

Uppgift 1

I denna uppgift kommer jag använda mig av Ohms lag

$$\begin{aligned}U &= R \times I \\ R &= \frac{U}{I} \\ I &= \frac{U}{R}\end{aligned}$$

Även följande formler för att räkna ut effekt

$$\begin{aligned}P &= U \times I \\ P &= I^2 \times R \\ P &= \frac{U^2}{R}\end{aligned}$$

Från detta kan man även räkna ut motstånd ifall U och P är känt.

$$R = \frac{U^2}{P}$$

För att räkna ut ekvivalent motstånd över två parallellkopplade motstånd (lampor) så räknar jag enligt

$$R_{eq} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

För att räkna ut ekvivalent motstånd över två seriekopplade motstånd (lampor) så räknar jag enligt nedan

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Jag kommer även använda mig av Kirchoffs spänningslag

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = 0$$

Jag kommer även att avrunda till tre decimaler i mellanresultaten.

Uppgift 1 a

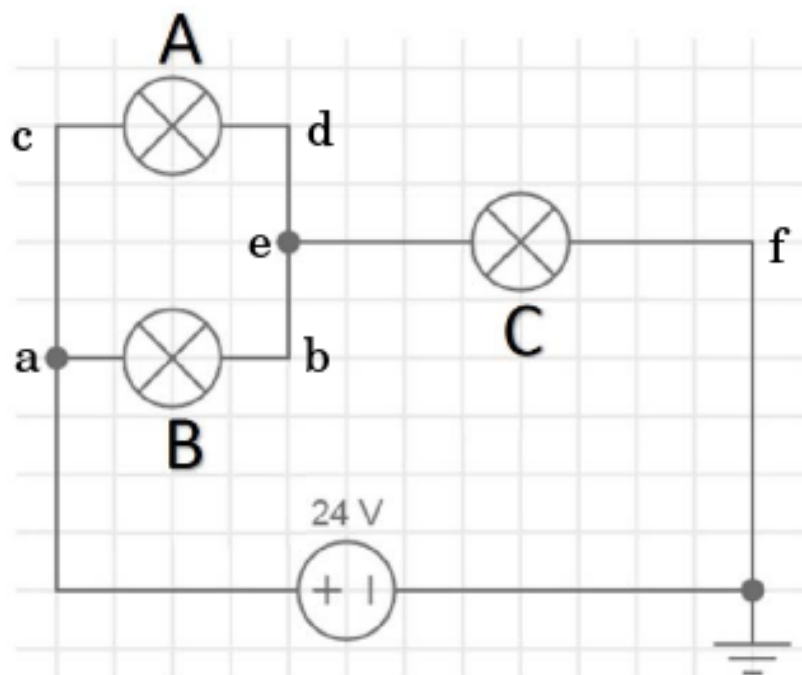


Figure 1: Bild på krets med namn på de olika punkterna

Lampornas egenskaper

Lamporna har enligt uppgiften följande egenskaper

Lampa	Märkspänning	Märkeffekt
L _{2W}	24v	2w
L _{3W}	24v	3w
L _{7W}	24v	7w

Motstånden lamporna har kan räknas ut med formeln nedan:

$$R = \frac{v^2}{P}$$

$$R_{L_{2W}} = \frac{24^2}{2} = 288$$

$$R_{L_{3W}} = \frac{24^2}{3} = 192$$

$$R_{L_{7W}} = \frac{24^2}{7} = 82,28571$$

Lampa	Märkspänning	Märkeffekt	Resistans
L _{2W}	24v	2w	288 Ω
L _{3W}	24v	3w	192 Ω
L _{7W}	24v	7w	82,286 Ω

Lösning

Då det inte spelar någon roll om $A = L_{2W}, B = L_{3W}$ eller $A = L_{3W}, B = L_{2W}$ då A och B är parallellkopplade så är de enda intressanta fallen de nedan.

Fall	A	B	C
Fall 1	L _{2W}	L _{3W}	L _{7W}
Fall 2	L _{7W}	L _{2W}	L _{3W}
Fall 3	L _{3W}	L _{7W}	L _{2W}

Fall 1

På position A sitter L_{2W} , på B sitter L_{3W} och på C sitter L_{7W} .

