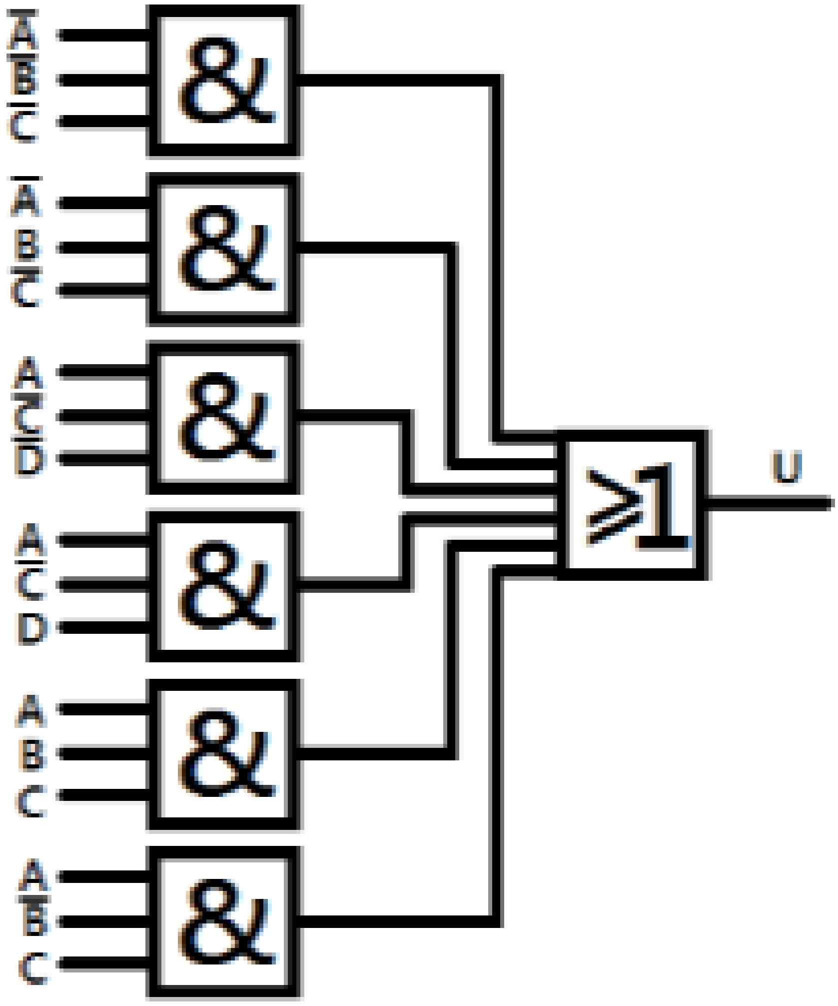
Uppgift 5 - Grindar

I nedanstående kombinatoriska krets finns fyra digitala insignaler A,B,C,D och en utsignal U.



Deluppgift A

a) Förenkla kretsen med hjälp av boolesk algebra och rita den nya minimala kretsen

Min första tanke var att först och främst "kasta om" grindarna lite så att $(\overline{A} \wedge \overline{B} \wedge \overline{C})$ är bredvid $(A \wedge B \wedge C)$. Men efter att ha jag hade snöat in mig på det utan att komma någonvart så testade jag att skriva upp grindarna algebraiskt precis som det står i grindnätet. Då kunde jag se att man kan kasta om variablerna lite och se ett tydligt mönster.

Jag var även inne på att använda DeMorgan's lag, men efter ett tag förstod jag att givetvis $\neg(A \wedge B \wedge C) \neq (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)$. Så DeMorgan's går inte att använda här. *Not: Framöver så kommer jag att skriva $\overline{A}$ istället för $\neg A$ för att det ska bli enklare att se vilken variabel som negeras och inte. Det finns ett undantag senare och då nämner jag DeMorgan's.*

Nätet innan omkastning

$$\begin{aligned}
&(\overline{A} \wedge \overline{B} \wedge \overline{C}) \vee (\overline{A} \wedge B \wedge \overline{C}) \vee \\
&(A \wedge \overline{C} \wedge \overline{D}) \vee (A \wedge \overline{C} \wedge D) \vee \\
&(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \overline{B} \wedge C)
\end{aligned}$$

