?

Задание 172. *Продолжите высказывание:*

$\sqrt[5]{-32} = -2$, так как … ; $\sqrt[3]{-27} = -3$, так как ... ; $\sqrt[7]{-128} = ...$, так как $(-2)^7 = -128$.

Текст 13. Свойства корней

($a > 0$, $b > 0$, $n \in N$, $p \in N$, $m \in N$)
1. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ – произведение корней с одинаковыми показателями
2. $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ – частное корней с одинаковыми показателями
3. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ – корень из корня
4. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ – степень корня
5. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[np]{a^{mp}}$ – основное свойство корня

Задание 173. *Прочитайте примеры. Назовите свойства, которые использованы:*

1) $\sqrt[3]{25}\cdot\sqrt[3]{135}=\sqrt[3]{25\cdot 135}=\sqrt[3]{25\cdot 5\cdot 27}=\sqrt[3]{5^3\cdot 3^3}=5\cdot 3=15$;

2) $\sqrt[5]{2^5\cdot 7^2}:\left(\sqrt[5]{7}\right)^7=\sqrt[5]{\dfrac{2^5\cdot 7^2}{7^7}}=\sqrt[5]{\dfrac{2^5}{7^5}}=\dfrac{2}{7}$;

3) $\sqrt{\sqrt[3]{a^{12}\cdot b^{36}}}=\sqrt[6]{a^{12}\cdot b^{36}}=a^2\cdot b^6$

Задание 174. *Выполните действия:*

1) $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}$; 2) $\sqrt[7]{16}\cdot\sqrt[7]{8}$; 3) $\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}$; 4) $\sqrt[5]{27}\cdot\sqrt[5]{9}$;

5) $\sqrt[3]{81}:\sqrt[3]{3}$; 6) $\sqrt{125}:\sqrt{5}$; 7) $\dfrac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{9}}$; 8) $\sqrt[4]{0{,}00001}:\sqrt[4]{0{,}1}$;

9) $\sqrt[3]{3\dfrac{3}{8}}$; 10) $\sqrt[4]{3\dfrac{13}{81}}$; 11) $\sqrt[3]{15\dfrac{5}{8}}$; 12) $\sqrt{1\dfrac{9}{16}}$.

Задание 175. *Упростите:*

1) $\sqrt[12]{x^6}$; 2) $\sqrt[6]{a^2}$; 3) $\sqrt[6]{y^4}$; 4) $\sqrt[15]{a^9}$; 5) $\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}$; 6) $\sqrt{\sqrt[3]{4a^2}}$;

7) $\sqrt[4]{\sqrt{81}}$; 8) $\sqrt{\sqrt{3a}}$; 9) $\sqrt[3]{5\sqrt{5}}$; 10) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$; 11) $\sqrt[3]{3\sqrt[5]{3}}$; 12) $\sqrt[3]{2\sqrt{5}}$.

Задание 176. 1) *Прочитайте основное свойство корня:*

Показатель корня и показатель подкоренного выражения можно умножить или разделить на одинаковое число р, не равное нулю.

2) *Запишите основное свойство корня формулой.*
3) *Сформулируйте основное свойство корня.*
5) *Упростите:* $\sqrt[6]{m^3}$; $\sqrt[12]{x^4}$; $\sqrt[9]{y^6}$; $\sqrt[8]{c^6}$.

Задание 177. *Прочитайте только верные высказывания:*
1) $\sqrt{x^2}=x$; 2) $\sqrt{x^2}=-x$; 3) $\sqrt{x^2}=x$, если $x\ge 0$; 4) $\sqrt{x^2}=-x$, если $x\le 0$;
5) $\sqrt{x^2}=|x|$ для $\forall x\in R$ (для любого икс из множества R).

Задание 178. *Определите знак разности*:

1) $\sqrt[4]{7}-\sqrt[8]{50}$; 2) $\sqrt[4]{24}-\sqrt[3]{5}$; 3) $\sqrt[8]{10}-\sqrt[4]{3}$; 4) $\sqrt[3]{4}-\sqrt[6]{17}$.

Задание 179. *Вычислите:*

1) $\sqrt[4]{6+\sqrt{20}}\cdot\sqrt[4]{6-\sqrt{20}}$;	2) $\sqrt[6]{11+\sqrt{57}}\cdot\sqrt[6]{11-\sqrt{57}}$;
3) $\sqrt[3]{5-\sqrt{17}}\cdot\sqrt[3]{5+\sqrt{17}}$;	4) $\sqrt[3]{7-\sqrt{22}}\cdot\sqrt[3]{7+\sqrt{22}}$;
5) $\sqrt{\sqrt{2}+1}\cdot\sqrt[4]{3-2\sqrt{2}}$;	6) $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}$;
7) $\sqrt{2\sqrt{5}-4}\cdot\sqrt[4]{36+16\sqrt{5}}$;	8) $\sqrt[4]{16-8\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\sqrt{3}+1}$.

