

Livret de vulgarisation en appui à la présentation de ma thèse

Daniel Mimouni

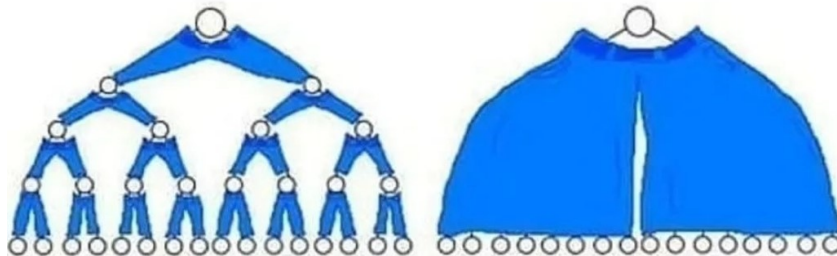
PhD Thesis
on
October 24, 2025

If a binary tree wore pants would he
wear them

like this

or

like this?



Comment inclure les énergies renouvelables intermittentes dans nos systèmes électriques complexes ?

1 Système

Si on fait ça :

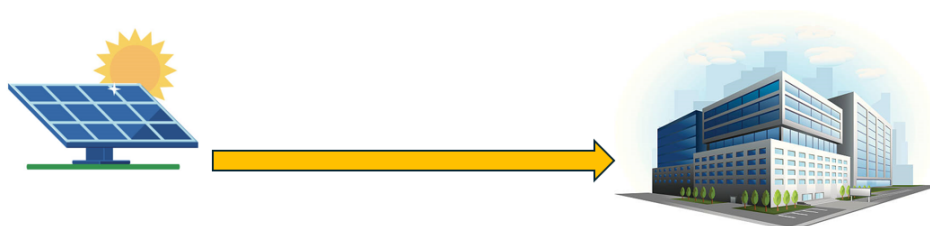


FIGURE 1 – Source renouvelable intermittente

Il se passe ça : Il faut donc rajouter une source : le système électrique stable d'EDF



FIGURE 2 – M. Jancovici, C. Blain, *Le Monde sans fin - Miracle énergétique et dérive climatique*, 2021

(via des centrale nucléaire par exemple)

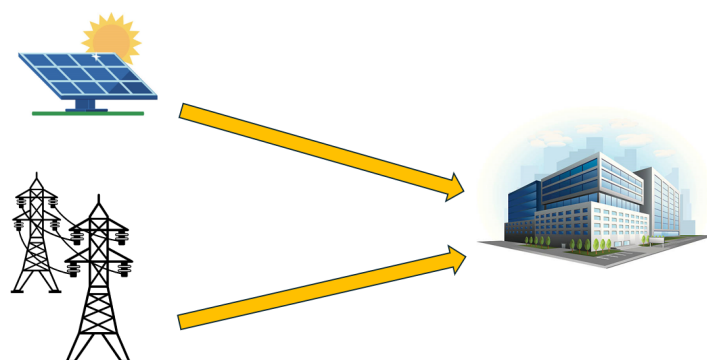


FIGURE 3 – Source renouvelable + EDF

Mais si on produit beaucoup d'électricité (il y a beaucoup de soleil) mais qu'on ne l'utilise pas, on la perd ? Rajoutons une batterie et un compteur, comme ça on gère nos stocks de surplus et les utiliser plus tard !

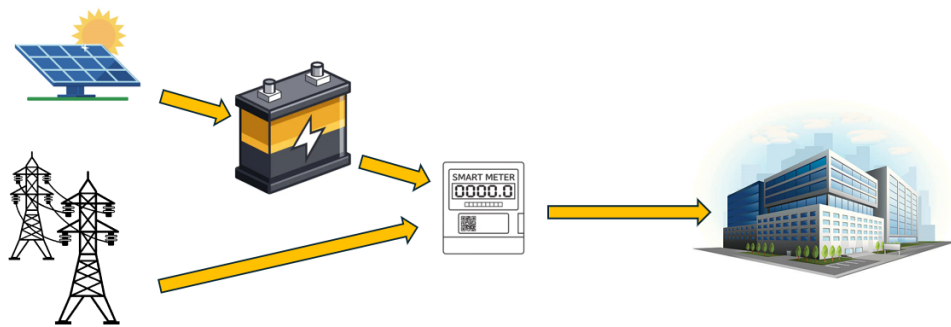


FIGURE 4 – Système complet

Ce système peut en effet coûter cher, est ce qu'on va le rentabiliser ?



