

Bachelorarbeit

# Titel der Bachelorarbeit

Daniel Herbst

Datum der Abgabe

Betreuung: Prof. Dr. Roland Schnaubelt

Fakultät für Mathematik

Karlsruher Institut für Technologie

# **Inhaltsverzeichnis**

|          |                   |
|----------|-------------------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b> |
|----------|-------------------|

|          |
|----------|
| <b>3</b> |
|----------|

# 1 Einleitung

**Lemma 1.1.** *Sei  $(X, d)$  ein metrischer Raum und  $C \subseteq X$  eine abgeschlossene Teilmenge. Ferner definieren wir für  $n \in \mathbb{N}$*

$$A_n := \left\{ y \in X \mid d(y, C) < \frac{1}{n} \right\} \quad \text{und} \quad f_n: X \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \max \{0, 1 - nd(x, C)\},$$

wobei wir  $d(y, C) := \inf_{x \in C} d(y, x)$  setzen. Dann gilt:

- (a)  $A_n$  ist offen für alle  $n \in \mathbb{N}$ .
- (b)  $C = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$ , insbesondere ist  $C$  also eine  $G_\delta$ -Menge.
- (c) Für alle  $n$  ist  $f_n$  gleichmäßig stetig und  $f_n|_{A_n^c} = 0$ .
- (d)  $f_n \downarrow \mathbb{1}_C$ .

## **Erklärung**

Ich versichere wahrheitsgemäß, die Arbeit selbstständig verfasst, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer unverändert oder mit Abänderungen entnommen wurde, sowie die Satzung des KIT zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis in der jeweils gültigen Fassung beachtet zu haben.

**Ort, den Datum**