Задание 180. *Прочитайте текст*:

Действия с корнями

$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$	**Внесение множителя под корень**	$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$
$\sqrt[n]{a^m b} = a\sqrt[n]{a^{m-n} b}$	**Вынесение множителя из-под корня**	$\sqrt[n]{a^m b} = \sqrt[n]{a^n a^{m-n} b} = \sqrt[n]{a^n}\sqrt[n]{a^{m-n} b} = a\sqrt[n]{a^{m-n} b}$
$\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$ $\sqrt[k]{b} = \sqrt[nk]{b^n}$	**Приведение корней к общему показателю**	**Используем основное свойство корня**
$\dfrac{a}{\sqrt[n]{b}} = \dfrac{a \bullet \sqrt[n]{b^{n-1}}}{b}$	**Освобождение дроби от иррациональности в знаменателе**	$\dfrac{a}{\sqrt[n]{b}} = \dfrac{a \bullet \sqrt[n]{b^{n-1}}}{\sqrt[n]{b} \bullet \sqrt[n]{b^{n-1}}} = \dfrac{a \bullet \sqrt[n]{b^{n-1}}}{b}$.

Задание 181. *Прочитайте:*

Вынести множитель из-под корня, вынесение множителя из-под корня; внести множитель под корень, внесение множителя под корень; привести корни к общему показателю, приведение корней к общему показателю; освободить числитель (знаменатель) дроби от иррациональности, освобождение дроби от иррациональности в знаменателе (числителе) дроби.

Задание 182. *Прочитайте примеры:*

1) Записать выражение под одним знаком корня:

$$\frac{3a\sqrt{b}}{\sqrt[3]{81c^2}} = \frac{\sqrt{9a^2b}}{\sqrt[3]{81c^2}} = \frac{\sqrt[6]{(9a^2b)^3}}{\sqrt[6]{(81c^2)^2}} = \sqrt[6]{\frac{9^3a^6b^3}{9^4c^4}} = \sqrt[6]{\frac{a^6b^3}{9c^4}}.$$

2) Вынести множитель из-под корня*:*

$$\sqrt{50a^3b^2d^5} = \sqrt{25\cdot 2\cdot a\cdot a^2\cdot b^2\cdot d\cdot d^4} = 5abd^2\sqrt{2ad}.$$

3) Освободить дробь от иррациональности в знаменателе:

$$\frac{6}{\sqrt[3]{2}} = \frac{6\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}} = \frac{6\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{6\sqrt[3]{2^2}}{2} = 3\sqrt[3]{4}.$$

Задание 183. *Вынесите множитель из-под корня:*

1) $\sqrt{125}$; 2) $\sqrt{48}$; 3) $\sqrt{18}$; 4) $\sqrt{45}$; 5) $\sqrt[3]{64c^4}$; 6) $\sqrt[5]{a^6}$; 7) $\sqrt[4]{32b^5}$; 8) $\sqrt[5]{128a^7}$; 9) $0{,}6\sqrt{125m^3n^6}$; 10) $\sqrt[4]{80b^5c^{12}}$; 11) $3\sqrt[4]{5y^{14}z^{16}}$; 12) $-0{,}4\sqrt[5]{32x^2y^{11}}$

Задание 184. *Внесите множитель под корень:*

1) $7\sqrt{10}$; 2) $6\sqrt{x}$; 3) $10\sqrt{y}$; 4) $3\sqrt{2x}$; 5) $a\sqrt[3]{5}$;

6) $a\sqrt[4]{7}$; 7) $a\sqrt[6]{2}$; 8) $a\sqrt[5]{a}$; *9)* $-2\sqrt{3}$; 10) $-x\sqrt[4]{x}$.

Задание 185. *Освободите дробь от иррациональности в знаменателе:*

1) $\sqrt{\frac{a^2}{8x}}$; 2) $\sqrt[2]{\frac{9a^2}{8x^5}}$; 3) $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{4a^2}{27b}}$; 4) $5\sqrt{\frac{9n}{5m^3}}$;

5) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}+2}$; 6) $\frac{2}{1+\sqrt{x}}$; 7) $\frac{2}{1+\sqrt{x}}$; 8) $\frac{2}{\sqrt[3]{(a-b)^2}}$.