FIGURE 5 – M. Jancovici, C. Blain, *Le Monde sans fin - Miracle énergétique et dérive climatique*, 2021

2 Modèle

Un batterie ça marche comment ? Le compteur peut réagir de trois façons selon la situation :

- **Déficit (+)** : la consommation est trop forte — il faut acheter de l'électricité sur le réseau (par exemple à EDF).
- **Équilibre ou surplus (-)** : la production dépasse la demande — l'excédent peut être stocké pour plus tard.
- **Achat anticipé** : même sans déficit, on peut acheter et stocker de l'électricité si le prix est actuellement bas.

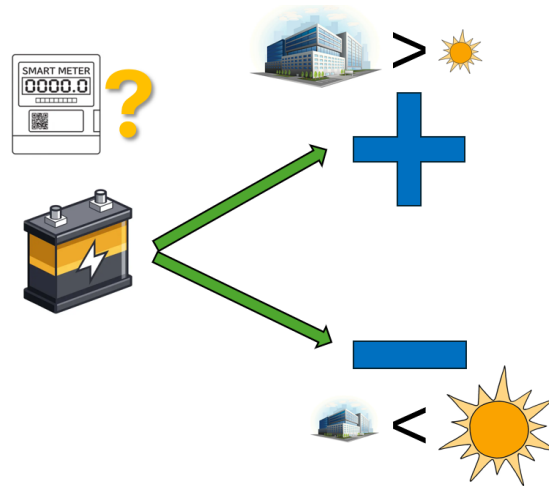


FIGURE 6 – + : la demande dépasse la production \Rightarrow on achète ; – : la production dépasse la demande \Rightarrow on stocke.

Tout irait bien si les décisions se prenaient instantanément. Mais ici, tout se joue sur une journée complète :

- la **production solaire** et la **consommation** varient au cours du temps,
- elles sont **imprévisibles** à l'avance — c'est l'aléa,
- seul le **prix de l'électricité d'EDF** est connu à l'avance.

Ce qu'il faut bien comprendre c'est que **chaque décision va avoir un impact sur les décisions futurs** (si on vide la batterie maintenant, on aura moins d'électricité à disposition au prochain pas de temps etc.) !

