

ACADEMIA DE STUDII ECONOMICE BUCURESTI
Facultatea de Management

Disciplina: BIROTICĂ

EXCEL
Pentru avansați

Autori:
Prof. Univ. Dr. ION NAFTANAILA
PAUL BRUDARU

Cuvânt înainte

Această carte se adresează studenților facultății Management din cadrul Academiei de Studii Economice București și este destinat dezvoltării abilității de rezolvare a problemelor manageriale utilizând facilitățile programului Microsoft Excel. S-a urmărit ilustrarea principalelor tipuri de aplicații, în general cunoscute de la disciplinele de specialitate, însă pe fondul unui suport software foarte avansat care permite studenților, economiștilor și cadrelor de conducere o rezolvare simplă și elegantă. Majoritatea aplicațiilor sunt rezolvate și ilustrate pas cu pas, dar există și un număr de probleme propuse destinat studiului individual.

În mod intenționat, nu s-a dorit ca aplicațiile să fie dependente de îmbunătățirile introduse de programul Excel XP tocmai pentru a putea fi utilizate versiunile curente de pe piață.

Ne exprimăm speranța că cititorii vor găsi aceste aplicații ca fiind interesante și utile și că, prin intermediul acestora, își vor dezvolta gustul pentru modelarea cantitativă și calitativă, în vederea prelucrării și prezentării de o manieră profesională a aplicațiilor cele mai frecvente din domeniul managerial.

Autorii

CUPRINS

1. MODELE DE ANALIZĂ FINANCIARĂ	5
1.1. CALCULE CU RATA DOBÂNZII	5
1.1.1. Dobânda simplă	5
1.1.2. Dobânda compusă.....	6
1.1.3. Efectul schimbării perioadei de compunere	9
1.1.4. Valoarea viitoare a plăților constante periodice.....	11
1.1.4.1. Calculul explicit	11
1.1.4.2. Calculul algebric	12
1.1.4.3. Calculul pe baza formulei din foaia de calcul	13
1.1.4.4. Calculul amortismentului	14
1.1.5. Caracteristicile foi de calcul.....	14
1.1.5.1. Comanda “Fill”	14
1.1.5.2. Utilizarea creativă a opțiunii de copiere	14
1.2. ÎMPRUMUTURI IPOTECARE.....	17
1.2.1. Împrumuturi cu rambursări într-o singură tranșă.....	17
1.2.2. Rambursări cu amortismente constante.....	19
1.2.3. Rambursări cu anuități constante.	20
1.2.4. Împrumuturi ipotecare.....	21
1.2.5. Rate lunare ipotecare.....	25
1.2.6. Durata împrumutului ipotecar.....	26
1.3. VALOAREA ACTUALIZATĂ A RAMBURSĂRILOR	30
1.3.1. Actualizarea și valoarea actualizată.....	30
1.3.2. Valoarea actualizată a creditelor de studiu și anuitățile.....	32
1.3.3. O privire de ansamblu asupra fluxurilor monetare constante, formule asociate și contracte.....	35
1.3.4. Pensiile.....	37
2. MODELE DE OPTIMIZARE	40
2.1. PROGRAMARE LINIARĂ.....	40
2.2. MODELE DE PLANIFICARE AGREGATĂ	48
2.3. PROBLEME DE TRANSPORT	53
3. TEHNICI DE PREVIZIUNE.....	57
3.1. MEDII MOBILE	57
3.2. NIVELAREA EXPONENȚIALĂ SIMPLĂ.....	60
3.3. METODA HOLT PENTRU SERII CRONOLOGICE	63
3.4. METODA WINTERS PENTRU SEZONALITATE	66
3.5. REGRESIE LINIARĂ SIMPLĂ	71
4. MODELE DE ANALIZĂ DECIZIONALĂ	75
4.1. REZOLVAREA PROBLEMELOR CU GOAL SEEK ȘI UTILIZAREA SCENARIILOR PENTRU COMPARAREA SOLUȚIILOR	75
4.2. TABELE PIVOT	79
4.3. PRAGUL DE RENTABILITATE (BREAK EVEN ANALYSIS)	85

5. CONCEPTELE DE BAZĂ ALE EVALUĂRII PROIECTULUI	89
5.1. INTRODUCERE	89
5.2. VALOAREA ACTUALIZATĂ NETĂ A FLUXULUI MONETAR	90
5.3 APLICAȚIE ASUPRA PROIECTULUI DE PROPRIETĂȚI IMOBILIARE.....	91
5.4. RATA POTRIVITĂ A DOBÂNZII ÎN SCOPURI DE ACTUALIZARE (DISCONTARE)	92
5.5. RATA RENTABILITĂȚII ÎMPRUMUTULUI	93

1. Modele de analiză financiară

1.1. Calcule cu rata dobânzii

Acest capitol tratează elementele fundamentale ale economiei financiare. Mai întâi sunt prezentate formulele pentru dobânda simplă și compusă, și sunt obținute formulele corespundente pentru diferite perioade de compunere. Apoi, sunt explicate și obținute formulele pentru valorile viitoare ale plăților constante periodice.

În acest capitol veți învăța următoarele comenzi și funcții ale foii de lucru:

- FV (Rata Dobânzii, Termen, Valoare)
- Edit Fill.

1.1.1. Dobânda simplă

Exemplu. Pe 1 ianuarie, anul 1, o persoană cumpără un certificat de investiție garantat pe 5 ani (GIC) pentru \$1,000 sau un titlu de aceeași valoare, cu o rată a dobânzii de 8% care trebuie să fie plătită anual. Chiar și pentru investiții așa simple foile de lucru sunt folositoare pentru calcule și pentru a prezenta rezultatele.

Foaia de lucru pentru această investiție poate fi împărțită în două, o parte pentru date și una pentru calcule, vezi figura 1.1. Secțiunea datelor conține datele principale, care sunt valoarea și rata dobânzii, A1 respectiv A2. Celula D1 care conține valoarea \$ 1,000 e denumită A, la fel ca celula C1. Celula D2, care conține rata dobânzii de 8%, e denumită IR, nume introdus în C2. (Pentru anumite motive R nu e nume valabil).

Foile registrului de lucru pentru acest capitol conțin date asemănătoare dar diferite. E convenabil să dăm datelor același nume în fiecare foaie, dar asta e posibil doar dacă

	A	B	C	D
1	Cantitate		A	\$1,000
2	Rata dobanzii		IR	8%
3				
4	An	Flux monetar	Anuitate	Dobanda
5	1	-\$1,000	\$1,000	\$80
6	2	\$80	\$1,000	\$80
7	3	\$80	\$1,000	\$80
8	4	\$80	\$1,000	\$80
9	5	\$80	\$1,000	\$80
10	6	\$1,080		
11				
12	Suma	\$400		\$400

Figura 1.1 Investiție cu dobândă simplă

numele se referă numai la datele foii la care facem referire. În general, numele sunt valabile pentru toate foile registrului de lucru, ceea ce înseamnă că sunt nume pentru suprafața registrului de lucru. E de asemenea posibil să avem nume pentru suprafața foii care sunt valabile doar pentru foaia în care se află. Numele suprafeței foii sunt definite, folosind comenzile Insert, Name, Define, de un nume precedat de numele foii plus semnul exclamării.

Dacă celula D1 corespunde denumirii A în suprafața foii, numele ei ar trebui introdus ca PANEL 1,2!A, unde PANEL 1,2 este numele primei foi. În formulele din foaia PANEL 1,2, numele A corespunde celulei D2 a acelei foi. În alte foi numele A se poate referi la numele suprafeței unei foi pentru acea foaie sau la numele suprafeței unui registru de lucru.

În foile registrului de lucru pentru acest capitol, toate numele sunt la nivelul foii. Numele suprafeței foii sunt urmate de numele foii când comenzile Insert, Name, Define, prezintă numele existente.

În calculele următoare la începutul fiecărui an sau perioade va fi prezentată situația și anii sau perioadele vor fi numite Anul 1, Anul 2, ș.a.m.d. anumite formule se pot schimba.

Valoarea banilor înscrisă în contul bancar al acelei persoane, numită și flux monetar, la începutul fiecărui an și creditul și dobânda de peste ani, apar în partea de calcule a foii de lucru. Pentru primul an, creditul care reprezintă valoarea pentru care e plătită dobânda, dată de C5, e introdusă ca = A, și dobânda din D5 ca = $IR * C5$. Fluxul monetar de la începutul Anului 2 din celula B5 este dobânda pe Anul 1, dată de =D5. Creditul pentru Anul 2 îl egalează pe cel din Anul 1 astfel încât C6 conține =C5. Dobânda din Anul 2 este, din nou, rata dobânzii înmulțit cu creditul, = $IR * C6$ așa că D6 e copiat din D5. Apoi domeniul B6:D6 e copiat în B6:D9. La începutul Anului 6, creditul e înapoiat împreună cu dobânda pe Anul 5, așa că B10 conține = C9 + D9. Celula B12 conține suma fluxului monetar, = SUM (B5:B10) care e copiată în D12 ca sumă a dobânzilor de peste ani.

Figura 1.2. ne dă fluxul monetar, creditul și dobânda pe 6 ani. Acest tabel e obținut generând un grafic cu benzi de la domeniul A4:D10, folosind prima linie pentru legendă și prima coloană pentru valorile categoriilor.

În acest caz, dobânda e plătită imediat după ce a fost câștigată. Aceasta este numită dobânda simplă. Valoarea totală a dobânzii primite pentru cei 5 ani e $5 * 80 = \$400$, care e obținută însumând fluxurile monetare sau coloana dobânzilor.

1.1.2. Dobânda compusă

Este de asemenea posibil ca în fiecare an dobânda să fie adăugată la credit, așa că ea câștigă dobândă, și ca singura plată să fie la începutul Anului 6. Aceasta este numită dobândă compusă și e ilustrată în Figura 1.3 În acest caz creditul pentru Anii 2-5 egalează creditul ultimului an plus dobânda pe acel an, astfel încât conținutul lui C6 este = C5 + D5, fiind copiat în jos. Domeniul B6:B9 este gol, în timp ce restul foii de lucru e la fel.

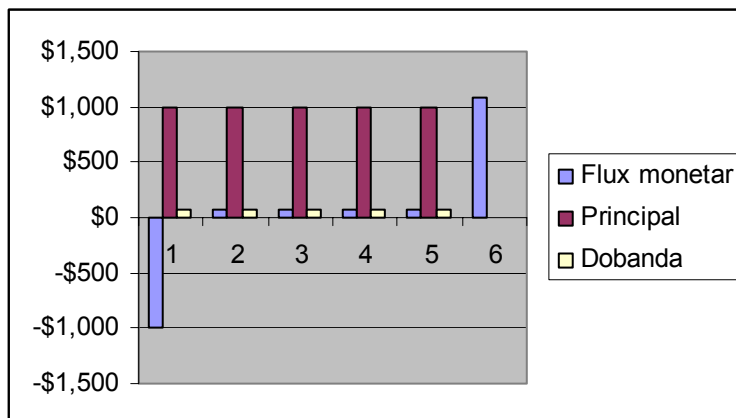


Figura 1.2 Flux monetar, Credit și dobândă pentru un titlu financiar pe 5 ani cu Dobândă Simplă

	A	B	C	D
1	Cantitate		A	\$1,000
2	Rata dobanzii		IR	8%
3				
4	An	Flux monetar	Anuitate	Dobanda
5	1	-\$1,000	\$1,000	\$80
6	2		\$1,080	\$86
7	3		\$1,166	\$93
8	4		\$1,260	\$101
9	5		\$1,360	\$109
10	6	\$1,469		
11				
12	Suma	\$469		\$469

Figura 1.3 Investiție cu Dobândă Compusă

Figura 1.4 prezintă fluxul monetar, creditul și dobânda în forma graficului cu bare. Sunt doar două fluxuri monetare, unul la început și unul la sfârșit.

Este evident că banii depuși cu dobânda compusă acumulează dobândă mai repede decât cu dobânda simplă, pentru că însumând fluxurile monetare acum rezultă \$469, cu \$69 mai mult decât la dobânda simplă. Algebric, e mai ușor de văzut că în fiecare an creditul e multiplicat de factorul $1+r$, așa că, dacă o valoare A e depusă cu dobândă compusă cu o rată anuală a dobânzii r , valoarea sa după t ani va fi: $A(1+r)^t$

Această formulă reprezintă valoarea viitoare a sumei A după t perioade ale investiției cu dobândă compusă la rata r .

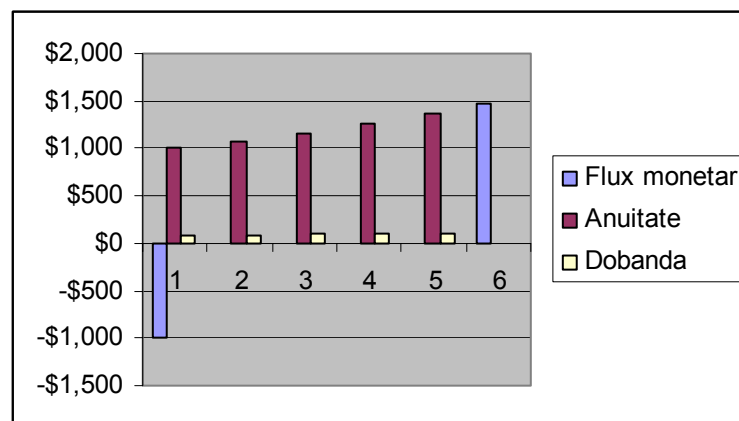


Figura 1.4 Flux monetar, Credit și dobânda pentru un titlu pe 5 ani cu Dobândă Compusă

	A	B	C	D	E	F
1	Capital	A	\$1,000			
2						
3	Ani\ Dobanda	2%	3%	5%	10%	15%
4	1	\$1,020	\$1,030	\$1,050	\$1,100	\$1,150
5	5	\$1,104	\$1,159	\$1,276	\$1,611	\$2,011
6	10	\$1,219	\$1,344	\$1,629	\$2,594	\$4,046
7	15	\$1,346	\$1,558	\$2,079	\$4,177	\$8,137
8	20	\$1,486	\$1,806	\$2,653	\$6,727	\$16,367
9	30	\$1,811	\$2,427	\$4,322	\$17,449	\$66,212

Figura 1.5 Rezultatele Dobânzii Compuse

Figura 1.5 prezintă valorile viitoare pentru A = \$1,000, și un număr de valori pentru t și r, în timp ce Figura 1.6 prezintă aceste valori în forma grafică. Celula B4 conține formula

$$= A * (1+B\$3)^{A\$4}$$

care e copiată în B4:F9.

Observați efectul unei rate a dobânzii mai mari pentru perioade mai lungi. Pentru r = 2-3% e nevoie de 30 de ani pentru a dubla valoarea originală. Pentru r = 5%, e nevoie de 15 ani, pentru r = 10%, 7 ani și pentru r = 15%, doar 5 ani.

Rata dobânzii pe termen lung a variat istoric de la 3% la 15%, cu o medie în jur de 10% pe ultimii 10 ani. Dar media ratei inflației pe ultimii 10 ani a fost de 5%, așa că rata dobânzii reale a fost în jur de 5%.

Ratele dobânzii pot diferi pe termen scurt și lung. De exemplu, un certificat de investiție garantat pe un an poate da o dobândă de 6%, unul pe 5 ani – de 7%, în timp ce un titlu guvernamental pe 10 ani poate da 8%.

Următoarele sunt bazate pe o rată a dobânzii la fel pentru toate termenele.

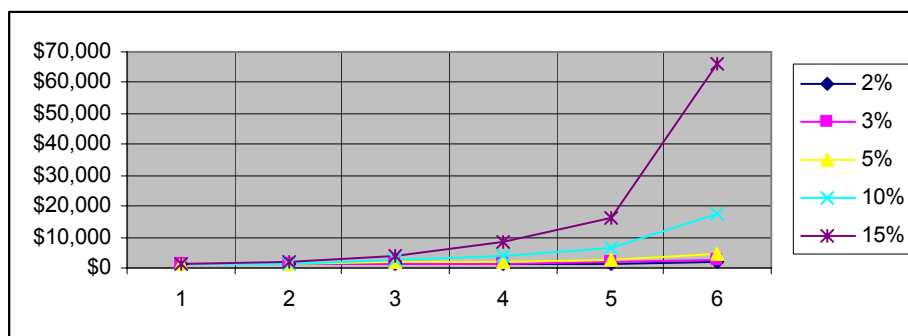


Figura 1.6 Efectul Dobânzii Compuse

Formula valorii viitoare este, bineînțeles, valabilă pentru toate tipurile de creștere procentuală constantă, precum creșterea economică pe termen lung exprimată prin creșterea Produsului intern brut (PIB) sau venitului pe cap de locuitor, inflației, creșterii populației, folosirii resurselor și degradării mediului, dacă numim doar câteva. Din Figurile 1.5 și 1.6 observăm că o creștere de 2-3% duce la o dublare într-o generație, adică după 30 ani, o creștere de 5% duce la dublare după 15 ani, de 10% după 7 ani și de 15% după 5 ani.