ТЕМА 11. МНОГОЧЛЕНЫ

Задание 186. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите на родной язык:*

одночле́н — **разложи́ть многочле́н на мно́жители**
многочле́н — **группиро́вка чле́нов**
коэффицие́нт — **подо́бные чле́ны**

Задание 187. *Прочитайте текст*:

1) Одночлен содержит числа, переменные и два действия: умножение и возведение в степень с натуральным показателем.
2) Степень одночлена равна сумме степеней входящих в него букв. Например, $5x^2y^3z$ – это одночлен шестой степени (2 + 3 + 1 = 6).
3) Одночлен $5x^2y^3z$ записан в стандартном виде: 5 – коэффициент, x^2y^3z – буквенная часть одночлена.
4) Одночлены $5x^2y^3z$; 0,6 x^2y^3z и –2 x^2y^3z – подобные, так как они имеют одинаковую буквенную часть и отличаются только коэффициентами.

Текст 14. Многочлен. Степень многочлена

Многочлен – это алгебраическая сумма одночленов. **Степень многочлена стандартного вида – это наибольшая степень входящих в него одночленов.**

Задание 188. *Прочитайте примеры*:

1) $3x^2 + xy - 7y$ – это многочлен второй степени, он имеет три члена; 2) $7 + m + n$ – многочлен первой степени; 3) $x^2y + 3xy + 2x$ – многочлен третьей степени; 4) $p^5q + p^3q^2 + pq^3$ – многочлен шестой степени.

Задание 189. 1) *Прочитайте:*

Если многочлен не содержит подобных членов и каждый член есть одночлен стандартного вида, то многочлен называют многочленом стандартного вида.

2) *Приведите примеры многочленов стандартного вида.*

Задание 190. *Читайте действия с многочленами:*

1) Сложение многочленов: $(x^2 + xy – y) + (3x^2 – 2xy + y)= 4x^2 – xy$.

2) Вычитание многочленов: $(4x-5y) – (-x-4y)+x= 4x - 5y + x + 4y+ x=6x - y$.

3) Умножение многочленов: $(x + 3y)(x - y)=x^2- xy + 3xy - 3y^2=x^2 +2xy - 3y^2$.

Задание 191. 1) *Прочитайте текст*:

Выражение $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 +…+ a_nx^n$ $(a_n \neq 0)$ называется многочленом n-й степени от икс. Числа a_0, a_1, a_2, …, a_n – коэффициенты многочлена. Число a_n – старший коэффициент многочлена, a_0 – постоянный член многочлена, x – переменная. Например, $4 – x + 2x^2 – 8x^3+ x^4 – 9x^5$ – это многочлен 5-й степени от переменной x, где $a_n = – 9$, $a_0 = 4$.

2) *Приведите примеры многочленов от одной переменной.*

Задание 192. 1) *Объясните деление многочлена на двучлен*:

$$
\begin{array}{r|l}
-\;x^3 + 4x^2 + 10x + 7 & x + 1 \\
\underline{x^3 + x^2 \qquad\qquad} & \overline{x^2 + 3x + 7} \\
-\;3x^2 + 10x & \\
\underline{3x^2 + 3x \quad} & \\
-\;7x + 7 & \\
\underline{7x + 7} & \\
0 &
\end{array}
$$

$$x^3 + 4x^2 + 10x + 7 = (x^2 + 3x + 7)(x + 1).$$

2) *Выполните деление многочленов*:

а) $(x^4 – 5x^3 + 6x^2 + 5x – 10) : (x – 2)$;

б) $(x^5 + 2x^4 – 6x^3 + 9x – 10) : (x^2 + 2x – 5)$.

Задание 193. *Выполните действия (сложение, вычитание, умножение, деление) с многочленами* $8x^2 + 10x - 3$ и $2x + 3$.

Задание 194. *Прочитайте текст и запишите его:*

1) Если многочлен имеет два члена, то он называется двучленом. Например, $x - 5$, $3a + 1$ – двучлены.
2) Если многочлен имеет три члена, то он называется трёхчленом. Например, $2xy - 5x + 7$ – это трёхчлен.
3) Трёхчлен вида $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ называется квадратным трёхчленом. Например, $3x^2 - 4x + 11$ – квадратный трёхчлен.

Текст 15. Разложение многочлена на множители

Разложить многочлен на множители это значит записать его как произведение одночленов и многочленов. Есть три способа разложения многочленов на множители.

Первый способ – вынесение общего множителя за скобки.

Второй способ – группировка членов.

Третий способ – по формулам сокращённого умножения.

Задание 195. *Прочитайте примеры*:

1) $6x^2y + 4xy^3 - 10x^2y^2 = 2xy(3x + 2y^2 - 5xy)$, где $2xy$ – общий множитель;

2) $-\underline{3nx} - \underline{2my} + \underline{2mx} + \underline{3ny} = (3ny - 3nx) + (2mx - 2my) = 3n(y - x) - 2m(y - x) = (y - x)(3n - 2m)$;

3) $27x^3 - 1 = (3x)^3 - 1^3 = (3x - 1)(9x^2 + 3x + 1)$.