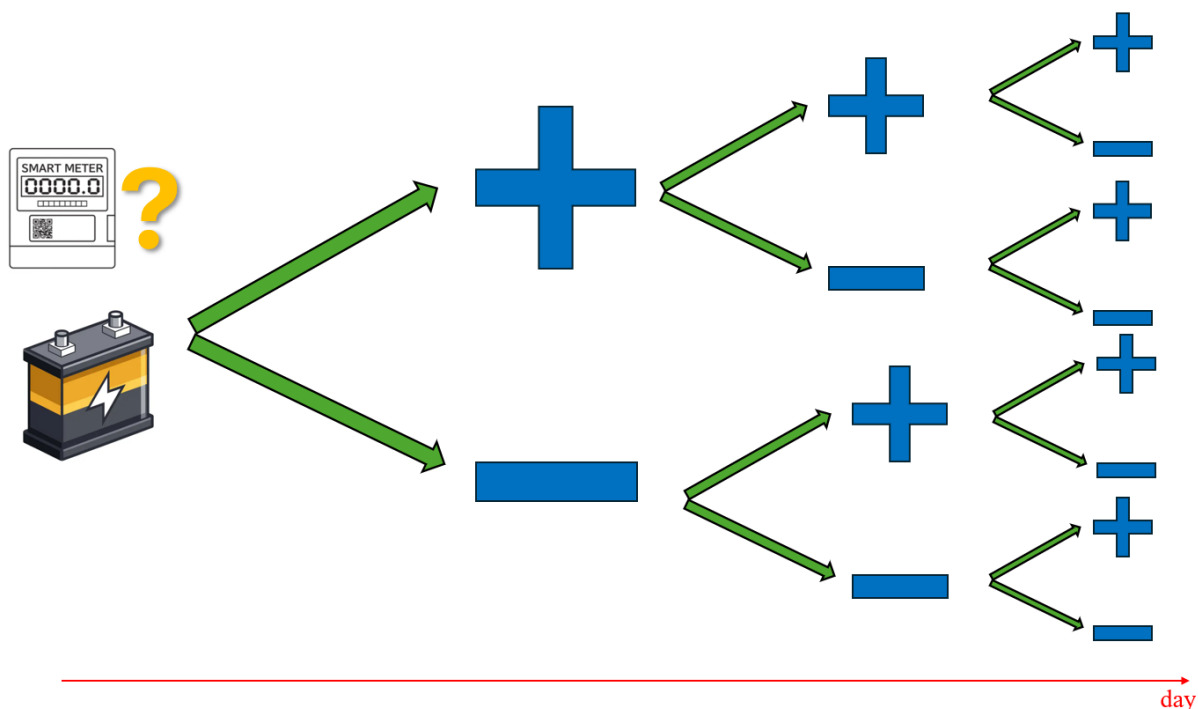


FIGURE 7 – Un problème de décision sur la journée : les choix doivent s’adapter à l’incertitude.

Pour anticiper toutes les situations possibles, on représente les futurs sous forme d’un grand **arbre de scénarios** : chaque branche correspond à une évolution possible de la journée (plus de soleil, moins de consommation, etc.).

Nous avons anticipé toutes les productions et consommations possibles. Maintenant, nous pouvons calculer à l’avance nos décisions de stockage et d’achat, en tenant compte de ces prévisions.

L’arbre nous permet donc de planifier de manière intelligente et sécurisée, avant que la situation réelle ne se produise.

Mais cet arbre peut vite devenir **immense** : à chaque instant, plusieurs choix ou événements sont possibles, et leur nombre **se multiplie** au fil du temps.

Par exemple, si à chaque pas de 10 minutes la production peut être “+” ou “-”, alors pour une journée complète (144 pas de temps pour 24h), on obtient

$$2^{144}$$

branches possibles — un nombre astronomique ! Impossible de tout calculer : il faudrait **des jours de calcul** pour tout explorer.

On veut un arbre qui ressemble au mieux à la réalité, mais qui reste assez petit pour pouvoir faire les calculs.

On peut construire l’arbre exact (énorme), puis le **réduire** : moins de branches, moins de scénarios, tout en faisant en sorte qu’il représente bien l’arbre initial.