1.1.3. Efectul schimbării perioadei de compunere

Ce se va întâmpla dacă în loc să fie făcută în fiecare an, compunerea e făcută la fiecare jumătate de an? Dacă rata anuală a dobânzii e 8%, ea trebuie să fie 4% pentru jumătate de an, dar apoi vor fi de 2 ori mai multe perioade pentru care să se compună. Pentru exemplul pe 5 ani, valoarea totală de plată va fi atunci:

$$1,000 \left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{10} = 1,480.24$$

pentru că e mai mult decât \$1,469, s-ar putea să dorim să facem compunerea mai des de doua ori pe an. Compunând de n ori pe an, rezultatul este:

$$1,000 \left(1 + \frac{0,08}{365}\right)^{5 \cdot 365} = 1,469.76$$

De exemplu, compunând zilnic cu o rată anuală de 8% rezultatul este:

$$A \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{tn}$$

Dacă valoarea inițială este A, rata dobânzii este 100% și numărul de ani este t, valoarea după t ani compunând de n ori pe an, este

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Capital	A	\$1,000									
2												
3		n	2%	4%	6%	8%	10%	12%	14%	16%	18%	20%
4	Anual	1	\$1,104	\$1,217	\$1,338	\$1,469	\$1,611	\$1,762	\$1,925	\$2,100	\$2,288	\$2,488
5	Trimestrial	4	\$1,105	\$1,220	\$1,347	\$1,486	\$1,639	\$1,806	\$1,990	\$2,191	\$2,412	\$2,653
6	Lunar	12	\$1,105	\$1,221	\$1,349	\$1,490	\$1,645	\$1,817	\$2,006	\$2,214	\$2,443	\$2,696
7	Saptamanal	52	\$1,105	\$1,221	\$1,350	\$1,491	\$1,648	\$1,821	\$2,012	\$2,223	\$2,456	\$2,713
8	Zilnic	365	\$1,105	\$1,221	\$1,350	\$1,492	\$1,649	\$1,822	\$2,013	\$2,225	\$2,459	\$2,718
9	Continuu	Inf.	\$1,105	\$1,221	\$1,350	\$1,492	\$1,649	\$1,822	\$2,014	\$2,226	\$2,460	\$2,718
10												
11	Ven.zilnic/an		0%	0%	1%	2%	2%	3%	5%	6%	7%	9%

Figura 1.7 Rata rentabilității a \$1,000 pe 5 ani pentru perioade diferite de compunere

Pentru a afla ce se întâmplă pentru $n \rightarrow \infty$, expresia de deasupra e rescrisă cu $m=n/r$.

$$\lim_{m \rightarrow \infty} A \left\{ \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m \right\}^{rt} = Ae^{rt}$$

unde

$$e = \lim_{m \rightarrow \infty} A \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m = 2.718 \quad \text{este baza logaritmulor naturali.}$$

Pentru $A = 1,000$, $r=8\%$ și $t=5$ ani, găsim 1491.82

O extindere a rezultatelor de compunere pentru diferite perioade cu rate anuale ale dobânzii variind între 2-20% e prezentată în Figura 1.7. Observați că diferite perioade de compunere duc la rezultate semnificativ diferite doar pentru rate ale dobânzii mai înalte. Unele bănci își fac reclamă că conturile lor de economii sunt cu compunere zilnică. Ultima linie a tabelului arată creșterea în schimbul compunerii zilnice față de compunerea anuală.

$$\left(1 + \frac{r_c(12)}{12}\right)^{12} = 1 + r$$

Faptul că multiple compuneri în cadrul unui an cresc rata rentabilității e echivalent cu o creștere a ratei anuale a dobânzii. Pentru o rată anuală a dobânzii cu compunere lunară r_c (m), beneficiul după un an e egal cu $1 +$ echivalentul ratei anuale a dobânzii cu compunerea anuală, r :

$$r = \left(1 + \frac{r_c(12)}{12}\right)^{12} - 1 \quad \text{așadar:}$$

Dacă compunerea are loc de n ori pe an cu o rată anuală a dobânzii de $r_c(n)$ echivalentul ratei dobânzii cu compunere anuală este:

$$r' = \left(1 + \frac{r_c(n)}{n}\right)^n - 1 \quad (1)$$

$$r = e^{r_c(\bullet)} - 1 = EXP(r_c(\bullet)) - 1 \quad (2)$$

Figura 1.8 prezintă ratele dobânzii echivalente cu ratele anuale ale dobânzii cu compuneri mai frecvente. Formula pentru celula C2 este:

= (1+C\$1/\$B2)^\$B2-1 care e copiată în C2:16.

Celula C7 conține formula

= EXP (C\$1)-1, care e copiată în dreapta.

Observați că pentru rate mai joase, compunerile mai frecvente nu provoacă o mare diferență, dar la 10% diferența e aproape de 0,5%, la 14%, 1%, și la 20%, 2%

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		n	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
2	anual	1	200%	400%	600%	800%	1000%	1200%	1400%	1600%	1800%	2000%
3	trimestrial	4	202%	406%	614%	824%	1038%	1255%	1475%	1699%	1925%	2155%
4	lunar	12	202%	407%	617%	830%	1047%	1268%	1493%	1723%	1956%	2194%
5	saptamanal	52	202%	408%	618%	832%	1051%	1273%	1501%	1732%	1968%	2209%
6	zilnic	365	202%	408%	618%	833%	1052%	1275%	1502%	1735%	1972%	2213%
7	continuu	infinit	202%	408%	618%	833%	1052%	1275%	1503%	1735%	1972%	2214%

Figura 1.8 Rate ale dobânzii echivalente cu Ratele Anuale ale Dobânzii cu Compunere

Pe de altă parte, s-ar putea să dorim să aflăm rata anuală cu compunere de n ori pe an, $r_c(n)$, care e echivalentă cu o rată anuală r . Folosind ecuația (1), avem

$$\left(1 + \frac{r_c(n)}{n}\right)^n = 1 + r$$

$$r_c(n) = n \left\{ (1+r)^{1/n} - 1 \right\}$$

Rezolvând pentru $r_c(n)$, aflăm:

Echivalentele pentru ratele anuale ale dobânzii sunt prezentate în Figura 1.9. Celula C2 e bazată pe formula:

$$= \$B2*((1+C\$1)^(1/\$B2)-1),$$

care e copiată în C3:L6

$$e^{r_c(\bullet)} = 1 + r$$

Pentru cazul infinit avem din relația (2):

$$r_c(\bullet) = \ln(1 + r)$$

astfel că:

Celula C7 e dată de formula:

=LN(1+C\$1) care e copiată în dreapta

Rezultatul e că în cazul în care compunerea are loc mai frecvent rata anuală a dobânzii pe care sunt bazate plățile ar trebui să fie mai scăzută. De exemplu, dacă avem un împrumut studentesc cu o rată simplă a dobânzii de 10%, și dobânda trebuie plătită lunar, calculele dobânzii ar trebui să fie bazate mai degrabă pe o rată anuală de 9,57% decât de 10%.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		n	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
2	anual	1	200%	400%	600%	800%	1000%	1200%	1400%	1600%	1800%	2000%
3	trimestrial	4	199%	394%	587%	777%	965%	1149%	1332%	1512%	1690%	1865%
4	lunar	12	198%	393%	584%	772%	957%	1139%	1317%	1493%	1667%	1837%
5	saptamanar	52	198%	392%	583%	770%	954%	1135%	1312%	1486%	1658%	1826%
6	zilnic	365	198%	392%	583%	770%	953%	1130%	1311%	1485%	1656%	1824%
7	continuu	infinit	198%	392%	583%	770%	953%	1130%	1310%	1484%	1655%	1823%

Figura 1.9 Rate Anuale echivalente ale Dobânzii Compuse

1.1.4. Valoarea viitoare a plăților constante periodice

Dacă aceeași sumă de bani este primită în fiecare an timp de mai mulți ani, acest lucru se numește ANUITATE: o anuitate poate avea termen fix, adică suma de bani este plătită pe o perioadă dată de ani, sau poate fi bazată pe durata de viață a persoanei, situație în care este plătită atâta timp cât acea persoană trăiește. În cazul nostru vom opera doar cu anuități la termen fix.

Figura 1.10 prezintă plățile unei anuități de 10 ani cu o sumă anuală de 10.000\$. Aceleași valori pot reprezenta sume anuale puse într-un cont de economii. În ambele cazuri, ne putem întreba care va fi la finele celor 10 ani, valoarea totală viitoare a sumelor anuale dacă rata dobânzii este de 8%.

Această valoare viitoare poate fi calculată prin 3 metode :

- Calculul explicit;
- Calculul algebric;
- Calculul pe baza formulei foii de calcul.

1.1.4.1. Calculul explicit

Această valoare viitoare poate fi obținută prin determinarea valorii viitoare a fiecărei sume anuale în Anul 10 și adunându-le. Acest lucru este realizat în coloana C a tabelului 1.10. Celula C5 conține formula:

$$=B5*(1+IR)^(\$A\$14-\$A5),$$

care este copiată în domeniul C5:C14. Valoarea viitoare dorită va fi regăsită ca suma acestui rând, care este 144,866\$ din care 44,866\$ reprezintă dobânda acumulată.

	A	B	C
1	Suma	A	\$10,000
2	Rata dob.	IR	8%
3			
4	Anul	Cant. anuala	Val. viitoare
5	1	\$10,000	\$19,990
6	2	\$10,000	\$18,509
7	3	\$10,000	\$17,138
8	4	\$10,000	\$15,869
9	5	\$10,000	\$14,693
10	6	\$10,000	\$13,605
11	7	\$10,000	\$12,597
12	8	\$10,000	\$11,664
13	9	\$10,000	\$10,800
14	10	\$10,000	\$10,000
15	Suma totala	\$100,000	\$144,865

Figura 1.10

Aceeași schemă se poate aplica unui împrumut constând dintr-o sumă constantă anuală, acordat pe o perioadă de 4 ani. Atunci valoarea viitoare este valoarea totală a împrumutului când ultima sumă de bani este primită.

Aceeași valoare viitoare poate fi utilizată pentru ceea ce se numește o ipotecă inversă. Pentru o astfel de ipotecă se întocmește un contract, prin care posesorul unei proprietăți, de exemplu un pensionar, primește, să spunem, 10.000\$ pe an pe o perioadă de 10 ani, de la o instituție financiară.

După 10 ani proprietatea este vândută și valoarea viitoare a anuității se regăsește în suma încasată prin vânzare. Dacă rata dobânzii este de 8%, valoarea viitoare a anuității va fi 144,866\$, după cum se vede în figura 1.10. Sumele anuale primite sunt de fapt împrumuturi în care proprietatea este garanția împrumutului.

1.1.4.2 Calculul algebric

Foaia de lucru face mai ușoară realizarea calculelor cerute, dar este posibil să obținem o formulă algebrică mult mai concisă.

Considerăm cantitatea anuală a anuității “A”, durata ei (numărul de ani) “t” și rata dobânzii “r”.

După un an suma va fi A, după 2 ani va fi $A+(1+r)A$, după 3 ani va fi $A+(1+r)^2 A$ și după t ani:

$$\{1+(1+r)+(1+r)^2+\dots+(1+r)^{t-1}\}A=(1+R+R^2+\dots+R^{t-1})A, \quad (3)$$

unde $R=1+r$. Formula pentru însumarea seriilor geometrice cu rația “R”, primul termen “F” și ultimul termen “L”, este :

$$\frac{F - RL}{1 - R},$$

	A	B	C	D	E	F
1	Suma	A	\$1,000			
2						
3	An\Dobanda	2%	3%	5%	10%	15%
4	1	\$1,000	\$1,000	\$1,000	\$1,000	\$1,000
5	5	\$5,204	\$5,309	\$5,526	\$6,105	\$6,742
6	10	\$10,950	\$11,464	\$12,578	\$15,937	\$20,304
7	15	\$17,293	\$18,599	\$21,597	\$31,772	\$47,580
8	20	\$24,297	\$26,870	\$33,066	\$57,275	\$102,444
9	30	\$40,568	\$47,575	\$66,439	\$164,494	\$434,745

Figura 1.11

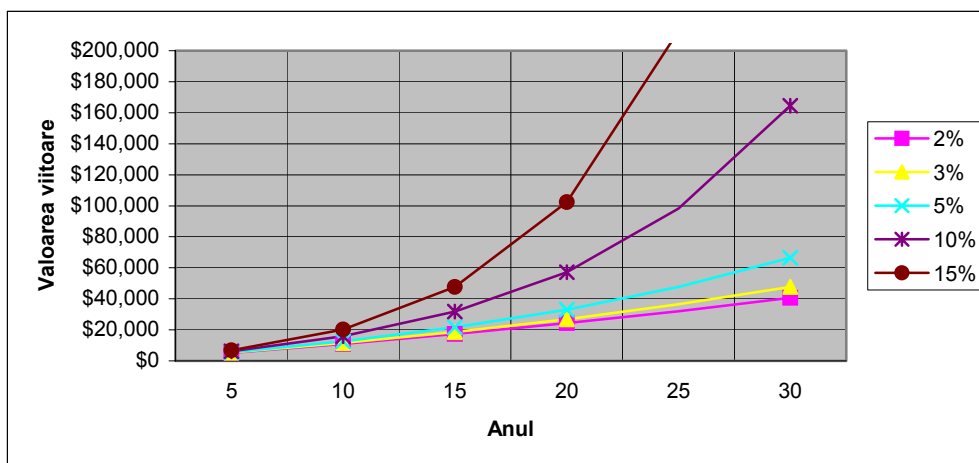


Figura 1.12

Vom avea atunci pentru (3):

$$\frac{1 - (R)(R^{t-1})}{1 - R} A = \frac{1 - R^t}{1 - R} A = \frac{R^t - 1}{r} A,$$

de unde rezultă că formula pentru valoarea viitoare, notată cu P_t este :

$$P_t = \frac{(1 + r)^t - 1}{r} A = (((1 + r)^t - 1) / r) * A. \quad (4)$$

1.1.4.3. Calculul pe baza formulei din foaia de calcul

Formula (4) este inclusă între funcțiile foii de calcul ca formula valorii viitoare:
 $=FV(\text{Rata dobânzii}, \text{Durata}, -\text{Cantitate anuală})=FV(r, t, -A)$

Rețineți faptul că anuitatea ar trebui introdusă cu semnul minus, deoarece aceasta poate fi considerată o plată, ce duce la un flux de numerar pozitiv.

În tabelul 1.10, celulei B4 îi este atribuită formula :

$=FV(B\$3, \$A4, -A)$,

care este copiată la B4:F9.

Tabelurile 1.11 și 1.12 oferă valorile viitoare ale amortismente pentru un număr de ani ce variază de la 1-30, și pentru rate ale dobânzii ce variază de la 2-15%. Cu economii anuale de 1000\$, poate fi atinsă o sumă de 100000\$ în 20 ani dacă rata dobânzii este 15%, sau în 25 ani, pentru o rată de 10%.

1.1.4.4. Calculul amortismentului

Ce valoare ar trebui să aibă A pentru a obține o valoare P_t dată? Obținem valoarea lui A rezolvând (3):

$$A = \frac{r}{(1+r)^t - 1} P_t.$$

De exemplu, pentru a acumula 1.000.000\$ în 20 de ani, când rata dobânzii este 5%, avem nevoie de economii anuale de 30.243\$.

Tabelul 5.13 oferă, pentru o valoare viitoare de 1.000.000\$, anuitățile necesare pentru diferite rate a dobânzii și durate. Celula B5 conține formula:

$$=PT*B\$3/((1+B\$3)^{A4}-1),$$

care este copiată la B4:F9.

Tabelul 5.14 oferă aceleași rezultate sub formă grafică. Pentru o rată a dobânzii sau randament de 10%, economii anuale de aproape 6000\$ sunt suficiente pentru a deveni un milionar în 30 ani.

1.1.5. Caracteristicile foi de calcul

1.1.5.1. Comanda “Fill”

În multe cazuri o foaie de calcul conține coloane sau rânduri cu numere cum ar fi 1 2 3 4 sau 1994 1995 ... 2019. Acest lucru poate fi realizat introducând mai întâi în primele două celule ale rândului numerele corespunzătoare cum sunt 1,2, și apoi, după ce selectăm tot rândul ce urmează a fi completat, utilizând comanda Edit, Fill, Auto – Fill.

Alternativ, prima valoare din domeniul poate fi introdusă și apoi selectat domeniul, după care este selectată comanda Edit , Fill, Series cu o valoare pasului.

Type Linear generează serii aritmetice. O serie geometrică poate fi generată utilizând Type Growth.

1.1.5.2 Utilizarea creativă a opțiunii de copiere

Mai devreme s-a arătat că multe părți ale foi de calcul pot fi copiate din alte părți, astfel creându-se foi de calcul mari cu un efort relativ redus. Dar comanda Copy poate fi utilizată și în alte moduri creative, după cum urmează.

	A	B	C	D	E	F
1	Suma	PT	\$1,000,000			
2						
3	An\Dozanda	2%	3%	5%	10%	15%
4	1	\$1,000,000	\$1,000,000	\$1,000,000	\$1,000,000	\$1,000,000
5	5	\$192,158	\$188,355	\$180,975	\$163,797	\$148,316
6	10	\$91,327	\$87,231	\$79,505	\$62,745	\$49,252
7	15	\$57,825	\$53,767	\$46,342	\$31,474	\$21,017
8	20	\$41,157	\$37,216	\$30,243	\$17,460	\$9,761
9	30	\$24,650	\$21,019	\$15,051	\$6,079	\$2,300

Figura 1.13

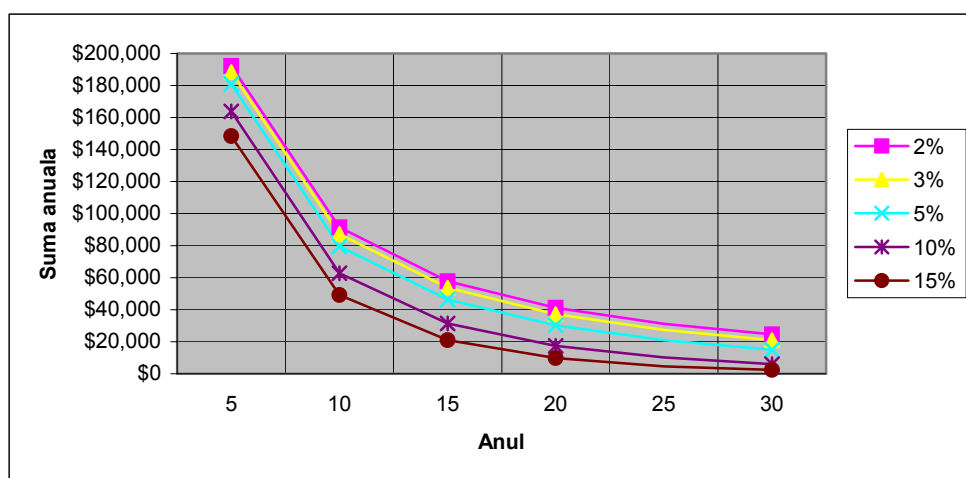


Figura 1.14

	A	B	C	D
1	Nr crt.	Suma	Balanta	
2			\$0	
3	1	\$1,000	\$1,000	=C2+B3
4	2	(\$54)	\$946	=C3+B4
5	3	(\$265)	\$681	=C4+B5
6	4	(\$20)	\$661	=C5+B6

Figura 1.15

1.1.5.2.1. Suma cumulată

Luăm în considerare un cont curent cu o balanță inițială și un număr de înregistrări ce urmează a fi introduse sau scăzute, vezi tabelul 5.15.