Задание 196. *Укажите, какой способ разложения многочленов на множители использован в примерах:*

1) $1 + a^3 = (1 + a)(1 - a + a^2)$; 2) $ab - b + 2a - 2 = b(a - 1) + 2(a - 1) = (a - 1)(b + 2)$; 3) $5x^2y + 15xy^2 = 5xy(x + 3y)$.

Задание 197. *Разложите многочлены на множители:*

1) $8abc - 24abd - 6ab$; 2) $5ax^2 - 10axy + 15a^2xy$;

3) $-35xyz + 15xy + 20xyz^2$; 4) $14mn + mnk - 21m^2n$;

5) $ab - b + 2a - 2$; 6) $xy - 2y + 3x - 6$;

7) $ab + b^2 – ac – bc$;
8) $2z – 10 – yz + 5y$;
9) $11a – ab + 11b – a^2$;
10) $x^2 – xy – 8x + 8y$;
11) $ab – cb – b^2 + ac$;
12) $p^3 + p^2 + p + 1$;
13) $b^2 + ab – a^2c – abc$;
14) $5x^3z + 10x^2 – 6yz – 3xyz^2$;
15) $x^2y^2 + z – xyz – xy$;
16) $21a + 8xy^3 – 24y^2 – 7axy$;
17) $2am – 2an + 2a – m + n – 1$;
18) $3ax – 2by – 2bx – 6a + 3ay + 4b$;
19) $a^3 + a + a^2 + 1 + x^2 + ax^2$;
20) $3a^3 – 3a^2b + 9ab^2 – a^2 + ab – 3b^2$.

Задание 198. *Разложите многочлены на множители по формулам сокращённого умножения:*

1) $4x^2 + z^2 – 4xz - 25$; 2) $y^2 – 9x^2 - 12x - 4$; 3) $x^2 – 1 + 2xy + y^2$.

ТЕМА 12. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

Задание 199. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

область определéния дрóби

услóвие рáвенства дрóби нулю

дробь имеéт смысл (определенá, существýет)

Задание 200. *Прочитайте текст.*

1) $\dfrac{3x}{x-5}$ – это алгебраическая дробь, $3x$ – числитель, $(x – 5)$ – знаменатель дроби, x – перемéнная величинá.

2) $\dfrac{1 - x^2}{x}$ – это тоже алгебраическая дробь, $(1 – x^2)$ – числитель, x – знаменатель дроби.

Задание 201. *Прочитайте текст:*

Область определения дроби

***Определение*. Область определения дроби – это множество значений переменной, когда дробь имеет смысл (существует, определена).**

Например, **дробь** $\frac{3x}{x-5}$ **имеет смысл, если знаменатель** $\boldsymbol{x - 5 \neq 0}$**,**

то есть $\boldsymbol{x \neq 5}$**.**

Область определения дроби $\boldsymbol{D = R \setminus \{5\}}$**, или** $\boldsymbol{x \in (-\infty; 5) \cup (5; +\infty)}$**.**

Задание 202. *При каких значениях переменной следующие дроби не имеют смысла:* 1) $\frac{x+2}{1-x}$; 2) $\frac{6x}{x^2-25}$; 3) $\frac{2}{|x|}$; 4) $\frac{9x}{x^2+1}$?

Задание 203. *Напишите дробь, которая определена*:

1) при всех значениях x, кроме $x = 7$;
2) при всех значениях x, кроме $x = 4$ и $x = 3$;
3) при всех значениях $x > 2$;
4) при всех значениях переменной x.

Задание 204. *Найдите область определения дроби:*

1) $\frac{2x+1}{14+2x}$; 2) $\frac{3-x}{1-x^2}$; 3) $\frac{x+1}{2x^2+1}$;

4) $\frac{x^2}{27-3x^2}$; 5) $\frac{2}{|x|-2}$; 6) $\frac{4}{\sqrt{3+x}}$.

Задание 205. *Прочитайте текст:*

Условие равенства дроби нулю

Дробь равна нулю тогда и только тогда, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю.

В символах:

$$\frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{Q}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{P} = 0, \\ \boldsymbol{Q} \neq 0. \end{cases}$$

Например, дробь $\frac{2x-6}{x+1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-6=0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x \neq -1 \end{cases} \Rightarrow x = 3.$

Задание 206. Найдите значения переменной x, когда дробь равна нулю:

1) $\frac{x+5}{x-1}$; 2) $\frac{x(x-7)}{1+2x}$; 3) $\frac{|x+1|}{0{,}5x}$; 4) $\frac{\sqrt{x}+1}{x}$; 5) $\frac{4-x^2}{x^3+8}$.