Över $a \rightarrow e$ så har vi ett motstånd på...

$$R_{ae} = R_a // R_e = \frac{R_a \times R_e}{R_a + R_e}$$
$$R_{ae} = \frac{288 \times 192}{288 + 192} = 115,20 \Omega$$

Sedan tidigare vet vi att $R_C = 82,286 \Omega$. Så den totala resistansen är

$$R_{tot} = R_C + R_{ae} = 82,286 + 115,2 = 197,486 \Omega$$

Då kan vi räkna ut att I_{tot} blir

$$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{24}{197,486} \approx 0,121 A$$

Spänningsfallet över $a \rightarrow e$ (V_{ae}) går att räkna ut med följande

$$V_{ae} = R_{ae} \times I_{ae}$$
$$V_{ae} = 115,2 \Omega \times 0,121 = 13,939 V$$

Då blir spänningsfallet över $e \rightarrow f$, $V_{ef} = V_{tot} - V_{ae} = 10,061 V$.

Från detta kan vi räkna ut strömmen:

$$I_A = \frac{V_{ae}}{R_A} = \frac{13,939}{288} \approx 0,049 A$$
$$I_B = \frac{V_{ae}}{R_B} = \frac{13,939}{192} \approx 0,073 A$$
$$I_C = \frac{V_{ef}}{R_C} = \frac{10,061}{82,286} \approx 0,122 A$$

Rimlighetstest: $I_A + I_B = I_C \approx I_{tot}$, differens = 0,001. Uträkningar verkar rimliga.x

Från det kan vi enkelt räkna ut effekten:

$$P_B = V_{ae} \times I_A = 13,939 \times 0,049 = 0,683 W$$
$$P_B = V_{ae} \times I_B = 13,939 \times 0,073 = 1,017 W$$
$$P_C = V_{ef} \times I_C = 10,061 \times 0,125 = 1,257 W$$

$A = L_{2W}$ lyser då med ungefär 34% effekt, alltså **svagt**.

$B = L_{3W}$ lyser då med ungefär 34% effekt, alltså **svagt**.
 $C = L_{7W}$ lyser då med ungefär 17% effekt, alltså **svagt**.

Fall 2

På position A sitter L_{7W} , på B sitter L_{2W} och på C sitter L_{3W} .

Börja med att räkna ut resistans, totala strömmen och spänningsfallet över de "större" delarna i kretsen.

$$R_{ae} = R_A // R_B = \frac{82,286 \cdot 288}{82,286 + 288} \approx 64,000 \Omega$$
$$R_{tot} = R_{ae} + R_C = 64 + 192 = 256,000 \Omega$$

$$I_{tot} = \frac{V_{tot}}{R_{tot}} = \frac{24}{256} = 0,09375 \approx 0,094 A$$

$$V_{ae} = R_{ae} \cdot I_{tot} = 64 \cdot 0,094 = 6,016 V$$
$$V_{ef} = 24 - V_{ae} = 24 - 6,016 = 17,984 V$$

Därefter kan vi räkna ut värdena vid de olika lamporna.

$$I_A = \frac{V_{ae}}{R_A} = \frac{6,016}{82,286} \approx 0,073 A$$
$$I_B = \frac{V_{ae}}{R_B} = \frac{6,016}{288} \approx 0,021 A$$
$$I_C = \frac{V_{ef}}{R_C} = \frac{17,984}{192} \approx 0,094 A$$

Rimlighetstest: $I_A + I_B = I_C = I_{tot}$ allting verkar helt rimligt.

$$P_A = V_{ae} \times I_A = 6,016 \times 0,073 \approx 0,439 W$$
$$P_B = V_{ae} \times I_B = 6,016 \times 0,021 \approx 0,126 W$$
$$P_C = V_{ef} \times I_C = 17,984 \times 0,094 \approx 1,69 W$$

Resultat:

$A = L_{7W}$ lyser med cirka 6% av sin styrka, alltså **lyser inte**.

$B = L_{2W}$ lyser med cirka 6% av sin styrka, alltså **lyser inte**.