După introducerea fiecărei înregistrări ar trebui să vedem balanța. Acest calcul necesită suma cumulată a tuturor articolelor. Prin urmare, celula C3 ar trebui să conțină $=C2+B3$, celula C4, $=C3+B4$, ș.a.m.d. Pentru a evita introducerea separată în fiecare celulă, doar celula C3 va fi completată manual, iar apoi conținutul ei va fi copiat în C3:C6. Deoarece foaia de calcul utilizează adrese de celule relative când copiază, pentru C4 conținutul lui C3 va fi introdus ca $=C3+B4$ ș.a.m.d.

Dacă C3 ar fi fost goală, rezultatul ar fi fost același, deoarece celulele goale au valoare numerică 0. Celulele ce au o etichetă au de asemenea valoarea 0, astfel încât, dacă rândul 2 este șters, celula C2 care rezultă de aici are formula $=C1+B2$ și afișează valoarea 1000.

1.1.5.2.2. Prima scădere

Dacă se cunoaște conținutul coloanei Balanță, dar cel al coloanei Cantitate nu se cunoaște, poate fi calculat printr-o metodă asemănătoare. Celula C3 va fi atunci $=B3-B2$, iar această formulă este copiată de sus în jos, vezi Tabelul 5.16. În acest mod, primele scăderi într-o serie pot fi generate ușor.

	A	B	C	D
1	Nr crt	Suma	Balanta	
2			\$0	
3	1	\$1,000	\$1,000	$=B3-B2$
4	2	\$946	(\$54)	$=B4-B3$
5	3	\$681	(\$265)	$=B5-B4$
6	4	\$661	(\$20)	$=B6-B5$

Figura 1.16

1.1.5.2.3. Seriile geometrice și aritmetice

Copierea cu referințe relative de celulă poate fi utilizată pentru generarea de serii aritmetice și geometrice. De exemplu, dacă este nevoie de factorii dobânzii compuse 1, $1+r$, $(1+r)^2$, ..., vom introduce 1 în A1, $=(1+r)*A1$ în A2 și apoi vom copia A2 de sus în jos, ceea ce va duce la seria geometrică necesară, vezi tabelul 5.17. Pentru o serie aritmetică se înlocuiește "*" cu "+".

	A	B
1	1.00	
2	1.08	$=1.08*A1$
3	1.17	$=1.08*A2$
4	1.26	$=1.08*A3$
5	1.36	$=1.08*A4$

Figura 1.17

Probleme

1. O persoană se decide să economisească în fiecare lună 100\$, pentru un anumit număr de ani. Rata dobânzii este dată ca un procent anual ce se calculează lunar. Utilizând funcția valorii viitoare, creați un tabel pentru valoarea economiilor peste 15-25 de ani, de la an la an, pentru rate ale dobânzilor de 8-12%, ce variază cu 0,5%.

2. Fondul de studiu

Tocmai ați devenit părinte. Vreți ca, la vârsta de 19 ani copilul să dispună de un fond de studiu de 40000\$. Începeți să depuneți o sumă fixă de bani în acest fond în fiecare an de la nașterea copilului.

- Cât ar trebui să depuneți în acest fond în fiecare an dacă rata dobânzii este 8%?
- Aflați valoarea viitoare a fiecărei contribuții anuale și valoarea totală corespundentă.
- Considerând că la 19, 20, 21 și 22 de ani este nevoie de 10000\$, care sunt sumele anuale?
- Considerați că un plus de 1000\$ este pus la naștere de o altă persoană. Care va fi atunci răspunsul la punctul c)?
- Întrebarea de mai sus presupune faptul că este posibil să investești la aceeași rată a dobânzii în fiecare an. Este acest lucru realist? Dacă ratele dobânzilor se modifică în timp, cum pot fi atinse scopurile fondului de studiu?
- Cum poate fi luată în considerare inflația? Care ar fi răspunsurile la întrebarea c) pentru rate ale dobânzii reale de 3%, 4% și 5%?

1.2. Împrumuturi ipotecare

Acest capitol prezintă elementele de bază ale împrumuturilor și împrumuturile ipotecare. O atenție deosebită este dată împrumuturilor ipotecare, întrucât mulți oameni sunt implicați în această problemă. Se explică împrumuturile cu rate constante și cu plată totală constantă. Sunt deduse formulele pentru plata totală constantă a ratelor de împrumut și pentru plățile dobânzii. Perioadele de amortizare și termenele împrumuturilor ipotecare sunt prezentate separat. Formulele referitoare la ratele dobânzii compuse pentru diferite perioade sunt utilizate pentru a calcula plata ipotecilor lunare.

În acest capitol veți învăța următoarele comenzi și funcții ale foi de calcul.

- PMT (rata dobânzii, numărul perioadelor, credit)

1.2.1 Împrumuturi cu rambursări într-o singură tranșă.

Un împrumut este un contract între debitor și creditor. Creditorul îi furnizează o sumă de bani debitorului, care este restituită mai târziu, și a cărei dobândă este plătită. În majoritatea cazurilor se fixează o rată a dobânzii precum și termenele de plată ale acestora. În funcție de termenele de plată stabilite se disting diferite tipuri de împrumuturi și anume, împrumuturi cu rambursări într-o singură tranșă, împrumuturi cu rambursări în tranșe constante periodice, și împrumuturi cu anuități constante.

Din punctul de vedere al bănci sau al oricărui debitor un împrumut poate fi privit ca o investiție cu dobândă fixă. De exemplu, dacă o bancă vinde un GIC de 5 ani de 1000 \$ cu o rată a dobânzii de 8%, ea de fapt împrumută de la cumpărător 1000\$, pentru care plătește 8% dobândă, și căruia îi înapoiază banii după 5 ani. Deci banca primește la începutul anului 1, 1000\$, plătește 8% din 1000\$ sau 80\$ în fiecare din următorii 4 ani, în timp ce în ultimul an plătește 80\$ plus creditul împrumutat (vezi figura 1.18, care este la fel ca figura 1.1 din capitolul precedent, exceptând faptul că toate fluxurile monetare au semnul opus). Figura 1.18a prezintă sumele iar figura 1.18b formulele.

Figura 1.19. prezintă graficul corespunzător fluxurilor monetare. Ea indică faptul că debitorul primește o sumă inițială, care trebuie rambursată împreună cu dobânda în următoarele perioade. Acesta este un model tipic de împrumut în care se primește doar o sumă inițială. Majoritatea împrumuturilor ce vor fi discutate sunt de acest tip.

Suma împrumutată este numită credit. Fluxurile monetare negative ale următoarelor perioade constituie dobânda și plata creditului. Plata este numită și amortizarea împrumutului. Amortizarea poate lua forme diferite. Numărul perioadelor în care creditul este rambursat se numește perioadă de amortizare.

În cazul de mai sus întregul credit a fost plătit după 5 ani și dobânda a fost plătită la fiecare perioadă intermediară și în ultima perioadă. Întrucât doar dobânda este plătită creditorului în fiecare an, creditul rămâne același, și rata dobânzii trebuie să fie egală în fiecare an.

	A	B	C	D
1	suma		P	\$1,000
2	Rata dobânzii		IR	8%
3				
4	an	flux monetar	credit	dobândă
5	1	\$1,000	\$1,000	\$80
6	2	(\$80)	\$1,000	\$80
7	3	(\$80)	\$1,000	\$80
8	4	(\$80)	\$1,000	\$80
9	5	(\$80)	\$1,000	\$80
10	6	(\$1,080)		
11				
12	total	(\$400)		\$400

Figura 1.18a GCI ca împrumut (prezentare numerică)

	A	B	C	D
1	suma		P	1000
2	Rata dobânzii		IR	0.08
3				
4	an	flux monetar	credit	dobândă
5	1	=P	=P	=IR*C5
6	2	=D5	=P	=IR*C6
7	3	=D6	=P	=IR*C7
8	4	=D7	=P	=IR*C8
9	5	=D8	=P	=IR*C9
10	6	=P-D9	=P	=IR*C10
11				
12	total	SUM=(B5:B11)		=SUM(D5:D11)

Figura 1.18b GCI ca împrumut (prezentare analitică)

Un caz special al acestui tip de împrumut este atunci când un împrumut nu este niciodată rambursat, ceea ce înseamnă că perioada de amortizare este infinită. Atunci ratele dobânzilor tind la infinit. creanțele de acest fel, numite perpetue, au fost folosite cândva de guvernul Regatului Unit. De atunci nu au mai fost folosite pentru că au fost răscumpărate debitorului.

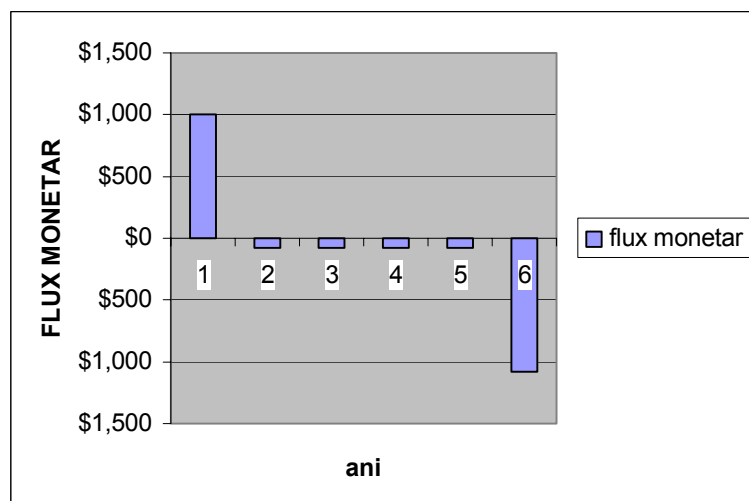


Figura 1.19 Fluxul monetar al debitorului

1.2.2 Rambursări cu amortismente constante.

Se consideră următorul caz în care rambursarea este împărțită într-un anumit număr de perioade. Figurile 1.20 și 1.21 prezintă acest lucru pentru aceleași date ca în figura 1.18. Perioada de amortizare este de 5 ani, și rata în fiecare an este deci $1000/5=200$, astfel că celulele E6:E10 conțin formula

$$=A/AP.$$

Creditul din anul 2 îl egalează pe cel din anul 1, minus amortismentul, așadar C7 are formula

$$=C6 - E6.$$

Formula dobânzii în celula D6 este

$$=IR*C6.$$

Fluxul monetar pentru anul 2 egalează (minus) anuitatea anului 1, așadar formula pentru B7 este

$$= -(D6 + E6).$$

Aceste formule pot fi copiate de sus în jos. Aceasta conduce la un credit 0 în anul 6, așadar împrumutul a fost în întregime plătit. Observați faptul că suma totală a dobânzii plătite este acum de 240\$ față de 400\$ în cazul precedent, ceea ce este explicat de ratele parțiale anticipate.

Împrumutul cu rată constantă este mai atractiv pentru debitor decât împrumutul cu o singură rată, pentru că ratele sunt desfășurate în timp și sunt de asemenea mai mici, fiind, pentru mulți oameni, mai ușor de utilizat.

	A	B	C	D	E
1	suma		P	\$1,000	
2	Rata dobânzii		IR	8%	
3	perioada de amortizare		AP	5	
4	an	flux monetar	credit	dobândă	amortismen
5	1	\$1,000	\$1,000	\$80	\$200
6	2	(\$280)	\$800	\$64	\$200
7	3	(\$264)	\$600	\$48	\$200
8	4	(\$248)	\$400	\$32	\$200
9	5	(\$232)	\$200	\$16	\$200
10	6	(\$216)	\$0		
11					
12	total	(\$240)		240	

Figura 1.20. Amortizarea împrumutului cu amortismente constante.

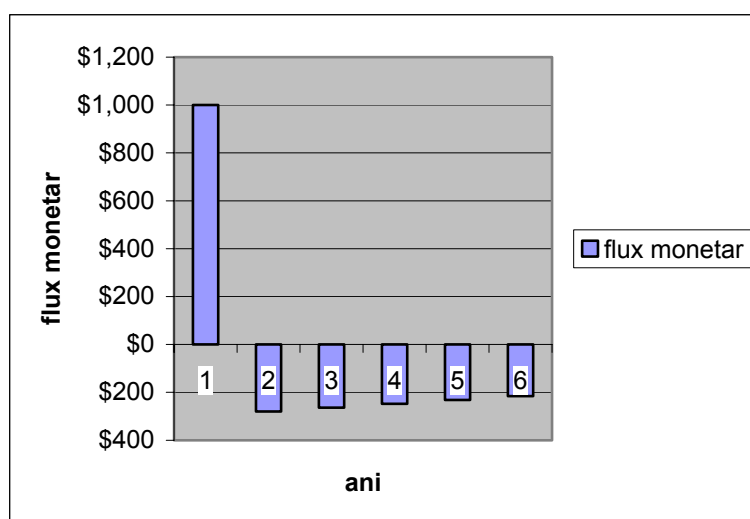


Figura 1.21. Fluxul monetar pentru împrumuturi cu amortismente constante

1.2.3. Rambursări cu anuități constante.

Împrumuturile cu rate egale au aceeași anuitate în fiecare an, dar ratele dobânzii descresc cu timpul, iar creditul devine mai mic. În exemplul din figura 1.20., ratele dobânzii variază de la 80\$ la 16\$, așadar anuitatea la sfârșitul anului 1 este de 280\$, iar la sfârșitul anului 5 de 216\$. Poate fi mai convenabil pentru creditori să aibă un tabel de amortizare întrucât anuitățile sunt identice în fiecare an. Problema constă în calcularea acestei anuități. În primul rând se va deduce o formulă algebrică.

Să zicem că această anuitate este A , creditul împrumutat inițial P , perioada de amortizare t ani, și rata dobânzii r . Suma datorată după t ani este, conform formulei dobânzii compuse:

$$(1+r)^t P.$$

Această sumă trebuie să fie egală cu valoarea anuităților viitoare A timp de t ani,

$$[(1+r)^t - 1] / r * A,$$

vezi formula (3) din capitolul precedent. Deci avem ecuația:

$$(1+r)^t P = [(1+r)^t - 1] / r * A.$$

Substituind $1+r=R$, putem scrie aceasta ca

$$R^t P = (R^t - 1) / r * A$$

Rezolvând pentru A, găsim:

$$A = \{(rR^t) / (R^t - 1)\} P = \{r / [1 - (1+r)^{-t}]\} * P = (r / (1 - (1+r)^{-t})) P. \quad (1)$$

Formula poate fi scrisă în foaia de calcul astfel:

$$= P * IR / (1 - (1 + IR)^{-AP})$$

în cazul de față, avem $P=1000$, $r=8\%$, și $t=5$, astfel

$$A = 0,08 / (1 - (1 + 0,08)^{-5}) * 1000 = 250,46.$$

O funcție specială a foii de calcul.

$$PMT(r, t, -P) = PMT(IR, AP, -P)$$

dă același rezultat. Se observă semnul minus în fața lui P. Aceasta le permite lui A și lui P să aibă semne opuse, reflectând faptul că unul reprezintă plată și celălalt încasare.

1.2.4. Împrumuturi ipotecare.

Când o proprietate imobiliară este cumpărată, o parte a prețului de achiziție este de obicei finanțată printr-un împrumut ipotecar. Acesta este un împrumut în care proprietatea imobiliară servește drept garanție pentru rambursare împrumutului și plata dobânzii. În cazul neplății, creditorul are dreptul de a vinde proprietatea în locul obținerii sumei datorate.

Ca exemplu, fie un împrumut ipotecar cu un capital de 50.000\$ ce trebuie rambursat, sau amortizat, în 10 ani, astfel că perioada de amortizare este 10 ani. Pentru tranșe egale, amortismntul de $50.000/10=5.000\$$. Rata dobânzii este 10%. Această rată a dobânzii este fixată pentru termenul ipotecii. Se presupune că termenul este același cu perioada de amortizare, sau, dacă sumele sunt egale, ipoteca poate fi reînnoită la aceeași rată a dobânzii, după o scurtă perioadă.

Foaia de calcul de la 1.22. prezintă calculația ipotecii. Ratele sunt mereu 5.000\$. creditul fiecărui an egalează creditul ultimului an, minus anuitatea, așadar celula B7 are ca formule B6-C6, care este copiată la B7:B15. Dobânda este egală cu 10% din credit așadar C6 are ca formule B6*IR, care este copiată de sus în jos. În final, anuitate egalează suma rămasă de plată.