ТЕМА 13. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

Задание 207. *Найдите в словаре новые слова и словосочетания, переведите их на родной язык:*

компле́ксное число | **мни́мая единица**
сопряжённые числа | **ве́ктор**
окру́жность | **параллелогра́мм**
геометри́ческая интерпрета́ция | **тригонометри́ческая фо́рма**

Задание 208. *Прочитайте текст*:

Как проходил процесс расширения понятия числа? Сначала для счёта предметов использовались натуральные числа. Необходимость выполнения деления привела к понятию дробных положительных чисел. Затем необходимость выполнения вычитания – к понятиям нуля и отрицательных чисел. Далее, необходимость извлечения корней из положительных чисел – к понятию иррациональных чисел. Все перечисленные операции выполнимы на множестве действительных чисел. Идея о необходимости расширения понятия действительного числа возникла в результате решения квадратных и кубических уравнений, в которых в формулах корней уравнения под знаком корня стояло отрицательное число.

2) Ответьте на вопрос: какое действие не всегда выполнимо на множестве целых чисел? действительных чисел?

Текст 16. Комплексные числа

Определение. **Числа вида *a* + bi, где *a* и *b* – действительные числа, i – мнимая единица (i^2= -1) называются комплексными числами.**

Пример. **7 + 5 i – комплексное число, *a* = 7, *b* = 5, i - мнимая единица.**

Задание 209. *Прочитайте текст:*

Комплексное число принято обозначать буквой z: $z = a + bi$. Число a называется действительной частью комплексного числа, обозначается $Re\ z$; b – мнимая часть комплексного числа, обозначается $Im\ z$.

Задание 210. *Ответьте на вопросы:*

1) $3 + 5i$ – это какое число? Как называется 3? $5i$?

Задание 211. *Прочитайте:*

1) $a + 0i = a$ – это действительное число.

2) Число вида $0 + bi$ обозначают bi. Его называют чисто мнимым числом.

3) Комплексное число $0 + 0 \cdot i = 0$ является единственным числом, которое одновременно и действительное, и чисто мнимое.

Текст 17. Комплексно сопряжённые числа

Определение. **Числа $a + bi$ и $a - bi$ называются комплексно сопряжёнными.**
***Обозначение*:** $z = a + bi$ и $\bar{z} = a - bi$ **– сопряжённые числа (т.е. $\overline{a+bi} = a - bi$).**
***Например*, $7 + 3i$ и $7 - 3i$ – это комплексно сопряжённые числа**.

Задание 212. *Назовите числа, сопряжённые числам*:

$3 + 4i$; $-2 - 5i$; $-0,5 + 6i$.

Задание 213. *Прочитайте*:

1) Заметим, что $\overline{a-bi} = a + bi$, поэтому для любого комплексного числа z имеет место равенство $(\bar{\bar{z}}) = z$.

2) Если $z = a + bi$, то $z + \bar{z} = 2a$ и $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$.

Текст 18. Модуль комплексного числа

Определение. **Модулем комплексного числа** $z = a + bi$ **называется число, равное** $\sqrt{a^2 + b^2}$**:**

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Например, **модуль комплексного числа** $z = 2 + 5i$ $(a = 2,\ b = 5)$ ***равен:*** $|z| = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$.

Примечание. Для любого комплексного числа $z = a + bi$ справедливы формулы: $|z| = |\bar{z}|$, $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.

Задание 214. *Найдите модули чисел*: $z_1 = 3 + 4i$; $z_2 = 1 + i$; $z_3 = i$.

Задание 215. *Прочитайте текст:*

Действия с комплексными числами

1. Сложение. Суммой комплексных чисел $a + bi$ и $c + di$ называется комплексное число $(a + c) + (b + d)i$:

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i.$$

Пример: $(1 + 3i) + (-2 + 5i) = (1 - 2) + (3 + 5)i = -1 + 8i$

2. Вычитание. Разностью комплексных чисел $a + bi$ и $c + di$ называется комплексное число $(a - c) + (b - d)i$:

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i.$$

Пример: $(1 + 3i) - (-2 + 5i) = (1 - (-2)) + (3 - 5)i = 3 - 2i$

3. Умножение. Произведением комплексных чисел $a + bi$ и $c + di$ называется комплексное число $(ac - bd) + (ad + bc)i$:

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

Пример: $(1 + 3i)(-2 + 5i) = 1\cdot(-2) + 1\cdot 5i + 3i\cdot(-2) + 3i\cdot 5i = -2 + 5i - 6i - 15 = -17 - i$.

4. Деление. Частным комплексных чисел $a + bi$ и $c + di$ называется комплексное число $\dfrac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \dfrac{cb - ad}{c^2 + d^2}i$.

Чтобы найти частное $\frac{a+bi}{c+di}$, надо числитель и знаменатель дроби умножить на число, сопряжённое c + di.