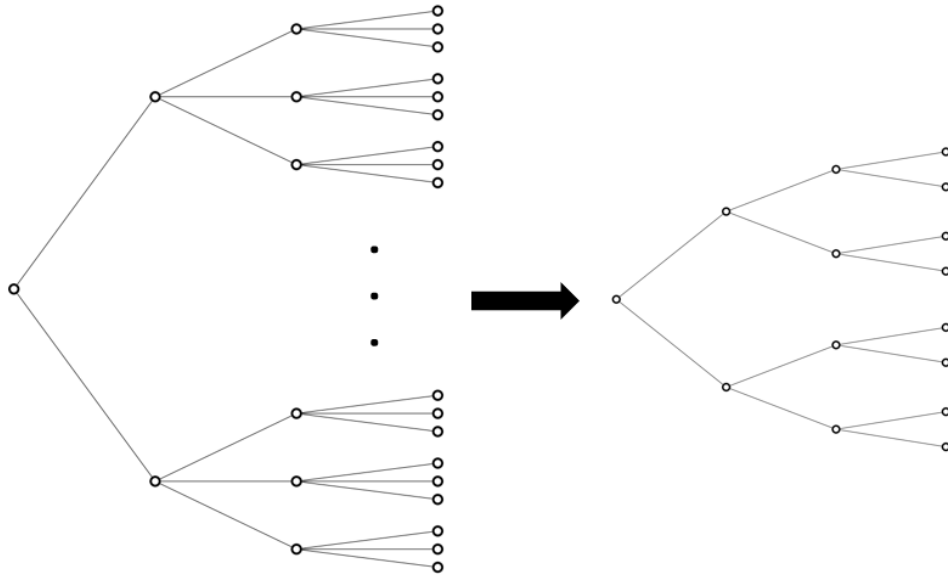


FIGURE 8 – On construit l'arbre parfait et on le réduit en un arbre calculable

Mais qu'est ce que ça signifie "bien représenter l'arbre initiale" ? Pour ça il faut introduire une **distance spéciale** qui mesure la représentativité entre les arbres.

3 Distances

Navigons dans la notion de distances. La distance métrique est la distance la plus simple à visualiser pour nous.

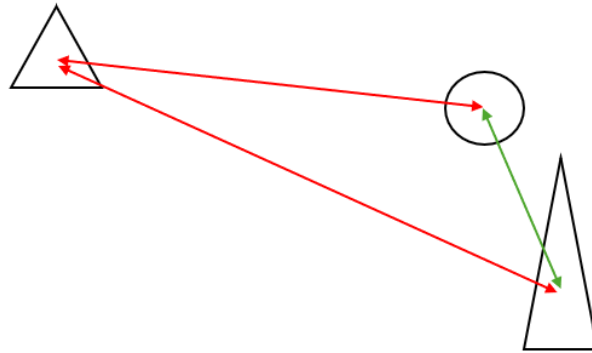


FIGURE 9 – Quels objets sont les plus **proches**

Prenons les formes géométriques sur cette image : quelles sont les deux formes les plus proches ? Vous répondrez sûrement : le triangle allongé et le cercle. Et vous auriez raison si l'on se base sur une distance **métrique**.

Mais si l'on définit une distance basée sur la *ressemblance*, alors ce sont les deux triangles qui deviennent les plus proches !

Il existe en fait plein de manières de définir une **distance** !

Il existe même une distance qui combine les deux, très utile en imagerie, en génération d'images et en intelligence artificielle : la **distance de Wasserstein** !

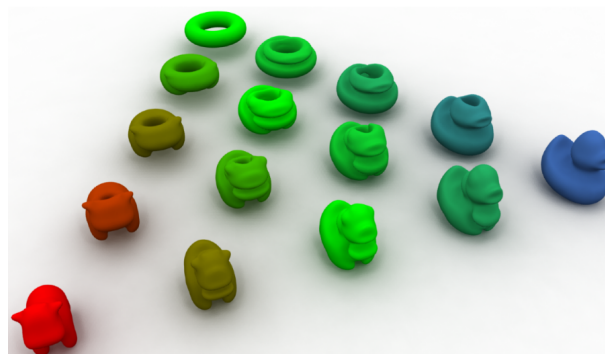


FIGURE 10 – Comment un barbapapa se transformerait le plus vite possible de canard à hippopotame ?

Pour se transformer de canard en hippo, chaque petite partie du barbapapa (chaque *atome*) se déplace alors sur le **chemin le plus court** possible pour rejoindre sa nouvelle position. La distance de Wasserstein mesure exactement **le coût total de ces déplacements** (en fait l'effort de transformation = poids des atomes \times la distance qu'il parcourt).

Ainsi, elle combine à la fois la *distance physique* et la *ressemblance globale* entre les formes.