	A	B	C	D	E	F
1	credit		P	50000		
2	Rata dobanzii		IR	0,1		
3	perioada de amortizare		AP	10		
4						
5	an	credit	amortisme	dobanda	anuitati	
6	1	\$50.000	\$5.000	\$5.000	\$10.000	
7	2	\$45.000	\$5.000	\$4.500	\$9.500	
8	3	\$40.000	\$5.000	\$4.000	\$9.000	
9	4	\$35.000	\$5.000	\$3.500	\$8.500	
10	5	\$30.000	\$5.000	\$3.000	\$8.000	
11	6	\$25.000	\$5.000	\$2.500	\$7.500	
12	7	\$20.000	\$5.000	\$2.000	\$7.000	
13	8	\$15.000	\$5.000	\$1.500	\$6.500	
14	9	\$10.000	\$5.000	\$1.000	\$6.000	
15	10	\$5.000	\$5.000	\$500	\$5.500	
16	11	\$0				
17						
18						

Figura 1.22a Amortizarea ipotecii cu amortisme constante (prezentare numerică)

	A	B	C	D	E
1	credit		P	50000	
2	Rata dobâzii		IR	0.1	
3	perioada de amortizare		AP	10	
4					
5	an	credit	amortisme	dobândă	anuitati
6	1	=D\$1	=P/AP	=B6*IR	=D6+C6
7	2	=B6-C6	=P/AP	=B7*IR	=D7+C7
8	3	=B7-C8	=P/AP	=B8*IR	=D8+C8
9	4	=B8-C8	=P/AP	=B9*IR	=D9+C9
10	5	=B9-C9	=P/AP	=B10*IR	=D10+C10
11	6	=B10-C10	=P/AP	=B11*IR	=D11+C11
12	7	=B11-C11	=P/AP	=B12*IR	=D12+C12
13	8	=B12-C12	=P/AP	=B13*IR	=D13+C13
14	9	=B13-C13	=P/AP	=B14*IR	=D14+C14
15	10	=B14-C14	=P/AP	=B15*IR	=D15+C15
16	11	=B15-C15			

Figura 1.22b Amortizarea ipotecii cu amortisme constante (prezentare analitică)

Dezavantajul acestui tabel este că sumele de plată variază de la 10.000\$ în anul 1 la 5.500\$ în anul 10. Din acest motiv, tabelul de amortizare în cazul împrumuturilor rambursabile prin rate constante este mai atractiv.

	A	B	C	D	E
1	credit		P	\$50,000	
2	Rata dobânzii		IR	10%	
3	perioada de amortizare		AP	10	
4					
5	an	credit	amortismente	dobândă	anuitati
6	1	\$50,000	\$3,137	\$5,000	\$8,137
7	2	\$46,863	\$3,451	\$4,686	\$8,137
8	3	\$43,412	\$3,796	\$4,341	\$8,137
9	4	\$39,616	\$4,176	\$3,962	\$8,137
10	5	\$35,440	\$4,593	\$3,544	\$8,137
11	6	\$30,847	\$5,053	\$3,085	\$8,137
12	7	\$25,794	\$5,558	\$2,579	\$8,137
13	8	\$20,236	\$6,114	\$2,024	\$8,137
14	9	\$14,122	\$6,725	\$1,412	\$8,137
15	10	\$7,397	\$7,398	\$740	\$8,137
16	11	\$0			

Figura 1.23. Rambursarea ipotecii cu amortismente constante

Amortizarea corespunzătoare a ipotecii este dată în figura 1.24.

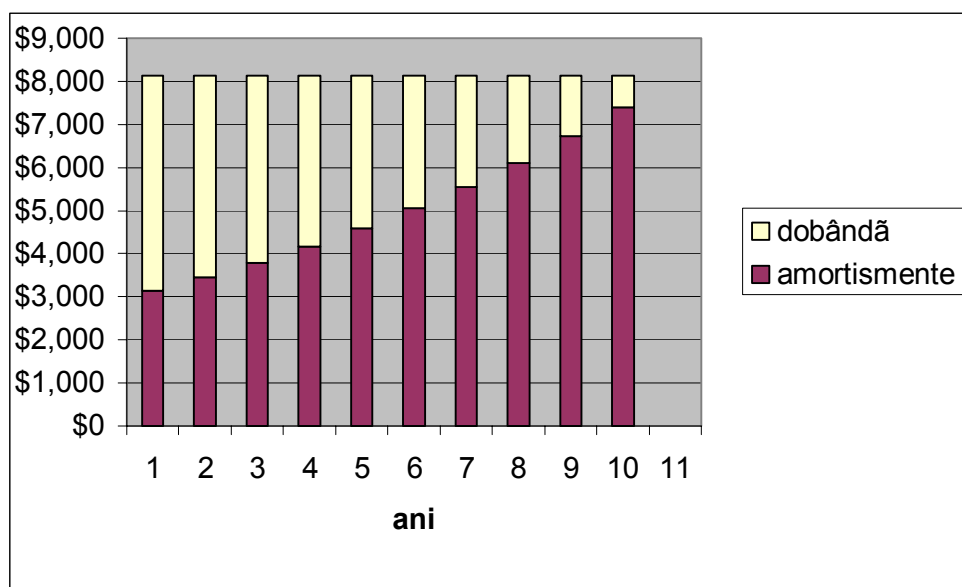


Figura 1.24 Amortizarea ipotecii cu anuități constante

	A	B	C	D	E	F
1	DATA					
2	numar	nume	credit	comenzi1998	comenzi 1997	credite restante
3	2	Hadwick&Gross	A	\$27,327	\$36,078	\$7,854
4	5	Fairplay	D	\$66,906		\$300
5	8	Grimby&Co.	B	\$20,756	\$26,746	\$3,450
6	10	Fisher Inc.	A	\$80,679	\$75,408	\$2,103
7	12	Van der Straaten	B	\$49,516	\$42,093	\$3,384
8	14	McAdams	C	\$58,010	\$52,406	\$145
9	17	Morningseed Inc.	C	\$6,440	\$15,028	\$1,547
10	23	Norther Star	A	\$84,323	\$76,186	\$4,100
11	24	Dybuk Brothers	B	\$46,032	\$37,691	\$5,260
12	32	Hu&Wong	A	\$80,684	\$67,931	\$6,608

Figura 1.25 Anuități constante

Formula (1) este inclusă în funcția PMT:

=PMT(Rata Dobânzii, Termen, -Credit)

Pentru exemplul pe care îl avem în E6:E15:

=PMT(IR, AP, -P) = 8,137.

Suma din D6 este anuități minus dobânda, adică E6-C6. După anuitatea constantă din anul 10, creditul este 0.

Cu amortismente constante de 5.000\$ pe an creditul descrește linear de la 50.000\$ la 0 în decursul celor 10 ani. Acest lucru nu este valabil pentru anuități constante, întrucât în anul inițial ratele dobânzii sunt mari și amortismente mici, spre deosebire de ultimul an al împrumutului. Figurile 1.9 și 1.10 prezintă creditul rămas pentru ambele tipuri de finanțare ipotecară. Observați faptul că sunt necesari 5 ani pentru a înapoia primii 20.000\$ ai împrumutului. Pentru perioade mai lungi și rate ale dobânzii mai mari acest fapt este chiar mai evident.

Observați faptul că suma ratelor dobânzii este diferită pentru cele două tabele: 27.500\$ în cazul amortismentelor constante față de 31.380 pentru anuități constante. Diferența se datorează faptului că în ultimul caz creditul este înapoiat mai încet, astfel încât se datorează o dobândă mai mare. Pentru ambele metode valoarea capitalului este aceeași.

	A	B	C
1	an	amortismente constante	anuitati
2	0	\$50,000	\$50,000
3	1	\$45,000	\$46,863
4	2	\$40,000	\$43,412
5	3	\$35,000	\$39,616
6	4	\$30,000	\$35,440
7	5	\$25,000	\$30,847
8	6	\$20,000	\$25,794
9	7	\$15,000	\$20,236
10	8	\$10,000	\$14,123
11	9	\$5,000	\$7,398
12	10	\$0	\$0

Figura 1.26 Două metode de rambursare a creditului rămas

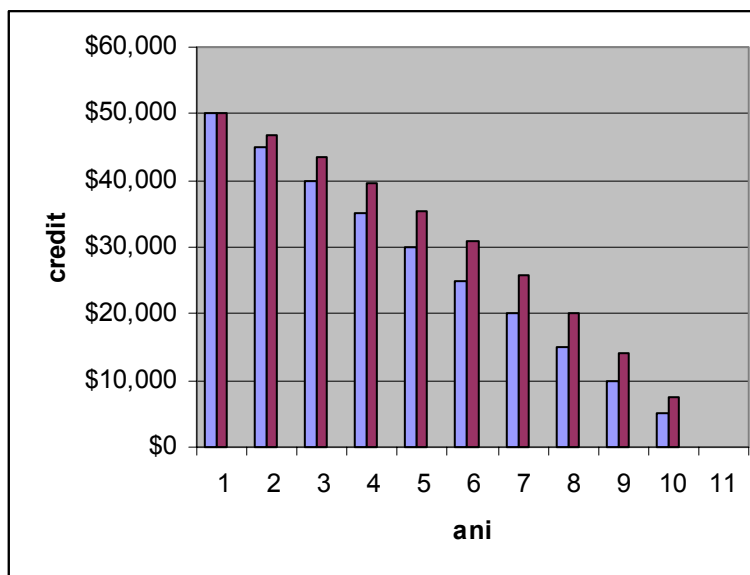


Figura 1.27 Plăți diferențiate ale părții din credit rămasă neplătită

1.2.5 Rate lunare ipotecare

Majoritatea ipotecilor contractate pe case sunt cu rate ce se plătesc lunar. Acestea ar putea fi approximate împărțind anuitatea la 12: $8,137/12=678,11\$$. Totuși, dacă aceste sume sunt plătite anticipat anuității, proprietarul casei ipotecate își pierde interesul privind plata sumelor anticipate.

De aceea vom trece la folosirea perioadelor lunare, astfel încât rata dobânzii să fie 10/12% și numărul de perioade să fie $10 \cdot 12$. Folosind formula pentru plăți (4), sau funcția de pe foaia de calcul, găsim:

$$=PMT(0.1/12, 12 \cdot 10, -50000) = \$660.75.$$

Dar aceste sume urmează să fie recalculate de 12 ori pe an la rata dobânzii anuale de 10%, ceea ce este mai costisitor. Se dorește ca rata dobânzii anuale recalculată lunar să fie echivalentă cu calculul anual al dobânzii la o rată de 10%. Dacă rata dobânzii căutată este notată $r_c(m)$, atunci $r_c(m)$ se determină, conform explicațiilor anterioare, astfel:

$$r_c(m) = 12((1+0.10)^{1/12} - 1),$$

Ca urmare rata lunară a dobânzii corespunzătoare este:

$$\frac{r_c(m)}{12} = (1+0.10)^{1/12} - 1 = 0.0080.$$

Aceasta poate fi înlocuită în funcția plății (4) sau în funcția de pe foaia de calcul:

$$=PMT(1.1^{(1/12)} - 1, 12 \cdot 10, -50000) = \$648.88.$$

Aceasta reprezintă cu 4,5% mai puțin decât prima aproximare.

În anumite cazuri, cota ratei dobânzii ipotecare se bazează pe plata a jumătate din anuitate. În astfel de cazuri, aceasta rată trebuie mai întâi să fie convertită conform ratei anuale, folosind formula:

$$r_a = (1 + r_b/2)^2 - 1,$$

Unde r_a reprezintă rata anuală și este jumătate din anuitate (înlocuind rata anuală). Pentru 10%, vom obține:

$$r_a = 1.05^2 - 1 = 10.25\%$$

Anuitățile corespunzătoare pentru fiecare lună devin:

$$=PMT(1.1025^{(1/12)}-1, 10*12, -P) = \$655.17,$$

Ceea ce este cu aproape 1% mai mult decât suma de 648,88\$, calculată la o rata anuală de 10%

1.2.6 Durata împrumutului ipotecar

Durata împrumutului ipotecar reprezintă perioada pentru care este negociată rata dobânzii. Durata poate fi egală cu perioada amortizării, dar de obicei este mai scurtă. În timp ce perioada amortizării poate dura până la 25 de ani, durata, în cele mai multe cazuri nu poate depăși 10 ani.

Durata unei ipoteci este importantă, deoarece rata dobânzii se poate schimba pe parcursul acesteia, astfel, atunci când rata dobânzii este negociată pentru o altă durată, plățile lunare se schimbă.

Rata dobânzii poate fi diferită pentru durate diferite. Figura 1.28 prezintă ratele pentru durate care variază de la 6 luni la 10 ani la un anumit moment. Pentru 10 ani, rata este cu 50% mai mare decât pentru 6 luni.

	A	B
1	an	rata dobanzii
2	0.5	613%
3	1	650%
4	2	725%
5	3	800%
6	4	825%
7	5	850%
8	7	900%
9	10	950%

Figura 1.28 Rate ale dobânzii pentru durate diferite.

Figura 1.29 prezintă o expunere grafică folosind un sistem de axe XOY sau scatter graph. Alegerea unei durate mai lungi oferă protecție pentru viitoarele creșteri ale ratei dobânzii, în timp ce o durată scurtă îți oferă avantajul ratelor mai mici.

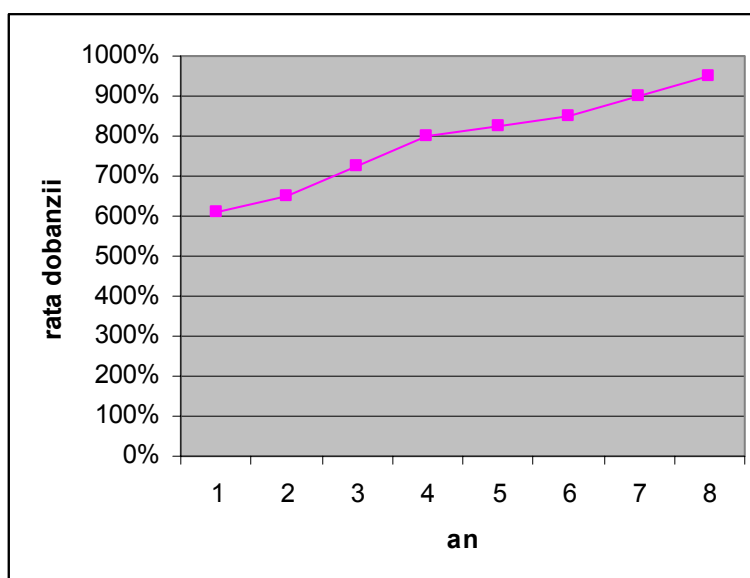


Figura 1.29 Rate ale dobânzii și durate ale împrumuturilor ipotecare

Figurile 1.30. și 1.31. exemplifică cele discutate în cazul în care creditul este 100.000\$ și perioada de amortizare de 25 de ani. Se presupune că ratele dobânzii sunt alcătuite din cote bianuale, dar exprimate în procente anuale. Dacă ratele bianuale variază de la 5% la 15 %, ratele anuale corespunzătoare variază de la 5,06% la 15,56%, vezi B7/B17, unde B7 are formula:

$$=(1+A7/2)^2-1$$

Plățile lunare reprezentate în coloana C sunt obținute folosind formula pentru C7:

$$=PMT((1+B7^{(1/12)}-1)*AP*12,-P).$$

	A	B	C
1	credit	P	100,000
2	rata dobanzii	IP	10%
3	perioada de amortizare	AP	25
4			
5			
6	rata bi-anuala	rata anuala	plati ipotecare
7	500%	506%	\$582
8	600%	609%	\$640
9	700%	712%	\$700
10	800%	816%	\$763
11	900%	920%	\$828
12	1000%	1025%	\$894
13	1100%	1130%	\$963
14	1200%	1236%	\$1,033
15	1300%	1342%	\$1,102
16	1400%	1449%	\$1,174
17	1500%	1556%	\$1,246

Figura 1.30 Plățile lunare cu rate ale dobânzii ce variază

Se poate observa că plățile lunare variază foarte mult în funcție de rata dobânzii. Un împrumut ipotecar pe care ți-l poți permite cu ușurință la o rată a dobânzii de 6% plătit în rate lunare de 640\$, poate fi peste mână la o rată a dobânzii de 12% cu rate lunare de 1.032\$. O creștere a ratei dobânzii cu 1% produce o creștere a ratei lunare cu 60-70\$. De obicei, duratele vor fi alese pe baza capacității de plată a ratelor lunare și pe baza previziunilor privind ratele dobânzii.

Pentru perioadele de amortizare mai scurte, plățile lunare vor fi mai puțin sensibile la rata dobânzii, deoarece partea rambursată din plata totală va fi mai mare și partea de dobândă mai mică.

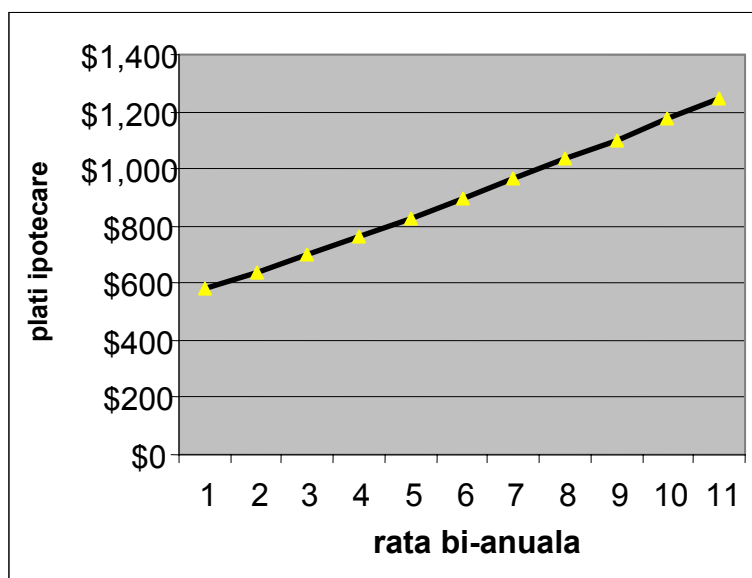


Figura 1.31 Relația dintre plățile lunare și rata dobânzii

Probleme

1. Să se creeze un tabel de plăți lunare pentru o rată a dobânzii bianuală ce variază de la 6% la 12% și creditul variind între 60.000-120.000\$, presupunând că perioada de amortizare este de 20 de ani.
2. Să se creeze un tabel de plăți lunare pentru o rată a dobânzii bianuală ce variază de la 6% la 12% și cu perioade de amortizare ce variază între 15-25 de ani, presupunând că suma inițială este de 100.000\$.
3. Să se creeze un tabel de plăți lunare ale creditului ce variază între 60.000\$-120.000\$ și cu perioade de amortizare variind între 15-25 de ani, presupunând că rata dobânzii bianuală este 7%.
4. Să se găsească în cazul figurii 1.7 alocarea unor plăți săptămânale sau la 2 săptămâni.
5. Ce combinații ale creditului și ale perioadei de amortizare ne putem permite pentru plata lunară de 1000\$ și o rată a dobânzii de 7%?
6. Să se găsească mărimea plăților lunare pentru ratele dobânzii din tabloul 6.5, având un credit de 100.000\$ și o perioadă de amortizare de 25 de ani.
7. Pentru o plată lunară în valoare de 1.000\$ și pentru o perioadă de amortizare de 25 de ani, utilizând rate ale dobânzii corespunzătoare duratelor din figura 1.23, stabiliți ce valori ale creditului ni le putem permite.
8. Finanțarea ipotecilor

Se presupune că un cuplu cumpără o casă cu un împrumut ipotecar în valoare de 100.000\$, contractat pe un termen de 20 de ani. Rata cuvenită a dobânzii este de 8,75%. Ipoteca este plătită folosind o sumă anuală pentru dobândă și pentru amortismente constante.