Пример: $\frac{1+3i}{-2+5i}\cdot\frac{-2-5i}{-2-5i}=\frac{13-11i}{4+25}=\frac{13}{29}-\frac{11}{29}i$.

***Задание* 216.** *Выполните действия:*

1)$(5-3i)-(1+2i)+(2-i)$; *2)*$(4-2i)-(7+i)+(2-i)$; *3)*$(3-i)(6+2i)$;

4) $\frac{2+3i}{1-2i}$; 5) $\frac{(1-2i)(1+i)}{3+i}+\frac{1}{i}$; 6) $(\frac{1+i^7}{1+i^9})^3$; 7) $\frac{2-i}{(3-i)(1+3i)}$.

Задание 217. *Прочитайте текст:*

Действительные числа изображаются точками числовой прямой. Комплексное число *a* + *bi* можно рассматривать как пару действительных чисел (*a; b*). Поэтому естественно комплексные числа изображать точками плоскости.

Задание 218. *Прочитайте текст:*

Геометрическая интерпретация комплексного числа

Пусть на плоскости задана прямоугольная система координат. Комплексное число *z* = *a* + *bi* изображается точкой *Z* плоскости с координатами (*a; b*). Ось абсцисс – действительная ось. Ось ординат – мнимая ось. Плоскость, на которой изображают комплексные числа – комплексная плоскость (рис.1).

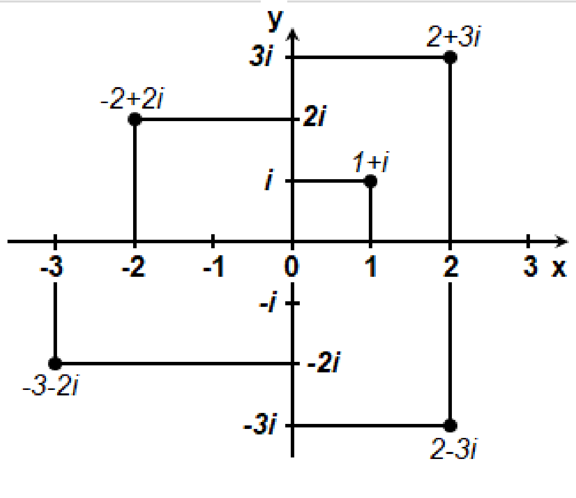


Рис. 1

***Задание 219.** На комплексной плоскости построить точки, соответствующие числам:*

1) 3; 2) 4; 3) – 2; 4) 6i; 5) 4i; 6) – 2i; 7) 1 + 3i; 8) 2 + 5i; 9) – 3 +i; 10) 1 + i; 11) – 1 – 3i; 12) – 4 – 3i; 13) 1 – 4 i; 14) 3 – 3i.

***Задание 220.** Прочитайте текст:*

Точки, изображающие числа z и $–z$, симметричны относительно точки О. Точки, изображающие числа z и $\bar{z}$, симметричны относительно оси ОХ (рис. 2).

Заметим, что комплексное число $z = a + bi$ можно изображать вектором с началом в точке О и концом в точке Z. $|z|$ – расстояние от точки О до точки Z. Сумму векторов находим по правилу сложения векторов, то есть по правилу параллелограмма (рис. 3).

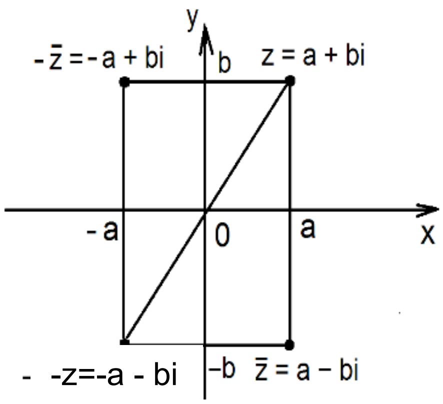


Рис. 2

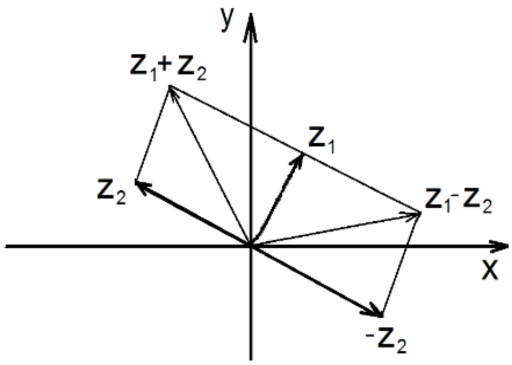


Рис. 3

***Задание 221.** Прочитайте:*

1) Уравнение $|z| = R$ является уравнением окружности с центром в точке (0; 0) радиуса R.
2) $|z_1 - z_2|$ – расстояние между точками z_1 и z_2.
3) $|z - z_0| = R$ – уравнение окружности с центром в точке z_0 радиуса R.