Voici un autre exemple

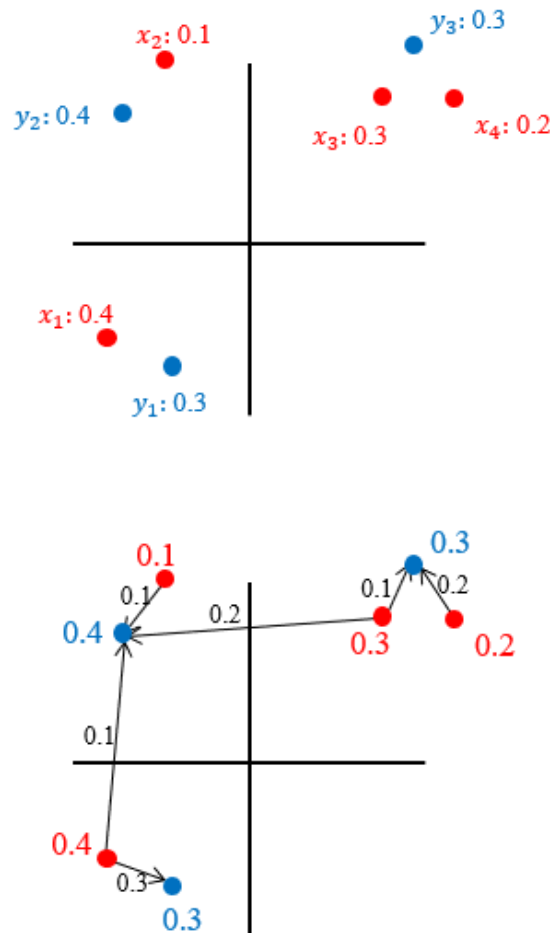


FIGURE 11 – Transport de la production à la consommation.

Imagine que les **points rouges** représentent des **lieux de production** et les **points bleus** des **lieux de consommation** (ou de stockage). Chaque point porte une certaine **quantité de matière** : 0.4, 0.1, 0.3, etc.

Le but est simple :

transporter toute la production vers la consommation au moindre effort.

L'**effort** correspond à :

$$(\text{quantité transportée}) \times (\text{distance parcourue}).$$

La distance de Wasserstein mesure l'**effort minimal total** nécessaire pour réorganiser la distribution rouge en distribution bleue.

Sur la figure :

- en haut : les lieux de production et de consommation ;
- en bas : les **flèches** montrent les **trajets optimaux** — combien de matière part de chaque site rouge vers chaque site bleu pour que tout s'équilibre au **moindre coût global**.

Le tableau ci-dessous détaille ces **transports idéaux** : chaque case indique la quantité déplacée d'un point rouge vers un point bleu. Les valeurs sont choisies de façon à minimiser la somme totale des efforts tout en respectant les quantités disponibles et demandées.

		ξ_1 0.4	ξ_2 0.1	ξ_3 0.3	ξ_4 0.2
ζ_1	0.3	0.3	0	0	0
ζ_2	0.4	0.1	0.1	0.2	0
ζ_3	0.3	0	0	0.1	0.2

TABLE 1 – Transport des masses.

En résumé : la distance de Wasserstein, c'est le coût minimal pour transformer une distribution en une autre — autrement dit, l'effort total du transport le plus efficace.

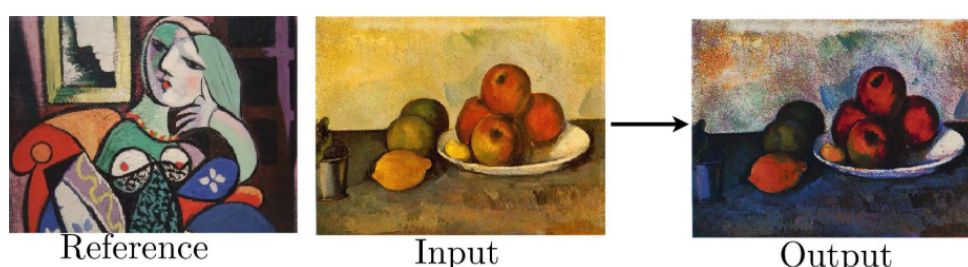


FIGURE 12 – Exemple d'application concrète : transporter un style artistique sur une peinture

Maintenant qu'on a compris qu'il existe **toute sorte de distances** pour **toute sorte d'objet**, partons du principe qu'on a appliqué une distance efficace pour nos objets compliqués : ces fameux arbres.

Le problème c'est que ces distances sont d'autant plus **difficiles à évaluer qu'elles sont intéressantes** : elles demandent à résoudre des sous problèmes mathématiques compliqués !

Et construire un objet proche d'un autre demande de calculer plusieurs fois la distance (comme si on plaçait un objet, on évaluait sa distance avec l'objet original, puis on le déplaçait et ainsi de suite).