- a. Construiți tabelul de amortizare al ipotecii, alcătuit din credit, dobândă, amortisment și anuitate pe o perioadă de 20 de ani. Folosiți o secțiune de date cu un domeniu de nume pentru date. Tabelul ar trebui să fie bine alcătuit, cu formatele și protecția corespunzătoare.
- b. Editați tabelul cu rambursarea ipotecii.
- c. (i) Care va fi valoarea anuităților după 20 de ani?
(ii) Dacă în loc de anuități s-ar efectua plăți lunare, care este echivalentul în cazul plăților lunare?
(iii) Pentru o rată anuală de 8,75%, ce împrumut ipotecar acordat poate fi obținut cu anuități constante valorând 12.000\$ pe parcursul a 20 de ani?
(iv) Care este împrumutul ipotecar acordat pentru plăți lunare în valoare de 1.000\$?
(v) Pentru ce valoare a ratei dobânzii, un împrumut de 100.000\$ are o rată lunară de 1.000\$ pe parcursul a 20 de ani?
- d. Se presupune că rata dobânzii variază la fiecare 5 ani, iar în ultimele 4 perioade de 5 ani ia valorile 8,75%, 11,75%, 9,25% și 7,50%. Rambursările în primii ani sunt făcute ca și când rata dobânzii ar fi fost 8,75% pentru durata următorilor 20 de ani, în următorii 5 ani se presupune că rata dobânzii ar fi fost de 11,75% pentru următorii 15 ani rămași etc. Construiți tabelul amortizării anuale a ipotecii folosind o secțiune extinsă de date.
- e. Modificați această structură prin implementare folosind IF, având în vedere că anuitățile nu depășesc cel mult 12.000\$ în oricare dintre ani. Folosiți o celulă specială pentru afișarea maximului anuității. Pentru ce valoare maximă poate fi plătită o ipotecă în doar 20 de ani?

9. Cazul achiziționării imobilului

Un cuplu intenționează să achiziționeze o casă în valoare de 100.000\$, ce va fi plătită dintr-un capital propriu de 50.000\$ și dintr-o ipotecă valorând 50.000\$. Rata dobânzii pentru ipotecă este de 10% pe an, cu anuități constante. Perioada de amortizare este de 25 de ani.

- a. Întocmiți o foaie de calcul în care să indicați pentru fiecare an creditul neplătit, dobânda scadentă, amortismentele și anuitățile cu rate constante. Folosiți o secțiune specială pentru date, care ar trebui să aibă domenii de nume. Imprimați foaia de calcul.
- b. Presupunem că valoarea proprietății crește cu 5% în fiecare an. Determinați valoarea pe care o va avea casa peste 25 de ani și valoarea efectivă a casei (valoarea casei minus creditului rămas de rambursat).
- c. Presupunem că impozitele și costurile de întreținere în acest an sunt de 3.000\$ și că în anii următori vor crește cu 3% pe an. Presupunem că această casă va fi vândută în 2016 la valoarea pe care o va avea la acel moment. Care va fi valoarea costurilor totale după 25 de ani de folosință a casei? Orice cost apărut în primii ani va trebui calculat în anul în care casa va fi vândută la o rată a dobânzii de 10%?
- d. În loc de a deține o casă pe o perioadă de 25 de ani, aceasta ar putea fi închiriată cu 12.000\$ pe an, chiria crescând cu 6% pe an. Care va fi valoarea totală a costurilor după 25 de ani de închiriere? Care este relația de ordine dintre acest lucru și deținerea casei în proprietate?

1.3.Valoarea actualizată a rambursărilor

Acest capitol introduce conceptul de actualizare și valoare actualizată aplicate sumelor constante care sunt achitate după termen, și asociate cu exemple. În primul rând sunt explicate conceptele de actualizare și valoare actualizată. Apoi sunt deduse formule pentru valoarea actualizată a creditelor anuale și a altor anuități. Se oferă o prezentare de ansamblu a diverselor situații, contracte, și formule asociate fluxurilor monetare constante. În final, se analizează o cerere de pensionare

În acest capitol veți învăța următoarele comenzi și funcții ale foii de calcul: PV (rata dobânzii, durata, suma de plată).

1.3.1 Actualizarea și valoarea actualizată

Se presupune că există posibilitatea de achiziționare a unui bun care pe durata unui an poate fi vândut la 1.000\$. Cât suntem dispuși să plătim acum? La această întrebare se poate răspunde dacă se cunoaște cât de mult suntem dispuși să plătim acum pentru a obține 1\$ anul viitor. Se presupune că suma actuală de bani este depusă într-un cont de economii cu o dobândă de $r\%$ pe an. Aceasta înseamnă că 1\$ plătit acum aduce $1\$ + r$ (unde r este exprimat unitar, astfel încât 5% înseamnă $0,05$) un an mai târziu. Deci, împărțind cu $1+r$, avem că $1\$/ (1+r)$ în prezent este echivalentul a 1\$ un an mai târziu. Astfel, se poate concluziona că $1.000\$/ (1+r)$ în momentul de față este echivalentul a 1.000\$ un an mai târziu.

Dacă cea mai bună alternativă de utilizare a banilor este un cont de economii cu o dobândă de $r\%$, costul de oportunitate a 1\$ în prezent este $1+r$ în unități monetare în anul viitor. Dacă X este suma în dolari pe care suntem dispuși să o plătim în prezent pentru a obține 1.000\$ anul viitor, avem pentru această sumă:

$$X(1+r) = 1.000,$$

astfel încât

$$X = \frac{1.000}{1+r}.$$

X este definit ca *valoarea actualizată* a 1.000\$. Pentru $r=0,1$ rezultă că $X=1.000/(1,1) = 909,09$. Suma de 1.000\$ este actualizată la 909,09 prin înmulțirea cu factorul de actualizare

$$\frac{1}{1+r} = 0,90909.$$

Dacă se preconizează să se obțină 1.000\$ în doi ani, valoarea prezentă este supusă dobânzii compuse:

$$X(1+r)^2 = 1.000,$$

astfel încât,

$$X = \frac{1.000}{(1+r)^2}.$$

Pentru o perioadă de doi ani factorul de actualizare este $1/(1,1)^2 = 0,826$.

În general, valoarea actualizată a unei sume de bani A disponibilă după t ani, pentru o rată a dobânzii r , este:

$$\frac{A}{(1+r)^t}$$

Actualizarea sau încasarea valorii actualizate este evident procesul invers al dobânzii compuse. Figura 1.31 prezintă valoarea actualizată a 1.000\$ pentru diferite rate ale dobânzii și pentru un număr diferit de ani. C1 reprezintă suma A și B4 conține formula $A/(1+A4)^{B\$3}$, care este copiată în B4:O9. Figura 1.32 prezintă aceeași informație sub formă grafică.

De o importanță practică deosebită este scăderea rapidă a valorii actualizate pentru un t crescător când ratele dobânzii depășesc, să zicem, 5%. O valoare actualizată scăzută înseamnă că suma de 1.000\$ este mai puțin semnificativă. Cu rate ale dobânzii mai mari de 10%, sumele viitoare devin nesemnificative peste 20 de ani.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Suma	A	1000												
2															
3	t/an	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
4	2%	980	961	942	924	906	888	871	853	837	820	743	673	610	552
5	5%	952	907	864	823	784	746	711	677	645	614	481	377	295	231
6	10%	909	826	751	683	621	564	513	467	424	386	239	149	92	57
7	12%	893	797	712	636	567	507	452	404	361	322	183	104	59	33
8	15%	867	751	651	564	489	423	367	318	276	239	117	57	28	14
9	20%	833	694	579	482	402	335	279	233	194	162	65	26	10	4

Figura 1.31 Valoarea actualizată a 1.000 \$ pentru rate ale dobânzii și ani diferiți

Figura 1.32 prezintă aceleași rezultate sub formă grafică. Pentru o rată a dobânzii de 10% sau mai mare, sumele în anul 7 sau mai târziu sunt mai mult decât înjumătățite și tind către valoarea nulă. Reducând sumele cu rate ale dobânzii mai mari se ajunge la o micșorare astfel încât numai sumele din viitorul apropiat contează. Numai rate ale dobânzii de 2% fac să conteze intervalele de timp, considerate ca generații, de circa 30 de ani.

A se nota că s-a considerat implicit aceeași rată a dobânzii pentru toți anii. În anumite cazuri acest lucru poate să nu fie corect, mai ales dacă sunt implicate ambele fluxuri monetare din primii ani și 10 sau 20 de ani mai târziu, pentru că ratele dobânzii la datoria publică pe durate de timp diferite variază.

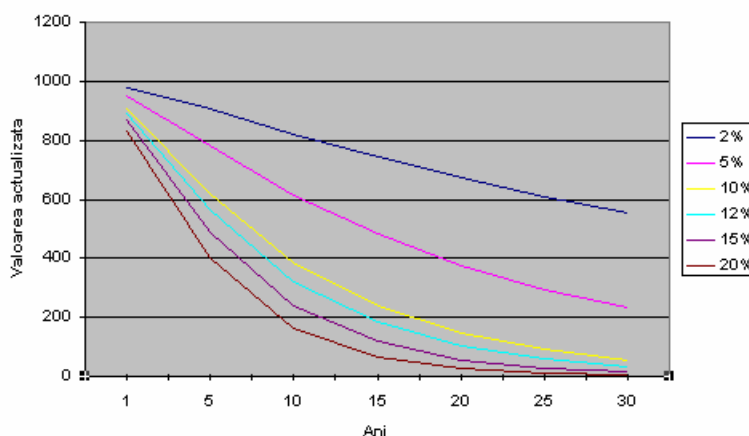


Figura 1.32 Valoarea actualizată a 1.000\$

1.3.2. Valoarea actualizată a creditelor de studiu și anuitățile

Se presupune că se acordă un credit de studiu de 10.000\$ pe an pentru fiecare din următorii 10 ani. Cât valorează acesta acum dacă rata dobânzii în vederea reducerii este de 5%? O serie de plăți egale de-a lungul unui număr de ani se numește anuitate, iar numărul de ani de plată reprezintă durata anuității. Câteodată o anuitate se achită atâta timp cât persoana respectivă este în viață, dar nu vom lua în considerare astfel de anuități aici.

În primul rând este prezentată o foaie de calcul pentru această problemă, apoi o abordare algebrică, și în final funcția corespunzătoare foi de calcul.

Figura 1.33 prezintă fluxul monetar al anuității aplicate pe 10 ani, atât în prezentare numerică cât și analitică, vezi de asemenea figura 1.34. Oricare dintre sume poate fi actualizată la anul 0, lucru care se realizează prin împărțirea sumei în anul t prin $(1+r)^t$. Celula C5 are ca formulă $=B5/(1+IR)^A5$, care este copiată în jos. Rezultatul sumei este 77.217\$, care este valoarea actualizată pentru 10 ani de plată.

Este mult mai convenabil să utilizăm o formulă algebrică care este dedusă după cum urmează. Fie suma de plată A , rata dobânzii r , și durata t .

Valoarea actualizată a 1\$ de plată în Anul 1 este:

$$d = \frac{1}{1+r},$$

și deci 1\$ de plată în anul t este d^t .

Deci valoarea actualizată totală P_0 pentru suma A , achitată în fiecare an timp de t ani este:

$$P_0 = (d + d^2 + \dots + d^t)A = \frac{d(1-d^t)}{1-d}A = \frac{(1-d^t)}{r}A. \quad (1)$$

	A	B	C
1	Suma	A	\$10.000
2	Rata dob.	IR	5%
3			
4	Anii	Flux monetar	Red. flux monetar
5	0	\$0	\$0
6	1	\$10.000	\$9.524
7	2	\$10.000	\$9.070
8	3	\$10.000	\$8.638
9	4	\$10.000	\$8.227
10	5	\$10.000	\$7.835
11	6	\$10.000	\$7.462
12	7	\$10.000	\$7.107
13	8	\$10.000	\$6.768
14	9	\$10.000	\$6.446
15	10	\$10.000	\$6.139
16	Total		\$77.217

Figura 1.33.a: Valoarea actualizată a unui credit anual (prezentare numerică)

	A	B	C
1	Suma	A	10000
2	Rata dob.	d	0,05
3			
4	Anii	Flux monetar	Flux monetar redus
5	0	0	=B5/(1+\$C\$2)^A5
6	1	=C1	=B6/(1+\$C\$2)^A6
7	2	=C1	=B7/(1+\$C\$2)^A7
8	3	=C1	=B8/(1+\$C\$2)^A8
9	4	=C1	=B9/(1+\$C\$2)^A9
10	5	=C1	=B10/(1+\$C\$2)^A10
11	6	=C1	=B11/(1+\$C\$2)^A11
12	7	=C1	=B12/(1+\$C\$2)^A12
13	8	=C1	=B13/(1+\$C\$2)^A13
14	9	=C1	=B14/(1+\$C\$2)^A14
15	10	=C1	=B15/(1+\$C\$2)^A15
16	Suma	=SUM(B5:B15)	=SUM(C5:C15)

Figura 1.33.b Valoarea actualizată a unui credit anual (prezentare analitică)

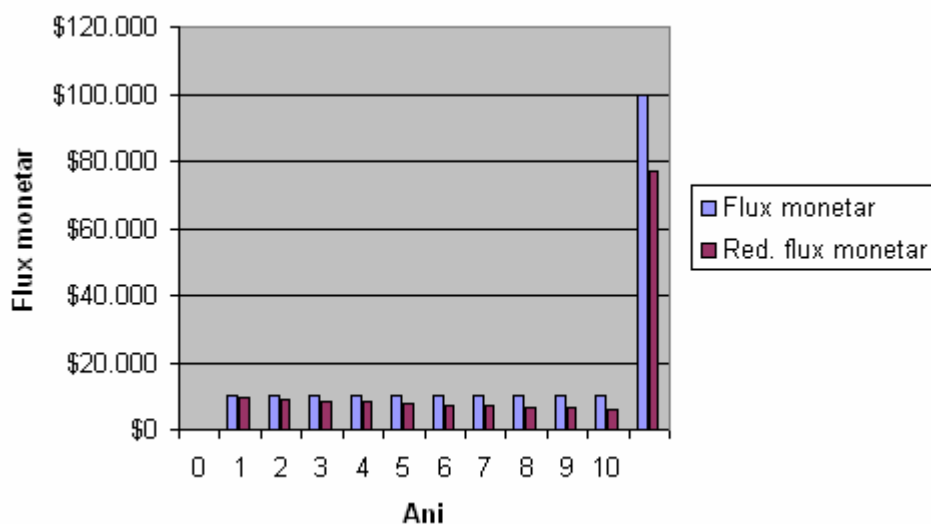


Figura 1.34. Flux monetar actualizat și neactualizat pentru o anuitate

Expresia de după cea de-a doua egalitate este obținută folosind formula seriei geometrice.

Pentru $A=10.000$, $r=5\%$, și 10 ani am obținut $P_0=77.217\$$.

Pentru o durată a anuității $t \rightarrow \infty$ obținem pentru anuitate valoarea actualizată:

$$P_0 = \frac{A}{r} = 100.000\$.$$

Această formulă este adevărată pentru așa-numitele datorii perpetue care nu sunt niciodată restuite, dar pentru care se continuă să se plătească aceeași rată a dobânzii.

Formula (1) este asociată formulei (4) din capitolul anterior:

$$A = \frac{r}{1 - (1 + r)^{-t}} P_0.$$

Relația dintre P și A este aceeași, doar că este rezolvată pentru valoarea actualizată P_0 în (1), și pentru A în (4).

Formula (1) este implementată în foaia de calcul ca funcție PV care are trei argumente:

$PV(dobânda, durata, -suma)$.

Pentru exemplul nostru avem:

$$PV(r,t,-A) = PV(10\%,10,-10.000) = 77.217\$.$$

Anuitățile sunt acordate, de obicei, indivizilor de către bănci sau alte instituții financiare cu prețul egal cu valoarea actualizată dată în relația (1). Anuitățile cu termen fixat sunt pentru bănci similare cu GIC doar că sunt implicate durate diferite.