Om vi kastar om $B \wedge C$ på första och sista raden och sätter in lite förtydligande paranteser kan man se ett mönster. Här har jag även bytt plats på $\overline{B}$ och B på sista raden:

$$\begin{aligned}
&((\overline{A} \wedge \overline{C}) \wedge \overline{B}) \vee ((\overline{A} \wedge \overline{C}) \wedge B) \vee \\
&((A \wedge \overline{C}) \wedge \overline{D}) \vee ((A \wedge \overline{C}) \wedge D) \vee \\
&((A \wedge C) \wedge \overline{B}) \vee ((A \wedge C) \wedge B)
\end{aligned}$$

Om vi behandlar $(\overline{A} \wedge \overline{C})$ som en variabel på första raden; $(A \wedge \overline{C})$ som en variabel på andra raden; $(A \wedge C)$ som en variabel på sista så kan vi se att vi kan vi i princip får följande:

$$(X \wedge Y) \vee (X \wedge \overline{Y}) = X(Y \vee \overline{Y}) = X(1) = X$$

Det vill säga att B inte har någon effekt på första raden; D har ingen effekt på andra raden; B har ingen effekt på sista raden. Så vi tar bort dem och får följande:

$$\begin{aligned}
&(\overline{A} \wedge \overline{C}) \vee (\overline{A} \wedge \overline{C}) \vee \\
&(A \wedge \overline{C}) \vee (A \wedge \overline{C}) \vee \\
&(A \wedge C) \vee (A \wedge C)
\end{aligned}$$

Tar vi bort dubbletterna så får vi följande:

$$(\overline{A} \wedge \overline{C}) \vee (A \wedge \overline{C}) \vee (A \wedge C)$$

Kasta om de två första A och C:

$$(\overline{C} \wedge \overline{A}) + (\overline{C} \wedge A) + (A \wedge C)$$

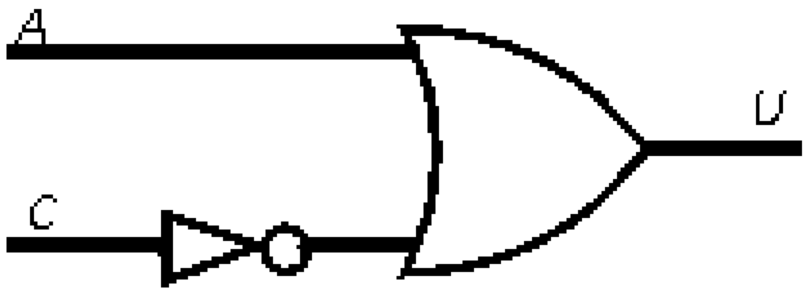
Då kan vi applicera distributionslagen igen, då A inte har någon effekt på de första två grinderna.

$$\overline{C} \vee (A \wedge C)$$

Då kan vi se att om $\overline{C}$ inte är sann, det vill säga C, så kommer $(A \wedge C)$ bara vara sann ifall A. Så vi kan ta bort $\wedge\ C$ helt och hållet.

$$\overline{C} \vee A$$

Svar: $A \vee \overline{C}$



Deluppgift B

b) Bygg den nya kretsen med NAND-grindar. ***Rita den nya kretsen.***

För att göra detta så kommer vi behöva en inverterare (NOT-grind) och en ELLER-grind.

För att invertera en signal med NAND så kan vi helt enkelt koppla X till båda insignalerna på en NAND-grind. Då får vi sanningstabellen nedan.

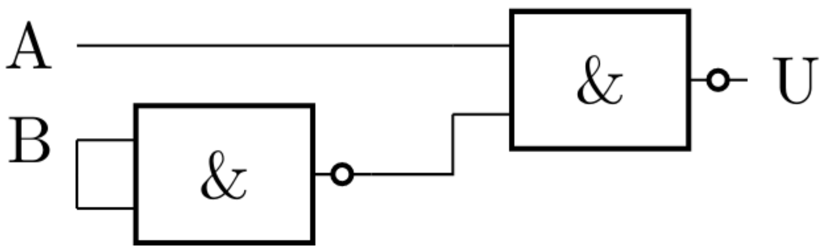
X	$\neg(X \wedge X)$
0	1
1	0

Om vi kollar på DeMorgan's teorem: $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$ så kan vi översätta det i ord *"inte(A och B) = (inte A) eller (inte B)"* vilket nästan är *"A eller (inte C)"* som vi är ute efter.