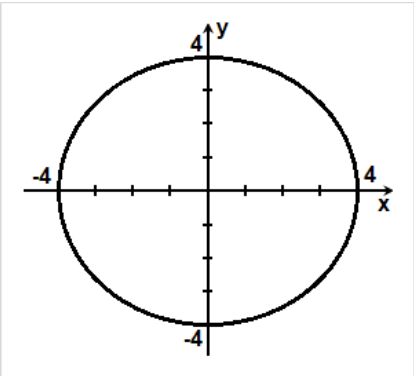
***Задание 222**. Ответьте на вопросы:*

1) Как расположены точки, изображающие числа z и $\bar{z}$ на комплексной плоскости?
2) Как расположены точки, изображающие числа z и $–z$ на комплексной плоскости?

3) Чему равна длина вектора, изображающего число z?
4) Что означает геометрически $|z|$?
5) Что значит $|z| = 4$ геометрически?
6) Что значит $|z - z_o| = R$ геометрически?

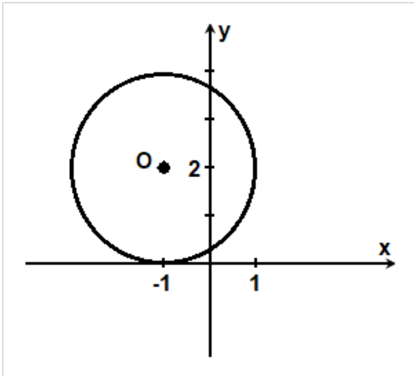
Задание 223. *Рассмотрите примеры:*
Покажем на плоскости множество комплексных чисел, если:

1) $|z| = 4$



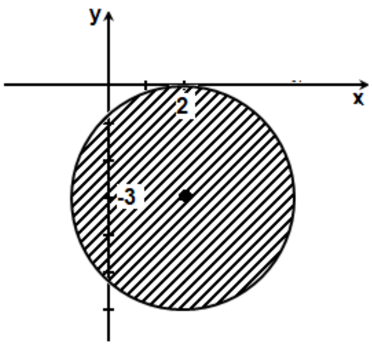
Окружность радиуса 4,
центр – точка (0; 0).

2) $|z + 1 - 2i| = 2$
$|z - (-1 + 2i)| = 2$



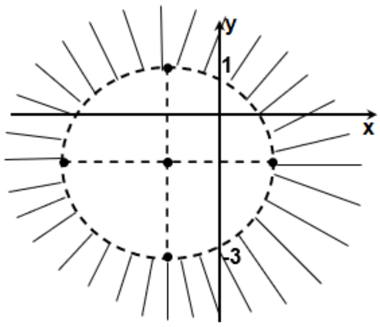
Окружность радиуса 2,
центр – точка (–1; 2).

3) $|z - 2 + 3i| \leq 3$
$|z - (2 - 3i)| \leq 3$



Круг радиуса 3,
центр – точка (2; –3).

4) $|z + 1 + i| \geq 2$
$|z - (-1 - i)| \geq 2$



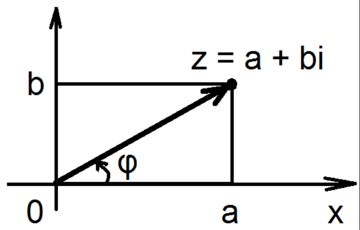
Часть плоскости вне круга
радиуса 2 с центром в точке (–1;–1).

Задание 224. *Покажите на плоскости множество комплексных чисел, если:*

1) $|z| = 3$; 2) $|z| = 5$; 3) $|z - 2i| = 1$; 4) $|z + 3i| = 2$.

Текст 19. Аргумент комплексного числа

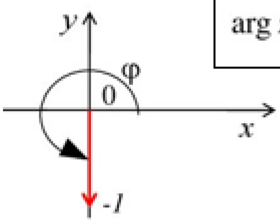
***Определение*. Аргумент комплексного числа z (*arg z*) – это угол φ между положительным направлением действительной оси *OX* и вектором $\overrightarrow{OZ}$.**



Задание 225. *Рассмотрите примеры.*

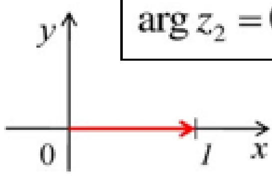
Найдём аргументы комплексных чисел:

1) $z_1 = -i$

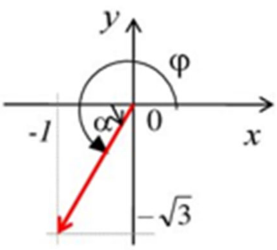


$$\boxed{\arg z_1 = \frac{3\pi}{2}}$$

2) $z_2 = 1$



$$\boxed{\arg z_2 = 0}$$



3) $z_3 = -1 - \sqrt{3}\cdot i \quad tg\,\alpha = \frac{|-\sqrt{3}|}{|-1|} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

$$\varphi = \pi + \alpha = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\boxed{\arg z_3 = \frac{4\pi}{3}}$$