	A	B	C	D	E
1	Suma	A	\$1.000	VP a platii dobanzii	\$406
2	Rata dob.	IR	5%	VP a debitului	\$676
3	Pret	P	\$1.075	Pret	-\$1.075
4	Red. Dob.	DIR	4%	Suma	\$6
5					
6	Anii	Flux monetar	Flux monetar redus		
7	0	-\$1.075	-\$1.075		
8	1	\$50	\$48		
9	2	\$50	\$46		
10	3	\$50	\$44		
11	4	\$50	\$43		
12	5	\$50	\$41		
13	6	\$50	\$40		
14	7	\$50	\$38		
15	8	\$50	\$37		
16	9	\$50	\$35		
17	10	\$1.050	\$709		
18					
19	Suma	\$425	\$6		
20					
21					

Figura 1.35 Calculul plății unei datorii

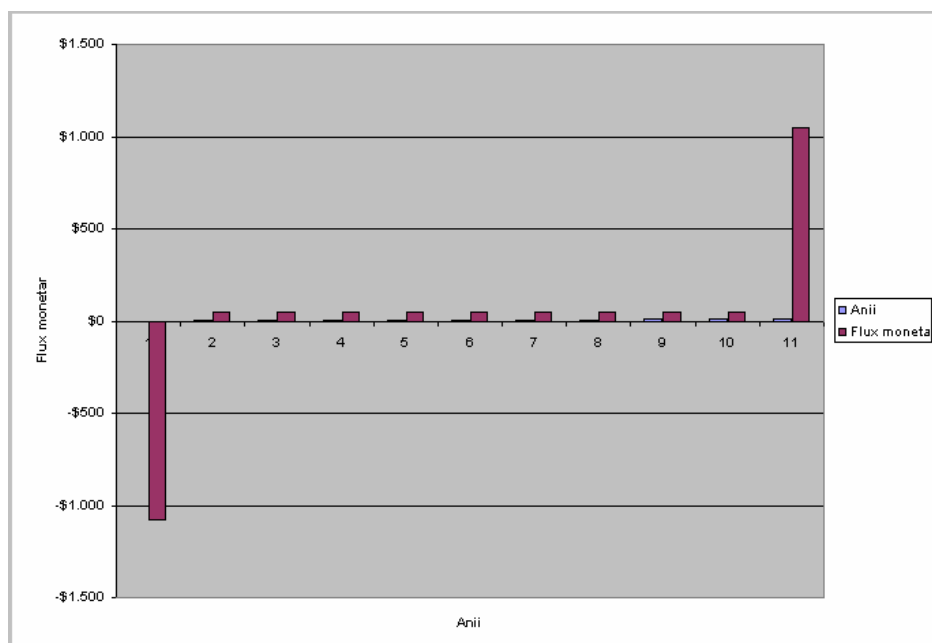


Figura 1.36 Flux monetar pentru 1.000\$ datorie

Aceleași formule pot fi utilizate pentru a evalua plata datoriilor. Se presupune că 1.000\$ datorie pot fi răscumprați la 1.075\$. Acesta aduce un beneficiu cu o dobândă anuală de 5% și va fi restituită după 10 ani. Această propunere este atrăgătoare dacă banca oferă un cont de economii cu o dobândă anuală de 4% ? Pentru a răspunde la această întrebare, prețul de achiziție de 1.075\$ la început trebuie comparat cu beneficiile viitoare. Aceasta se realizează folosind conceptul de *valoare actualizată*, după cum va fi explicat mai jos. “Investiția” în datorie presupune un anumit flux monetar, care înseamnă intrări și ieșiri de bani asociate acesteia. Fluxul monetar pentru “investiția” în datorie este redată în figura 1.35 și ilustrată în figura 1.36.

Problema evaluării unei datorii de 1.000\$ poate fi rezolvată în același mod ca cea a găsirii valorii anuității. În primul rând, fluxurile monetare ale anilor următori pot fi actualizate la valoarea de început, după ce sunt însumate cu prețul de achiziție. Acest lucru este realizat în coloana C a figurii 7.5. Suma rezultată a fluxurilor monetare actualizate este 6\$, astfel încât răscumpărând o datorie la 1.075\$ se obțin 6\$ folosind o rată a dobânzii de 4% în vederea reducerii.

Valoarea actualizată a plăților dobânzii constante de 50\$ pe parcursul celor 10 ani poate fi calculată folosind formula valorii actualizate:

$$= PV(DIR, 10, -IR \cdot A)$$

care are ca rezultat 406\$, vezi celula E1 în figura 1.35.

Reachitarea de către debitor poate fi actualizată spre valoarea de început folosind formula:

$$= 1.000(1+r)^{-10} = A/(1+DIR)^{10} = 676$, vezi E2.$$

După scăderea prețului de achiziție de 1.075\$, este regăsită aceeași valoare de 6\$.

1.3.3 O privire de ansamblu asupra fluxurilor monetare constante, formule asociate și contracte

Deoarece valorile actualizate și viitoare ale fluxurilor monetare și echivalentelor lor au fost discutate în diverse contexte, este necesară o prezentare de ansamblu și o comparație.

Vor fi luate ca exemplu fluxuri monetare de 10.000\$ care se obțin în timp de 1 până la 10 ani. Rata dobânzii este de 10%. Fluxul monetar poate fi de intrare (pozitiv) sau de ieșire (negativ), vezi figura 1.37. Valoarea actualizată a acestui flux monetar, care reprezintă valoarea în anul 0, este:

$$P_0 = \frac{1 - (1 + r)^{-t}}{r} A = PV(r, t, -A) = PV(10\%, 10, -10.000) = 77.217\$$$

Valoarea viitoare a fluxului monetar care reprezintă valoarea în anul 10 este:

$$P_{10} = \frac{(1 + r)^t - 1}{r} A = FV(r, t, -A) = FV(10\%, 10, -10.000) = 125.779\$.$$

O *anuitate* este un contract dintre o persoană și o instituție financiară prin care persoana plătește o sumă de bani P_0 în anul 0, pentru a avea un flux de intrare de A timp de t ani. Instituția financiară stabilește rata dobânzii r în funcție de care este calculat P_0 . Intrările și ieșirile de fluxuri monetare ale persoanei sunt prezentate în partea stângă a figurii 1.37. și în partea (a) a figurii 1.38. Pentru instituția financiară intrările și ieșirile sunt inversate. Valoare prezentă combinată a intrărilor și ieșirilor evaluate la o rată a dobânzii $r=5\%$, este exact 0, pentru că prețul anuității egalează valoarea actualizată a influxurilor anuale constante. Același lucru este valabil și pentru alte trei tipuri de contracte.

O *ipotecă cu anuități constante* este un contract prin care o persoană obține de la o instituție financiară un credit P_0 în anul 0 și face plăți de A pe parcursul următorilor t ani. Expresia (2) este relația dintre P_0 și A , dar în cazul unei ipotece primul determinat este P_0 , iar apoi se determină A

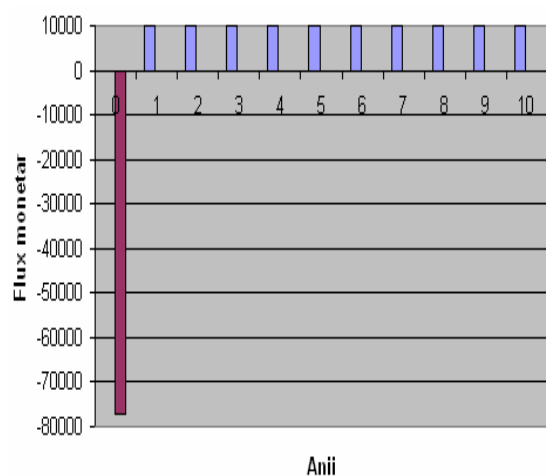
utilizând funcția PMT. Pentru valorile lui A , r și t de 10.000\$, 10% și respectiv 10 ani fluxurile monetare ale persoanei sunt cele indicate în coloanele denumite *Ipoteca* din figura 1.37 și în partea (b) a figurii 1.38

Din figura 1.37 și părțile (a) și (b) ale figurii 1.38 rezultă că fluxurile monetare pentru ipotecă sunt exact inversul celor pentru rentă. Dacă o persoană dorește să obțină o rentă și o alta are nevoie de un împrumut pentru o ipotecă și cad de acord asupra sumei A , duratei t și ratei dobânzii r , nu mai au nevoie de intermedierea unei instituții financiare.

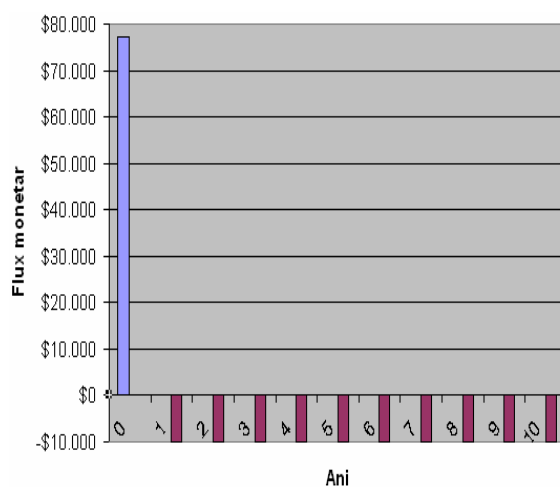
Valoarea viitoare reprezintă totalul fluxurilor monetare constante la sfârșitul celor t ani. Atât ridicarea ipotecii cât și contractul de economii se folosesc de această echivalență. În cazul *ridicării ipotecii* o persoană primește suma A timp de t ani, dar trebuie să restituie echivalentul sumei la sfârșit, vezi coloana corespunzătoare din figura 1.37 și partea (c) a figurii 1.38.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Suma		A	\$10.000					
2	Rata dob.		IR	5%					
3	Durata		T	10					
4									
5	Anii	Anuitate		Ipoteca		Ridicarea ipotecii		Contract de economii	
6		Flux intrat	Flux ieseit	Flux intrat	Flux ieseit	Flux intrat	Flux ieseit	Flux intrat	Flux ieseit
7	0		-\$77.217	-\$77.217					
8	1	\$10.000			-\$10.000	\$10.000			-\$10.000
9	2	\$10.000			-\$10.000	\$10.000			-\$10.000
10	3	\$10.000			-\$10.000	\$10.000			-\$10.000
11	4	\$10.000			-\$10.000	\$10.000			-\$10.000
12	5	\$10.000			-\$10.000	\$10.000			-\$10.000
13	6	\$10.000			-\$10.000	\$10.000			-\$10.000
14	7	\$10.000			-\$10.000	\$10.000			-\$10.000
15	8	\$10.000			-\$10.000	\$10.000			-\$10.000
16	9	\$10.000			-\$10.000	\$10.000			-\$10.000
17	10	\$10.000			-\$10.000	\$10.000	-\$125.779	\$125.779	-\$10.000

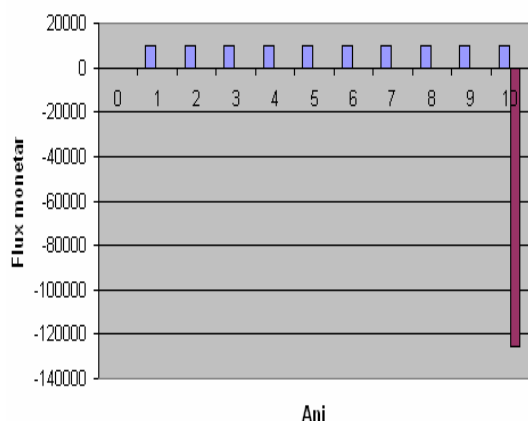
Figura 1.37 Fluxurile monetare pentru patru tipuri de contracte



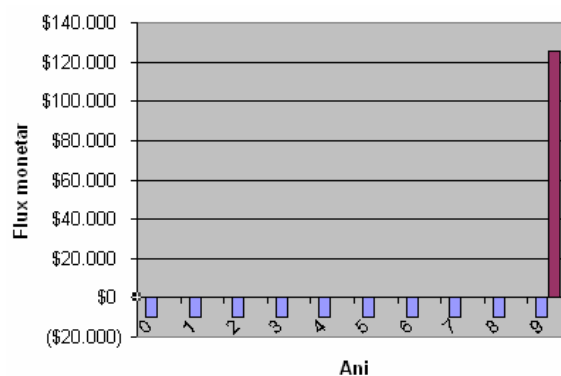
(a) Anuitate



(b) Ipoteca



(b) Ridicarea ipotecii



(d) Contract de economii

Figura 1.38 Fluxurile monetare pentru patru tipuri de contracte

În cazul unui *contract de economii* o persoană plătește o sumă A de-a lungul a t ani și primește suma P_t după t ani, vezi ultima coloană a figurii 1.37. și partea (d) a figurii 1.38. Intrările și ieșirile de fluxuri monetare sunt inverse față de cazul ridicării ipotecii.

Se observă două tipuri de simetrie în aceste contracte. Trecând de la o rentă la o ipotecă și vice versa se schimbă sensul tuturor fluxurilor monetare. Trecând de la o rentă la o ridicare a ipotecii și vice versa se schimbă pozițiile sumelor constante A și capitalizările sumelor echivalente acestora, P_0 și P_t . Același lucru este valabil și în cazul ipotecii și al contractelor de economii. În cazul anuității se plătește în întregime suma pentru influxurile monetare înainte ca acestea să fie încasate, ceea ce înseamnă o investiție, iar în cazul ridicării ipotecii după ce fluxul a fost încasat, ceea ce reprezintă un împrumut. În cazul unui împrumut pentru o ipotecă se primesc mai întâi banii și apoi se returnează într-un flux de sume constante, iar în cazul unui contract de economii se plătește mai întâi un flux de sume constante și se primește în sumă totală la sfârșit.

1.3.4. Pensiile

Conceptele și formulele pentru plățile periodice se pot aplica și la determinarea pensiilor. În cele ce urmează se prezintă un caz standard pentru stabilirea fondurilor de pensii.

Să presupunem că o persoană muncește 40 de ani, de la 25 de ani până la 65 de ani. Salariul inițial este de 25.000\$, care crește cu 3% pe an până la vârsta de 55 de ani, după care acesta rămâne constant. Douăsprezece procente din salariu sunt livrate anual într-un fond de pensii, unde se cumulează cu o rată a dobânzii de 5%. Fondul de pensii este utilizat pentru a asigura o pensie anuală constantă pentru 20 de ani. Ne interesează sumele anuale ale pensiilor și pensia lunară.

Figura 1.39. reprezintă o parte a foii de calcul pentru aceste calcule. Informațiile introduse sunt în concordanță cu realitatea.

	A	B	C	D
1	DATA			
2	Salariu de baza	SS		\$25.000
3	Creșterea salariului	SI		3%
4	Contribuția la pensie	PC		12%
5	Rata dobânzii	IR		5%
6				
7	Varsta	Salariu	Contr. Pensie	Cumul la fond pensii
8	25	\$25.000	\$3.000	\$3.000
9	26	\$26.000	\$3.090	\$6.240

Figura 1.39: Informațiile și contribuțiile la pensii

Se pot deduce formule algebrice pentru calculul salariilor, contribuțiilor la fondul de pensii, și pentru pensia însăși. Totuși formulele rezultate sunt complicate și pot apărea erori frecvente. Este preferabil să se introducă pentru fiecare an, începând cu 25 până 84 de ani, diferitele sume care sunt ușor de determinat. Pe lângă aceasta, o astfel de prezentare anuală face întreaga proces mai ușor de înțeles.

În primul rând trebuie determinate salariile pentru munca prestată. Celula 8 conține ca și formulă =SS, și celula B9, =B8*(1+SI), care este copiată în jos până la vârsta de 55 de ani. Salariile până la vârsta de 64 de ani sunt apoi egalizate cu cele de 55 prin formula =B\$38.

Contribuția pentru pensii pe fiecare an reprezintă 12% din salariul anului respectiv, astfel încât celula C8 conține ca formulă =PC*B8, care este copiată în jos. Suma cumulată pentru fondul de pensii pentru un anumit an este egală cu cea din anul precedent, plus dobânda, plus contribuția pentru anul respectiv, astfel încât conținutul celulei D8 este dată de formula =C8+(1+IR)*D7, care este copiată în jos.

Rezultatul este suma de 554.525\$ corespunzătoare vârstei de 64 de ani, vezi figura 1.310. Pensia care se acordă pe 20 de ani trebuie să se bazeze pe această sumă. Ea este dedusă folosind formula:

=PMT(IR,20,-\$D\$47)

în celula E48, și este copiată în jos. Pentru a verifica dacă fondurile sunt epuizate după vârsta de 84 de ani, în celula D48 este redată formula =(1+IR)*D47-E48, care este copiată în jos și care va deveni într-adevăr 0 în celula D67.

	A	B	C	D	E
7	Varsta	Salariu	Contr. Pensie	Fond de pensii colectat	Pensie
46	63	\$60.682	\$7.282	\$521.184	
47	64	\$60.682	\$7.282	\$554.525	
48	65			\$537.754	\$44.496
49	66			\$520.146	\$44.496

Figura 1.40 Date de intrare pentru calculul pensiei

Cum pensiile sunt plătite de obicei, mai degrabă lunar decât anual, trebuie calculată pensia lunară ceea ce se face utilizând formula:

=PMT((1+IR)^(1/12)-1,12*20,-D47)=3.626\$.

A se observa că se utilizează și rata lunară a dobânzii.

Figura 1.41 prezintă rezultatele calculului pensiei. De asemenea indică faptul că pensia anuală reprezintă 73% din ultimul salariu. În anumite cazuri, drepturile la pensie sunt indicate în procente aplicate ultimului salariului pe an de muncă. În cazul nostru, acestea se ridică la 1,83%.

	E	F
1	Rezultate	
2	Pensie anuala	\$44.496
3	Pensie lunara	\$3.626
4	% din ultimul salariu	73%
5	% din ultimul salariu/ ani de munca	1,83%

Figura 1.41 Rezultatele calculului pensiei

Figura 1.42 reprezintă un grafic al fondului de pensii colectate de la începutul perioadei de muncă, de la vârsta de 25 de ani până la epuizarea fondului la vârsta de 84 de ani. La început,

fondul se adună treptat și crește rapid spre sfârșitul perioadei de muncă. Același lucru este valabil și în cazul acordării pensiei, când declinul începe treptat, dar este mult mai rapid spre sfârșit.