Inverterar vi A innan signalen går till NAND-grinden får vi vad vi söker:

$$\neg(\neg A \wedge C)$$

Vilket blir resultatet nedan.



Deluppgift C

c) Rita en sanningstabell till ursprungskretsen

A	B	C	D	'A'B'C	'AB'C	A'C'D	A'CD	ACB	A'BC	U
0	0	0	0	T	-	-	-	-	-	T
0	0	0	1	T	-	-	-	-	-	T
0	0	1	0	-	-	-	-	-	-	-
0	0	1	1	-	-	-	-	-	-	-
0	1	0	0	-	T	-	-	-	-	T
0	1	0	1	-	T	-	-	-	-	T
0	1	1	0	-	-	-	-	-	-	-
0	1	1	1	-	-	-	-	-	-	-
1	0	0	0	-	-	T	-	-	-	T
1	0	0	1	-	-	-	T	-	-	T
1	0	1	0	-	-	-	-	-	T	T
1	0	1	1	-	-	-	-	-	T	T
1	1	0	0	-	-	T	-	-	-	T
1	1	0	1	-	-	-	T	-	-	T
1	1	1	0	-	-	-	-	T	-	T
1	1	1	1	-	-	-	-	T	-	T

Deluppgift D

d) Utöka sanningstabellen med ytterligare en kolumn för din nya förenklade krets

A	B	C	D	'A'B'C	'AB'C	A'C'D	A'CD	ACB	A'BC	A+'C	U
0	0	0	0	T	-	-	-	-	-	T	T
0	0	0	1	T	-	-	-	-	-	T	T
0	0	1	0	-	-	-	-	-	-	-	-
0	0	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-
0	1	0	0	-	T	-	-	-	-	T	T
0	1	0	1	-	T	-	-	-	-	T	T
0	1	1	0	-	-	-	-	-	-	-	-
0	1	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-
1	0	0	0	-	-	T	-	-	-	T	T
1	0	0	1	-	-	-	T	-	-	T	T
1	0	1	0	-	-	-	-	-	T	T	T
1	0	1	1	-	-	-	-	-	T	T	T
1	1	0	0	-	-	T	-	-	-	T	T
1	1	0	1	-	-	-	T	-	-	T	T
1	1	1	0	-	-	-	-	T	-	T	T
1	1	1	1	-	-	-	-	T	-	T	T

Deluppgift E

e) Utöka sanningstabellen med ytterligare en kolumn för din nya förenklade krets på NAND-form.

A	B	C	D	'A'B'C	'AB'C	A'C'D	A'CD	ACB	A'BC	A+'C	NAND	U
0	0	0	0	T	-	-	-	-	-	T	T	T
0	0	0	1	T	-	-	-	-	-	T	T	T
0	0	1	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0	0	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0	1	0	0	-	T	-	-	-	-	T	T	T
0	1	0	1	-	T	-	-	-	-	T	T	T
0	1	1	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0	1	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1	0	0	0	-	-	T	-	-	-	T	T	T
1	0	0	1	-	-	-	T	-	-	T	T	T
1	0	1	0	-	-	-	-	-	T	T	T	T
1	0	1	1	-	-	-	-	-	T	T	T	T
1	1	0	0	-	-	T	-	-	-	T	T	T
1	1	0	1	-	-	-	T	-	-	T	T	T
1	1	1	0	-	-	-	-	T	-	T	T	T
1	1	1	1	-	-	-	-	T	-	T	T	T

Deluppgift F

f) ***Egenkontroll:*** *Kontrollera att resultatet i c), d) och e) är samma. Om inte check och rätta slarvfel.*

Resultaten är lika i C, D och E.