

Uppgift 2

I denna uppgift kommer jag använda mig utav följande formler

Ohms lag vid likström:

$$U = I \times R$$

$$I = U/R$$

$$R = U/I$$

Ohms lag vid växelström:

$$U = I \times Z$$

$$I = U/Z$$

$$Z = U/I$$

Impendansen i en RLC-krets:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Resonansfrekvens

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Den totala spänningen i RLC-krets om U_R och U_L är känt

$$U_{tot} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

Reaktans och impendans

$$X_L = 2\pi fL$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$\begin{array}{lll} U_L = I \times X_L & \Leftrightarrow & X_L = \frac{U_L}{I} \\ U_C = I \times X_C & \Leftrightarrow & X_C = \frac{U_C}{I} \end{array}$$

Uppgifterna och lösningar

a) En krets består av motståndet $R=60\text{ Ohm}$, spolen L (okänd), kondensatorn C (okänd) och en växelströmsgenerator med effektivvärdet U (okänt) med frekvensen $f=50\text{ Hz}$, se figur.

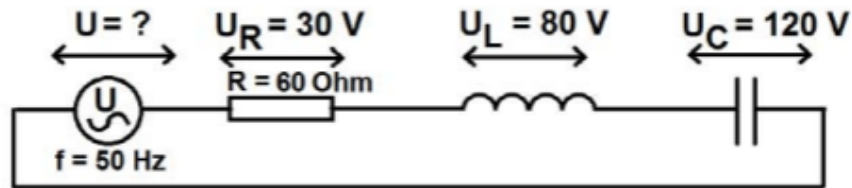


Figure 1: Bild på krets 1

Samtliga värden i figuren är effektivvärden och angivna med två värdesiffror. Räkna ut U .

$$\begin{aligned}U_{tot} &= \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \\U_{tot} &= \sqrt{30^2 + (80 - 120)^2} \\U_{tot} &= 50\text{ V}\end{aligned}$$

Svar: $U = 50\text{ V}$.

b) Beräkna strömmen, reaktansen och impedansen i kretsen ovan.

Då komponenterna är seriekopplade så är strömmen samma över de alla tre. Vi kan räkna ut strömmen över resistorn enkelt.

$$\begin{aligned}I_R &= \frac{U_R}{R} \\I_R &= \frac{30}{60} = 0.5\text{ A}\end{aligned}$$

För att räkna ut impedansen och reaktansen kan vi använda formlerna nedan.

$$\begin{aligned}U_L &= I \times X_L &<=>& X_L = \frac{U_L}{I} \\U_C &= I \times X_C &<=>& X_C = \frac{U_C}{I}\end{aligned}$$

Vi vet redan U_L och U_C .

$$X_L = U_L/I = 80V/0.5A = 160\Omega$$

$$X_C = U_C/I = 120V/0.5A = 240\Omega$$

Rimlighetstest

$$I = U/Z$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Definiera först Z :

$$Z = \sqrt{60^2 + (160 - 240)^2}$$

$$Z = \sqrt{3600 + 6400}$$

$$Z = 100$$

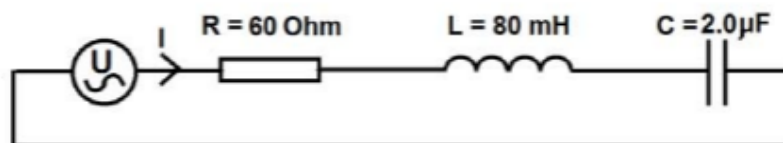
$$I = 50/100$$

$$I = .5$$

Vilket stämmer med det vi tidigare räknat ut.

Svar: $I = 0.5 \text{ A}$, $X_L = 160 \text{ } \Omega$ och $X_C = 240 \text{ } \Omega$.

c) Nedan finns en ny krets. Beräkna resonansfrekvensen f .



Resonansfrekvensen är definierad enligt formeln nedan.

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Så vi stoppar in de variabler vi känner till enligt bilden.

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{80e-3 \times 2e-6}}$$

$$f = 397.8873577 \approx 397.887 \text{ Hz}$$

($80e-3$ är då 80×10^{-3} , jag kommer använda det framöver för att spara plats)

Svar: Resonansfrekvensen är ungefär 397.887 Hz.

d) Om $U = 90\text{ V}$, vad blir strömmen I i den nya kretsen. Använd frekvensen du räknade ut i c

Vi kan använda formlerna nedan för att räkna ut detta.

$$I = \frac{U}{Z}$$
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Men vi vet inte X_L eller X_C ännu.

$$X_L = 2\pi fL$$
$$X_L = 2\pi \times 397.887 \times 0.08$$
$$X_L \approx 199.998\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$
$$X_C = \frac{1}{2\pi \times 397.887 \times 2e-6}$$
$$X_C \approx 0.005\Omega$$

$$Z = \sqrt{60^2 + (199.998 - 0.005)^2}$$
$$Z \approx 208.756$$

$$I = \frac{90}{208.756} \approx 0.43\text{ A}$$

Rimlighetstest:

$$U_{tot} = Z \times I$$
$$U_{tot} = 208.756 \times 0.43 = 89.76508 \approx 90$$

Det blir en viss skillnad på grund av avrundningsfel, men det är nära nog.

Svar: $I = 0.43\text{ A}$

e) Beräkna även U_R , U_L och U_C för den nya kretsen. Använd frekvensen du räknade ut i c

$$U_R = I * R$$
$$U_R = 0.43\text{ A} * 60\Omega = 2.58\text{ V}$$

$$U_L = I * X_L$$

$$X_L = 2\pi fL$$

$$X_L = 2\pi \times 397.887 \times 0.08$$

$$X_L \approx 199.998\Omega$$

$$U_L = 0.43A * 199.998\Omega = 8.60V$$

$$U_C = I * X_C$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \times 397.887 \times 2e-6}$$

$$X_C \approx 0.005\Omega$$

$$U_C = 0.43A * 0.005\Omega = 8.98V$$

$$\textbf{Svar: } U_R = 2.85 \text{ V, } U_L = 8.60 \text{ V, } U_C = 8.98 \text{ V}$$

Svar

a) 50 V

b) $I = 0.5 \text{ A}$, $X_L = 160 \Omega$ och $X_C = 240 \Omega$

c) Resonansfrekvensen är ungefär 397.887 Hz.

d) 0.43 A

e) $U_R = 2.85 \text{ V}$, $U_L = 8.60 \text{ V}$ och $U_C = 8.98 \text{ V}$