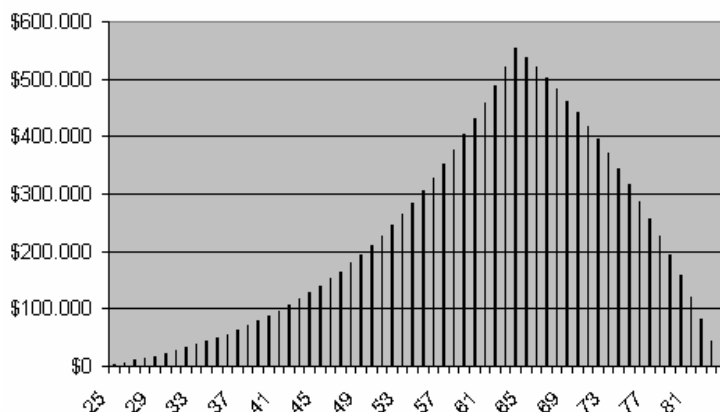


Figura 1.42 Fondul pensiilor colectate pe perioada de muncă și fondul de pensii

Un grafic asemănător poate fi construit și pentru fluxul monetar asociat pentru persoana în cauză, vezi figura 1.43. Potrivit metodei dobânzii compuse, o economisire a unei sume relativ mici pe an timp de 40 de ani de muncă asigură un venit rezonabil în cei 20 de ani de acordare a pensiei.

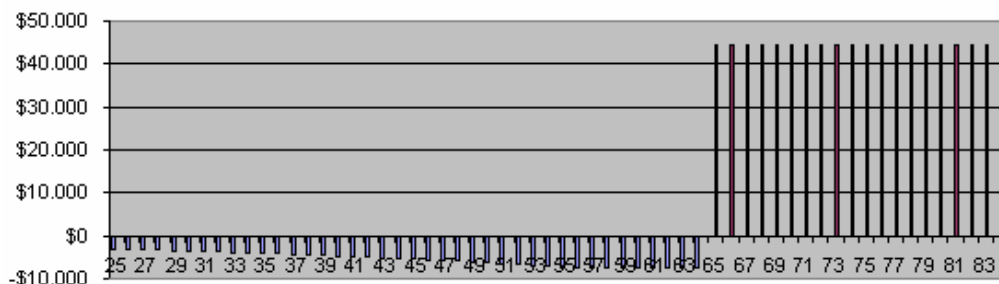


Figura 1.43 Fluxul monetar asociat pensiei

Probleme:

1. Pentru o rată a dobânzii de 7%, care este valoarea actualizată a unei datorii cu dobândă de 10% plătită anual, și care va fi restituită la 31 decembrie 1999?
2. Drepturile la pensie reprezintă suma pensiei anuale exprimată ca procent din ultimul salariu pe an de muncă. Care este dreptul la pensie în acest caz? Calculați dreptul la pensie pentru valori ale contribuțiilor la pensie de 10%, 12% și 14% și rate ale dobânzii de 3%, 4% și 5%.
3. În cazul pensiei se presupune că există întotdeauna o inflație de 4%, și că salariile cresc și rata dobânzii dată reprezintă singura creștere reală. Modificați foaia de calcul în acest sens. Care este acum procentajul dreptului la pensie? Luați în considerare și ajustarea sumei pensiei anuale.

2. Modele de optimizare

2.1. Programare liniară

Problema pe care o vom examina este o problemă tipică de programare liniară. Problema este de a selecta combinația (mix-ul) de produse ce trebuie realizate pentru a obține profitul maxim.

În acest capitol veți învăța următoarele comenzi și funcții ale foii de lucru:

- Funcția SUM;
- Funcția SUMPRODUCT
- Utilizarea Solver-ului

Exemplu. Compania „Rame” SRL produce 4 tipuri de rame (având codurile 1,2,3 și 4). Cele 4 tipuri de rame sunt diferite în ce privește mărimea, forma și materialele utilizate. Fiecare tip necesită o anumită cantitate de muncă, metal și sticlă așa cum se vede în tabelul de mai jos. În acest tabel se prezintă și prețurile unitare de vânzare pentru fiecare tip de ramă. În următoarea săptămână compania poate să cumpere 4000 de ore de muncă, 6000 de kg de metal și 10000 de kg de sticlă. Costurile unitare sunt de 8.00\$ pe oră, 0.50\$ pe kg de metal și 0.75\$ pe kg de sticlă. De asemenea restricțiile pieței fac imposibilă vânzarea a mai mult de 1000 de rame de tipul 1, 2000 de rame de tipul 2, 500 de rame de tipul 3 și 1000 de rame de tipul 4. Compania dorește maximizarea profitului pe săptămână.

Înainte de a prezenta modul de rezolvare a acesteia pe o foaie de calcul vom prezenta câteva noțiuni legate de modul tradițional de abordare a programării liniare.

În această problemă trebuie realizate 4 tipuri de rame codificate 1,2,3 și 4. Vom nota aceste tipuri de rame cu x_1, x_2, x_3, x_4 . Apoi, vom scrie profitul total și restricțiile în funcție de x . În final, deoarece nu dorim să se producă cantități nenegative vom adăuga restricții care să specifice acest lucru. Formularea algebrică a problemei arată în felul următor.

Maxim $6x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4$ (funcția obiectiv a profitului)

cu restricțiile:

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 4000 \text{ (restricția de muncă)}$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 6000 \text{ (restricția de metal)}$$

$$6x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 10000 \text{ (restricția de sticlă)}$$

$$x_1 \leq 1000 \text{ (maxim vânzări rame tip 1)}$$

$$x_2 \leq 2000 \text{ (maxim vânzări rame tip 2)}$$

$$x_3 \leq 500 \text{ (maxim vânzări rame tip 3)}$$

$$x_4 \leq 1000 \text{ (maxim vânzări rame tip 4)}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \text{ (restricții de nenegativitate)}$$

1. **Date de intrare.** Toate datele de intrare numerice și anume datele necesare pentru a forma obiectivul și restricțiile vor apărea într-o formă sau alta în cadrul modelului. Vom face convenția de a evidenția toate datele de intrare în cadrane umbrite. Numai în cazul în care datele se potrivesc mai bine în altă parte vom încălca această convenție.
2. **Changing cells** (prin modificarea celulelor). În locul utilizării denumirilor de variabile vom folosi un set de celule care vor juca rolul variabilelor de decizie. Valorile din aceste celule pot fi schimbate pentru a optimiza funcția obiectiv. În Excel aceste celule sunt denumite

changing cells. Pentru a observa clar acest lucru vom folosi convenția de a încadra changing cells cu o margine de culoare roșie.

3. **Target cell** (prin setarea celulei). O celulă denumită target cell conține valoarea obiectiv. Solver-ul variază sistematic valorile din changing cells pentru a optimiza valoarea din target cell. Vom folosi convenția de a încadra target cell cu o linie dublă neagră.
4. **Restricții**. Excel nu arată în mod direct restricțiile pe foaia de calcul. De aceea trebuie să specificăm restricțiile în caseta de dialog Solver. De exemplu, putem realiza un set de restricții cu ajutorul formulei B15:D15<=B16:D16. Aceasta implică trei restricții separate. Valoarea din B15 trebuie să fie mai mică sau egală cu valoarea din B16, valoarea din C15 trebuie să fie mai mică decât cea din C16, iar valoarea din D15 trebuie să fie mai mică decât valoarea din D16.
5. **Nonnegativitate**. În mod normal dorim ca variabilele de decizie – anume acelea din changing cells – să fie nenegative. Pentru a specifica, de exemplu, că valorile din domeniu C5:C9 să fie nenegative, vom include restricția C5:C9>=0.

În general rezolvarea completă a problemei presupune trei stadii. Primul stadiu este de a introduce toate datele de intrare, valorile inițiale pentru changing cells și formulele corespunzătoare. Vom numi acest stadiu formularea problemei.

După încheierea primului stadiu se poate trece la cel de-al doilea ce constă în utilizarea Solver-ului. În acest punct vom proiecta formal target cell, changing cells și constraints. Dacă acest lucru s-a realizat bine rezolvarea cu Solver-ul este imediată.

Al treilea pas constă în analiza de senzitivitate. Când utilizăm Solver-ul folosim cele mai bune estimări ale valorilor folosire pentru a obține soluția optimă. Oricum, este important de văzut cum se modifică soluția optimă dacă se schimbă valorile de intrare.

Solutia inițială

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
2									
3	Date de intrare								
4	Salariul orar	\$8.00							
5	Cost unitar metal	\$0.50							
6	Cost unitar sticla	\$0.75							
7									
8	Tip de rama	1	2	3	4	Denumirile domeniilor: Disponibil: D21:D23 MaximVanzari: B18:E18 Produs: B16:E16 ProfitTotal: F32 Utilizat: B21:B23			
9	Ore de munca / rama	2	1	3	2				
10	Metal (kg.)/rama	4	2	1	2				
11	Sticla (kg.)/ rama	6	2	1	2				
12	Pretul de vanzare unitar	\$28.50	\$12.50	\$29.25	\$21.50				
13									
14	Planul de productie								
15	Tipul de rama	1	2	3	4				
16	Rame produse	500	800	400	1500				
17		<=	<=	<=	<=				
18	Maximul vanzarilor	1000	2000	500	1000				
19									
20	Restricatii	Utilizat		Disponibil					
21	Ore de munca	6000	<=	4000					
22	Metal (Kg.)	7000	<=	6000					
23	Sticla (Kg.)	8000	<=	10000					
24									
25	Sinteza de venituri, costuri								
26	Tip de rama	1	2	3	4	Totaluri			
27	Venituri	\$14,250	\$10,000	\$11,700	\$32,250	\$68,200			
28	Costuri								
29	Munca	\$8,000	\$6,400	\$9,600	\$24,000	\$48,000			
30	Metal	\$1,000	\$800	\$200	\$1,500	\$3,500			
31	Sticla	\$2,250	\$1,200	\$300	\$2,250	\$6,000			
32	Profit	\$3,000	\$1,600	\$1,600	\$4,500	\$10,700			
33									
34									

Figura 2.1

Dezvoltarea modelului pe foaia de calcul:

1. **Date de intrare.** Se introduc diverse date de intrare în domeniile B4:B6, B9:E12, B18:E18 și D21:D23. Se denumesc domeniile ca în figura de mai sus în zona gri. (Insert – Name)
2. **Nivelurile de producție.** Se introduce oricare patru valori în celulele B16:E16. Aceste celule sunt de tip changing cells, adică celule unde vor fi plasate variabilele de decizie. Orice valori pot fi utilizate inițial; Solver va găsi valorile optime. Se observă că cele patru valori din figură nu pot fi optime deoarece nu satisfac toate restricțiile. De exemplu, acest plan utilizează mai multe ore de muncă și mai mult metal decât este disponibil, și produce mai multe produse din tipul 4 decât pot fi vândute. Oricum, nu trebuie să ne îngrijoreze în acest moment satisfacerea acestor restricții; Solverul se va ocupa de acest lucru mai târziu.
3. **Resursele utilizate.** Se introduce formula =SUMPRODUCT (B9:E9, Producție) în celula B21 și se copiază în domeniul B22:B23. Aceste formule calculează necesarul de muncă, metal și sticlă utilizat de mixul curent de produse. Funcția SUMPRODUCT este foarte utilă în modelele de programare liniară. În exemplu de aici înseamnă multiplicarea fiecărei valori din domeniul B9:E9 cu valoarea corespondentă din domeniul Producție și apoi calcularea sumei acestora.
4. **Venituri, costuri și profituri.** De la rândul 25 în jos se formează o zonă ce conține o sinteză a valorilor monetare. De fapt, ceea ce dorim este profitul total în celula F32, dar este extrem de util să calculăm datele de intrare pentru profitul total, ceea ce înseamnă, veniturile și costurile asociate cu fiecare produs. Pentru a obține veniturile, se introduce formula =B12*B16 în celula B27 și se copiază în domeniul C27:E27. Pentru costuri se introduce formula =\$B4*\$B\$16*B9 în celula B29 și se copiază în domeniul B29:E31 (Se folosește un mixaj de referințe absolute și relative pentru a realiza acest lucru). Apoi se calculează profiturile pentru fiecare produs prin introducerea formulei =B27-SUM(B29:B31) în celula B32 și se copiază în domeniul C32:E32. În final se calculează totalul în coloana F prin însumarea de-a lungul rândurilor cu funcția SUM.

Următorul pas constă în a specifica conținutul celulelor de tip changing cells, al celulei de tip target cell și restricțiile (constraints) din caseta de dialog Solver pentru a găsi soluția optimă. Oricum, înainte de a face acest lucru, este util să se încerce câteva estimări în celulele de tip changing cells. De exemplu, este tentant să presupunem că tipul de ramă cu cea mai mare marjă de profit ar trebui produs în cea mai mare măsură. Se începe prin introducerea de zero-uri în celulele de tip changing cells din domeniul B16:E16. Evident, când nu producem nimic profitul este 0. În continuare, din cauza faptului că tipul de ramă 1 are cea mai mare marjă de profit (6\$) iar restricția sa de piață permite cel mult 1000 de rame, se vor introduce 1000 în celula B16. se observă că nici una dintre resurse nu a fost utilizată total. Deci, putem realiza niște rame de tipul 3, tipul cu următoarea marjă de profit ca mărime. Datorită faptului că restricția de piață a tipului 3 permite cel mult 500 de rame, se vor introduce 500 în celula D7. Încă mai există disponibilități din fiecare resursă. Aceasta ne permite să realizăm rame de tipul 4, tipul cu următoarea marjă de profit ca mărime. Oricum, maximul pe care îl putem realiza din tipul 4 de rame este 250, pentru că la acest moment s-a utilizat complet timpul de lucru disponibil. Soluția rezultată este ilustrată în figura următoare.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
2									
3	Date de intrare								
4	Salariul orar	\$8.00							
5	Cost unitar metal	\$0.50							
6	Cost unitar sticla	\$0.75							
7									
8	Tip de rama	1	2	3	4				
9	Ore de munca / rama	2	1	3	2				
10	Metal (kg.)/rama	4	2	1	2				
11	Sticla (kg.)/ rama	6	2	1	2				
12	Pretul de vanzare unitar	\$28.50	\$12.50	\$29.25	\$21.50				
13									
14	Planul de productie								
15	Tipul de rama	1	2	3	4				
16	Rame produse	1000	0	500	250				
17		<=	<=	<=	<=				
18	Maximul vanzarilor	1000	2000	500	1000				
19									
20	Restricții	Utilizat		Disponibil					
21	Ore de munca	4000	<=	4000					
22	Metal (Kg.)	5000	<=	6000					
23	Sticla (Kg.)	7000	<=	10000					
24									
25	Sinteza de venituri, costuri								
26	Tip de rama	1	2	3	4	Totaluri			
27	Venituri	\$28,500	\$0	\$14,625	\$5,375	\$48,500			
28	Costuri								
29	Munca	\$16,000	\$0	\$12,000	\$4,000	\$32,000			
30	Metal	\$2,000	\$0	\$250	\$250	\$2,500			
31	Sticla	\$4,500	\$0	\$375	\$375	\$5,250			
32	Profit	\$6,000	\$0	\$2,000	\$750	\$8,750			

Denumirile domeniilor:

Disponibil: D21:D23

MaximVanzari: B18:E18

Produs: B16:E16

ProfitTotal: F32

Utilizat: B21:B23

Figura 2.2

Profitul corespunzător este 8750 \$. În acel moment s-a produs maximum posibil din cele trei tipuri de rame cu cele mai înalte marje de profit. Oare acest lucru garantează că soluția cuprinde mixul optim de produse? Din păcate nu este așa. Soluția din figură nu este optimă. Chiar și la nivelul acestui model de dimensiuni reduse este dificil să intuim soluția optimă chiar dacă folosim o procedură relativ inteligentă de tipul încercare-eroare. Problema este că un tip de ramă cu o marjă de profit înaltă poate folosi o cantitate mare de resurse și împiedica realizarea altor rame profitabile. Deși este instructiv să încerci să intuiești soluția optimă s-ar putea să nu o găsim niciodată. Din acest motiv este util să folosim Solver-ul.

Utilizarea Solver-ului. Pentru a apela la Solver-ul din Excel se selectează din meniu Tools/Solver.

Va apărea caseta de dialog ilustrată în figura următoare. Ea conține trei secțiuni importante care trebuie completate: celula tip Target cell, celule tip changing cells și restricții. Pentru problema mixului de produs le putem completa prin tastarea referințelor celulelor sau putem să ne poziționăm pe ele și să le tragem în domeniile corespunzătoare. De asemenea dacă am denumi domeniile putem folosi aceste denumiri în locul adreselor aferente celulelor. (Dacă decidem să ne poziționăm pe ele și să le tragem, s-ar putea să fie nevoie să mutăm caseta de dialog a Solver-ului pentru a nu fi în calea celulelor pe care dorim să le selectăm)

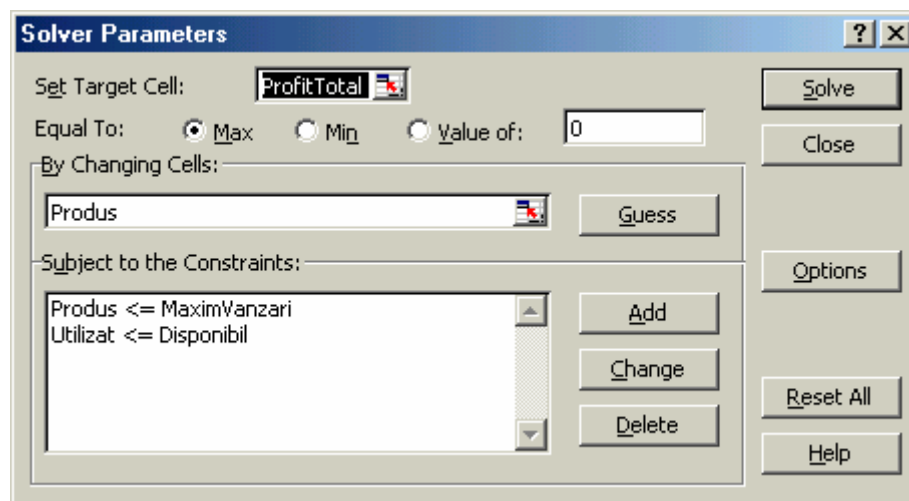


Figura 2.3

1. **Obiectiv.** Se selectează celula F32 ce reprezintă profitul total, drept celulă de tip target cells și se execută click asupra butonului de maximizare (Max).
2. **Changing cells (prin modificarea celulelor).** Se selectează domeniul ramelor produse B16:E16 drept celule de tip changing cells.
3. **Restricții.** Se execută click pe butonul Add pentru a adăuga următoarele restricții:
Necesar<=Disponibil
Producție<=Maxim vânzări

Prima restricție ne indică să folosim din fiecare resursă doar atât cât este disponibil. A doua restricție ne indică să producem din fiecare produs doar atât cât poate fi vândut. Observație: Semnele <= în coloana C și rândul 17 -vezi figurile de mai sus- nu sunt necesare în Excel. Ele se introduc doar ca etichete în foaia de calcul și nu au efecte asupra calculelor.