$C = L_{3W}$ lyser med cirka 39% av sin styrka, alltså **svagt**.

Fall 3

På position A sitter L_{3W} , på B sitter L_{7W} och på C sitter L_{2W} .

$$R_{ae} = R_A // R_B = \frac{192 \cdot 82,286}{192 + 82,286} \approx 57,600 \Omega$$

$$R_{tot} = R_{ae} + R_C = 345,600 \Omega$$

$$I_{tot} = \frac{24}{R_{tot}} \approx 0,069 A$$

$$V_{ae} = R_{ae} * I_{tot} = 3,9 \approx 4V$$

$$V_{ef} = 24 - V_{ae} = 20V$$

Därefter kan vi räkna ut värdena vid de olika lamporna.

$$I_A = \frac{V_{ae}}{R_A} \approx 0,021 A$$

$$I_B = \frac{V_{ae}}{R_B} \approx 0,049 A$$

$$I_C = \frac{V_{ef}}{R_C} \approx 0,069 A$$

$$P_A = V_{ae} \times I_A \approx 0,084 W$$

$$P_B = V_{ae} \times I_B \approx 0,196 W$$

$$P_C = V_{ef} \times I_C \approx 1,380 W$$

Resultat:

$C = L_{3w}$ lyser med cirka 2% av sin styrka, alltså **lyser inte**.

$B = L_{7w}$ lyser med cirka 2% av sin styrka, alltså **lyser inte**.

$C = L_{2w}$ lyser med cirka 69% av sin styrka, alltså **starkt**.

Slutresultat Uppgift 1a

Summa summarum

Fall	A	B	C
Fall 1	L ₂ W	L ₃ W	L ₇ W
Fall 2	L ₇ W	L ₂ W	L ₃ W
Fall 3	L ₃ W	L ₇ W	L ₂ W

Fall	A	B	C
Fall 1	34% (svagt)	34% (svagt)	17% (svagt)
Fall 2	6% (lyser inte)	6% (lyser inte)	39% (svagt)
Fall 3	2% (lyser inte)	2% (lyser inte)	69% (lyser starkt)

Uppgift 1 b

I princip samma uppgift som uppgift 1a men här kopplas två glödlampor (25 W, 230V resp. 60 W, 230 V) i serie och ansluts sedan till spänningen 230V (inte 24V som ovan). Även här blir det naturligtvis lägre spänning för varje lampa så att lamporna kommer att lysa olika starkt. Svara på samma sätt som i uppgift 1a.

Lampornas egenskaper

Lamporna har en effekt på 25W och 60W. Jag börjar med att räkna ut deras respektive motstånd. Då de är seriekopplade så kommer det inte spela någon roll huruvida $L_{60W} > L_{25W}$ eller $L_{25W} > L_{60W}$.

$$R = \frac{U^2}{P}$$

$$R_{25w} = \frac{230^2}{25} = 2116\Omega$$

$$R_{60w} = \frac{230^2}{60} = 881,\bar{6} \approx 882\Omega$$

$$R_{tot} = R_{25w} + R_{60w} = 2998\Omega$$

Lösning

Från detta kan vi räkna ut I_{tot}

$$I_{tot} = \frac{U_{tot}}{R_{tot}} = \frac{230}{2998} \approx 0,77A$$

Med detta kan vi enkelt räkna ut spänningsfallet över de två lamporna

$$U = R \times I$$

$$U_{25w} = R_{25w} \times I_{tot} = 162,932V$$

$$U_{60w} = R_{60w} \times I_{tot} = 67,914V$$

Rimlighetstest

$$\frac{U_{25W} + U_{60W}}{U_{tot}} \approx 1,0037 \approx 100$$

Det verkar rimligt, det är en viss differens pga avrundning men inte avsevärd.

Då kan vi enkelt räkna ut effekten över lamporna.

$$P = U \times I$$

$$P_{25W} = U_{25W} \times I_{tot} \approx 12,546$$

$$P_{60W} = U_{60W} \times I_{tot} \approx 5,229$$

Slutresultat

L_{25W} lyser med ca 50% styrka, L_{60W} lyser med ca 8%.