Текст 20. Тригонометрическая форма комплексного числа

Любое комплексное число $z = a + bi$ ($z \neq 0$) можно представить в виде

$$z = r\,(\cos\varphi + i\sin\varphi) \qquad (1),$$

где $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ - модуль комплексного числа *z*, φ – его аргумент.

$$a = r\cos\varphi \text{ и } b = r\sin\varphi \qquad (2).$$

Запись комплексного числа в виде (1) называют тригонометрической формой комплексного числа *z*.

Задание 226. *Прочитайте пример:*

Запишем комплексное число $1 + i$ в тригонометрической форме. Модуль числа $r = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$, $\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\varphi = 45°$.

Итак, $z = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$.

Задание 227. *Запишите в тригонометрической форме следующие комплексные числа:*

1) $z = 3$; 2) $z = -1$; 3) $z = 3 + 3i$; 4) $z = -2 + 2\sqrt{3}i$; 5) $z = -1 - \sqrt{3}i$;

6) $z = 5 - 5i$; 7) $z = \sqrt{5}(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3})$; 8) $z = -\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}$.

СЛОВООБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СЛОВАРЬ

А

алгебра
алгебра-**ическ**-ий

Б

буква
букв-**енн**-ый

В

вести
воз-вести
возв*од*-**и**-ть
возвед-**ени**-е
при-вести
риве*д*-**ени**-е

выразить
выра*ж*-**а**-ть
выра*ж*-**ени**-е

вычесть
выч*ит*-**а**-ть
вычита-**ни**-е
вычита-**ем**-ое

Г

группа
групп-**ирова**-ть
группиров-**к**-а

Д

дать
да**-нн**-ый
за-дать
зада-**ни**-е
зада-**ч**-а
зада-**нн**-ый

делить
делить-**ся**
дел-**ени**-е
дели-**тель**
дел-**им**-ое
раз-делить

два
дв-у-зна*ч*-**н**-ый
дв-**у**-член
дв-**о(й)**-е (двое)
двой**-н-**ой
у-дво(й)-**и**-ть (удвоить)
удво**-енн-**ый

З

знак
о-зна*ч*-**и**-ть
означ-**а**-ть
обо-зна*ч*-**и**-ть
обознач-**а**-ть
обозначать-**ся**
обознач-**ени**-е
дв-**у**-зна*ч*-**н**-ый
тр-**ёх**-зна*ч*-**н**-ый

значить
знач**-ени-**е

И

извлечь
извле*к***-а-**ть

извлеч-**ени**-е
изобразить
изображ-**а**-ть
изображать-**ся**
изображ-**ени**-е

К

квадрат
квадрат-**н**-ый
конец
конеч-**н**-ый
бес-конеч-**н**-ый
бесконечн-**ость**
корень
под-корен-**н**-ой
краткий
со-крат-**и**-ть
сокращ-**ени**-е
сокращ-**ённ**-ый
куб
куб-**ическ**-ий

М

меньший
меньш-**е**
у-меньш-**и**-ть
уменьш-**а**-ть
уменьша-**ем**-ый
мешать
с-мешать
смеша-**нн**-ый
много
множ-**еств**-о
под-множество
множ-**и**-ть
множи-**тель**
у-множить
умнож-**а**-ть
умнож-**ени**-е
мног-**о**-член

Н

нести
в-нести
внос-**и**-ть
внес-**ени**-е
вы-нести
вынос-**и**-ть
вынес-**ени**-е

О

определить
определ-**я**-ть
определ-**ени**-е

Р

равный
равен-**ств**-о
не-равенство
равн-**о**
равн-**о**-удалённый

С

считать
счёт

Ч

число
числ-**ов**-ой
числ-**и**-ть
числи-**тель**
вы-числ-**и**-ть
пере-числ-**и**-ть
перечисл-**ени**-е
перечисл-**енн**-ый

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

ПОЛЕВАЯ Светлана Андреевна
ПОЛЕВАЯ Татьяна Алексеевна
РОМАШОВА Ирина Николаевна
АРТЕМЬЕВА Галина Васильевна

МАТЕМАТИКА

в четырех частях

Часть 1

Начальный курс по математике для студентов-иностранцев подготовительных факультетов

Учебно-методическое пособие

Редакционно-издательский отдел МАДИ. E-mail: rio@madi.ru
Подписано в печать 11.11.2021 г. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 4,25. Тираж 100 экз. Заказ . Цена 350 руб.
МАДИ, 125319, Москва, Ленинградский пр-т, 64.