Donc dans notre problème de réduction on doit résoudre un problème difficile qui fait intervenir plusieurs fois ces distances difficiles ! On propose une **méthode rapide et efficace** pour régler le problème car on s'est rendu compte que les sous problèmes compliqués sont en fait des problèmes connus dans un autre domaine des mathématiques : il s'agit en fait de barycentre !

4 Barycentres

Un barycentre c'est une moyenne. Lorsque vous calculez votre moyenne générale, vous cherchez en fait le barycentre de vos notes avec une distance euclidienne (distance entre des nombres). Lorsque vous cherchez le milieu entre vous et votre ami pour vous y rejoindre, vous cherchez en fait le barycentre entre vous et lui en termes de distance métrique. Vous l'aurez compris la définition du barycentre est lié à la distance que vous utilisez. Dans la Table 1, le barycentre entre la bouée et l'hippopotame est une sorte de **pokemon** (en vert foncé) : c'est le barycentre entre ces 2 objets au sens de la distance de Wasserstein !

Un moyenne ça sert à représenter simplement un ensemble de données, par exemple : vos performances en maths au cours de l'année au moyen d'un seul indicateur (votre note moyenne). Parfois il vaut mieux utiliser une médiane plutôt qu'une moyenne ? Ça dépend de ce qu'on cherche à mesurer ou de l'état de nos données. Dans l'exemple suivant on essaie de résumer l'ensemble des données qui sont ces images (les ellipses emboîtées)

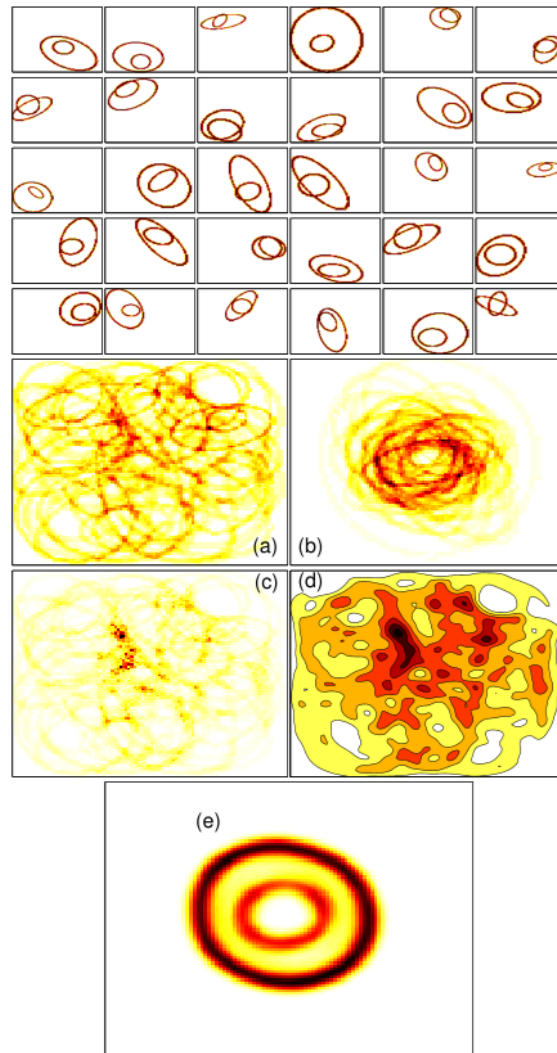


FIGURE 13 – Quelle distance est la plus adaptée ?

Avec (a) une distance euclidienne (métrique), on ne résume rien du tout, on ne voit rien. Avec (b) c'est un peu mieux, mais regardez avec (e) la distance de Wasserstein : ici **clairement on a beaucoup d'informations**, on résume bien la géométrie des données à notre disposition.

C'est grâce aux propriétés de conservation géométrique de cette distance !

C'est une **distance super, mais son barycentre est très dur à calculer** ! Nous proposons une méthode rapide pour le calculer !

Proposer une méthode pour résoudre ces problèmes mathématiques précis nous a permis de débloquent tous les autres. Nous savons maintenant comment réduire un arbre rapidement et efficacement.