4. **Nenegativitate.** Deși cantitățile negative de produse nu au, evident, nici un sens va trebui să detaliez acest lucru Solver-ului în mod explicit pentru ca celulele tip changing cells să devină nenegative: există două căi pentru a realiza acest lucru. Prima cale ar fi să se adauge o nouă restricție ca un pas 3: Producție >=0. Cea de-a doua cale este de a selecta butonul Options din caseta de dialog Solver și validați opțiunea Assume Nonnegative. Se asigură astfel în mod automat că toate celulele de tip changing cells sunt nenegative.

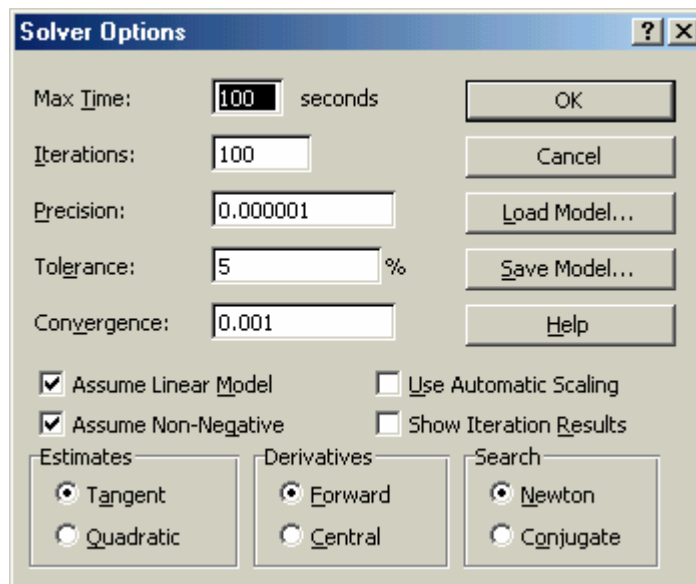


Figura 2.4

5. **Modelul liniar.** Mai există un ultim pas înainte de a executa click pe butonul Solve. Solver folosește una dintre cele câteva metode numerice de rezolvare a diferitelor tipuri de probleme. Problemele liniare se pot rezolva cel mai eficient prin metoda simplex. Pentru ca Excel să folosească această metodă se va valida opțiunea Assume Linear Model din aceeași casetă de dialog a Solver-ului utilizată anterior.
6. **Optimizare.** Executați click pe butonul Solve – În acest moment Solver-ul alege dintr-un număr de soluții posibile până când identifică soluția optimă. Se poate urmări progresul operațiunii în zona din stânga jos a ecranului. Când operațiunea ia sfârșit va apărea mesajul din figura următoare.

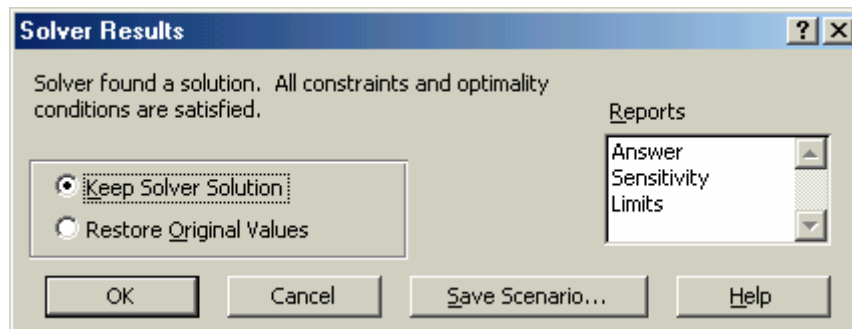


Figura 2.5

Îi puteți spune Solver-ului să transforme valorile din celulele de tip changing cells aducându-le la starea originală (non-optimă) sau să rețină valorile optime găsite. În majoritatea cazurilor se va alege probabil a doua variantă. (În unele cazuri însă Solver-ul nu va găsi soluțiile optime și va afișa câteva mesaje de eroare.)

Se execută click pe OK pentru a păstra soluția dată de Solver. Se poate vedea soluția în figura următoare.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Problema Mix-ului de produse								
2									
3	Date de intrare								
4	Salariul orar	\$8,00							
5	Cost unitar metal	\$0,50							
6	Cost unitar sticla	\$0,75							
7									
8	Tip de rama	1	2	3	4	Denumirile domeniilor: Disponibil: D21:D23 MaximVanzari: B18:E18 Produs: B16:E16 ProfitTotal: F32 Utilizat: B21:B23			
9	Ore de munca / rama	2	1	3	2				
10	Metal (kg.)/rama	4	2	1	2				
11	Sticla (kg.)/ rama	6	2	1	2				
12	Pretul de vanzare unitar	\$28,50	\$12,50	\$29,25	\$21,50				
13									
14	Planul de productie								
15	Tipul de rama	1	2	3	4				
16	Rame produse	1000	800	400	0				
17		<=	<=	<=	<=				
18	Maximul vanzarilor	1000	2000	500	1000				
19									
20	Restricții	Utilizat		Disponibil					
21	Ore de munca	4000	<=	4000					
22	Metal (Kg.)	6000	<=	6000					
23	Sticla (Kg.)	8000	<=	10000					
24									
25	Sinteza de venituri, costuri								
26	Tip de rama	1	2	3	4	Totaluri			
27	Venituri	\$28.500	\$10.000	\$11.700	\$0	\$50.200			
28	Costuri								
29	Munca	\$16.000	\$6.400	\$9.600	\$0	\$32.000			
30	Metal	\$2.000	\$800	\$200	\$0	\$3.000			
31	Sticla	\$4.500	\$1.200	\$300	\$0	\$6.000			
32	Profit	\$6.000	\$1.600	\$1.600	\$0	\$9.200			
33									

Figura 2.6

Planul optim este de a produce 1000 de rame de tip 1, 800 de rame de tip 2, 400 de rame de tip 3 și nici o ramă de tip 4. Acest plan se apropie de planul de producție inițial dar în cazul acestuia din urmă se obține un profit cu 450 \$ mai mare. De asemenea se folosește tot timpul de lucru disponibil și toată cantitatea de metal însă doar 8000 din cele 10000 de kg de sticlă disponibile. În privința maximizării vânzărilor planul optim ar putea produce mai multe rame de tipul 2,3 și 4. (Dacă ar exista mai mult timp de lucru și/sau mai mult metal disponibil). Această este o soluție tipică de programare liniară. Unele dintre restricții sunt respectate la limită în timp ce altele conțin anumite rezerve.

Exeprimentarea cu noi date de intrare. În cazul în care se dorește să se experimenteze cu noi date de intrare se pot schimba pur și simplu datele și se rulează din nou Solver-ul. Să presupunem că prețul de vânzare al ramei tip 4 a crescut de la 21.5\$ la 26,5\$ iar celelalte condiții sunt neschimbate. Prin creșterea profitabilității ramei 4 sperăm că acesta va fi inclus în model. Este exact ceea ce se întâmplă. Programul optim conține acum 1000 de rame de tipul 1 și 1000 de rame de tipul 4 așa cum se poate vedea în următoarea figură.

	A	B	C	D	E	F	G	H
2								
3	Date de intrare							
4	Salariul orar	\$8.00						
5	Cost unitar metal	\$0.50						
6	Cost unitar sticla	\$0.75						
7								
8	Tip de rama	1	2	3	4			
9	Ore de munca / rama	2	1	3	2			
10	Metal (kg.) / rama	4	2	1	2			
11	Sticla (kg.) / rama	6	2	1	2			
12	Pretul de vanzare unitar	\$28.50	\$12.50	\$29.25	\$26.50			
13								
14	Planul de productie							
15	Tipul de rama	1	2	3	4			
16	Rame produse	1000	0	0	1000			
17		<=	<=	<=	<=			
18	Maximul vanzarilor	1000	2000	500	1000			
19								
20	Restricții	Utilizat		Disponibil				
21	Ore de munca	4000	<=	4000				
22	Metal (Kg.)	6000	<=	6000				
23	Sticla (Kg.)	8000	<=	10000				
24								
25	Sinteza de venituri, costuri							
26	Tip de rama	1	2	3	4	Totaluri		
27	Venituri	\$28,500	\$0	\$0	\$26,500	\$55,000		
28	Costuri							
29	Munca	\$16,000	\$0	\$0	\$16,000	\$32,000		
30	Metal	\$2,000	\$0	\$0	\$1,000	\$3,000		
31	Sticla	\$4,500	\$0	\$0	\$1,500	\$6,000		
32	Profit	\$6,000	\$0	\$0	\$8,000	\$14,000		

Denumirile domeniilor:
Disponibil: D21:D23
Maxim/Vanzari: B18:E18
Produs: B16:E16
ProfitTotal: F32
Utilizat: B21:B23

Figura 2.7

Analiza de senzitivitate. Caseta de dialog Solver indică modul de abordare în acest caz. Prin selectarea opțiunii Sensitivity Report se va obține o nouă foaie cu multiple informații despre senzitivitatea modelului. Raportul corespunzător exemplului nostru este prezentat în figura următoare.

6	Adjustable Cells						
7							
8	Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
9	\$B\$16	Rame produse	1000	2	6	1E+30	2
10	\$C\$16	Rame produse	800	0	2	1	0.25
11	\$D\$16	Rame produse	400	0	4	2	0.5
12	\$E\$16	Rame produse	0	0	3	0.2	1E+30
13							
14	Constraints						
15							
16	Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
17	\$B\$21	Ore de munca Utilizat	4000	1	4000	250	1000
18	\$B\$22	Metal (Kg.) Utilizat	6000	0	6000	2000	500
19	\$B\$23	Sticla (Kg.) Utilizat	8000	0	10000	1E+30	2000
20							
21							

Figura 2.8

Probleme:

1. O cofetărie produce două tipuri de prăjituri (cu ciocolată și vanilie). Fiecare prăjitură cu ciocolată se vinde cu 12\$ iar fiecare prăjitură cu vanilie cu 9\$. Fiecare prăjitură cu ciocolată necesită 20 de minute pentru copt și utilizează 4 ouă. Fiecare prăjitură cu vanilie necesită 40 de minute pentru copt și 1 ou. Timpul disponibil este de 8 ore și există 30 de ouă. Utilizați Solver-ul pentru a maximiza profitul.
2. În problema precedentă timpul de copt pentru prăjiturile cu vanilie ca urmare a unei noi tehnologii de realizare scade la 25 de minute. Utilizați Solver-ul pentru a maximiza profitul.

2.2. Modele de planificare agregată

Modelul permite ca nivelul forței de muncă să se modifice în fiecare lună prin angajarea sau concedierea de muncitori. De asemenea i se permite cererii să se acumuleze, adică să nu fie satisfăcută la timp. Exemplul următor ilustrează două versiuni ale acestui model, unul bazat pe cerere reprogramată, altul fără cerere reprogramată.

Exemplu. În următoarele patru luni firma SuperPan, producătoare de încălțăminte, va trebui să satisfacă (la timp) următoarele cereri de perechi de pantofi: 3000 în luna 1, 5000 în luna 2, 2000 în luna 3 și 1000 în luna 4. La începutul lunii 1 există 500 de perechi în stoc iar firma are 100 de muncitori. Fiecare muncitor este plătit cu 1500 \$ pe lună pentru un timp de lucru de 160 ore, program neincluzând ore suplimentare. Deci sunt plătiți cu 9,38 \$ pe oră. Un muncitor poate presta până la 20 ore suplimentare pe lună, fiind plătit cu 13 \$ pentru fiecare oră suplimentară. Este nevoie de 4 ore și de materii prime în valoare de 15 \$ pentru a produce o pereche de pantofi. La începutul fiecărei luni se pot angaja sau concedia muncitori. Costurile fixe pentru concediere sunt de 2000 de \$ pe muncitor iar pentru angajare de 1600 \$ pe muncitor. La sfârșitul fiecărei luni pentru fiecare pereche cheltuielile de stocare sunt de 3\$. Prețul de vânzare al pantofilor va fi constant în această perioadă de 4 luni, deci nu va trebui încorporat în model. Se pornește de la premisa că producția dată a unei luni se va utiliza pentru satisfacerea cererii acelei luni. SuperPan dorește să determine programul de angajări/concedieri și producție care să minimizeze costurile totale în perioada de 4 luni.

Soluție. Pentru modelul problemei SuperPan va trebui să avem în vedere următoarele aspecte:

- Numărul de muncitori angajați/concediați și disponibili în fiecare lună.
- Timpul de lucru și orele suplimentare din fiecare lună.
- Capacitatea de producție (perechi de pantofi) și cantitățile produse în fiecare lună.
- Nivelurile stocurilor obținute în fiecare lună după producție și la sfârșitul lunii după satisfacerea cererii).
- Costuri lunare și costuri totale.

Desfășurarea aplicației modelului tip foaie de calcul.

Modelul tip foaie de calcul e ilustrat în figura următoare.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Problema de planificare agregata SuperPan								
2									
3	Date de intrare								
4	Stoc initial de pantofi	500							
5	Numar initial de muncitori	100							
6	Timp de lucru / muncitor/ luna	160							
7	Maximum de ore suplimentare/muncitor/luna	20							
8	Cost de angajare/muncitor	\$1,600							
9	Cost de concediere/muncitor	\$2,000							
10	Salariu orar/muncitor/luna	\$1,500							
11	Salariu ore suplimentare/muncitor/luna	\$13							
12	Ore de lucru pereche de pantofi	4							
13	Cost cu materia prima/pereche de pantofi	\$15							
14	Cost de stocare/pereche de pantofi/luna	\$3							
15									
16	Plan de personal	Luna 1	Luna 2	Luna 3	Luna 4				
17	Muncitori din luna anterioara	100	94	93	50				
18	Muncitori angajati	0	0	0	0				
19	Muncitori concediati	6	1	43	0				
20	Muncitori disponibili dupa angajari/concedieri	94	93	50	50				
21									
22	Timp de lucru disponibil	15040	14880	8000	8000				
23	Ore suplimentare utilizate	0	80	0	0				
24		<=	<=	<=	<=				
25	Maximum de ore suplimentare disponibile	1880	1860	1000	1000				
26									
27	Total ore pentru productie	15040	14960	8000	8000				
28									
29	Plan de productie	Luna 1	Luna 2	Luna 3	Luna 4				
30	Perechi pantofi produse	3760	3740	2000	1000				
31		<=	<=	<=	<=				
32	Capacitate de productie	3760	3740	2000	2000				
33									
34	Stocuri dupa productie	4260	5000	2000	1000				
35		>=	>=	>=	>=				
36	Cerere	3000	5000	2000	1000				
37	Stoc final	1260	0	0	0				
38									
39	Bilant de costuri	Luna 1	Luna 2	Luna 3	Luna 4	Totaluri			
40	Cost de angajare	\$0	\$0	\$0	\$0	\$0			
41	Cost de concediere	\$12,000	\$2,000	\$86,000	\$0	\$100,000			
42	Salariu	\$141,000	\$139,500	\$75,000	\$75,000	\$430,500			
43	Salariu pe ore suplimentare	\$0	\$1,040	\$0	\$0	\$1,040			
44	Cost materii prime	\$56,400	\$56,100	\$30,000	\$15,000	\$157,500			
45	Cost de stocare	\$3,780	\$0	\$0	\$0	\$3,780			
46	Totaluri	\$213,180	\$198,640	\$191,000	\$90,000	\$692,820			
47									

Denumirile domeniilor:

Cerere: B36:E36
 Concedieri: B19:E19
 Angajari: B18:E18
 OrePerPereche: B12
 StocInit: B4
 MuncitInit: B5
 MaxOS: B7
 Existent: B34:E34
 OSDisponibil: B25:E25
 OS: B23:E23
 OSSalariu: B11
 CapProd: B32:E32
 Productie: B30:E30
 SalariiTL: B10
 TLStandard: B6
 CostTot: F46
 CostUnitConced: B9
 CostUnitAngaj: B8
 CostUnitStoc: B14
 CostUnitMateriale: B13

Figura 2.9

Pași sunt următorii:

1. **Date de intrare.** Se introduc datele de intrare în domeniul B4:B14 (fiecare dintre aceste celule are un domeniu și o denumire) și se introduc cererile lunare în domeniul Cerere.
2. **Programul de angajări/concedieri și producție.** Se introduc orice valori inițiale pentru numărul de perechi de pantofi produse în fiecare lună în domeniul Producție, numărul de ore suplimentare utilizate în fiecare lună în domeniul OS, numărul de muncitori angajați în fiecare lună în domeniul Angajări și numărul de muncitori concediați în fiecare lună în domeniul Concedieri. Aceste patru domenii sunt celule de tip changing cells.
3. **Muncitori disponibili în fiecare lună.** În celula B17 se introduce numărul inițial de muncitori disponibili cu formula

$$=MuncitInit.$$

Datorită faptului că numărul de muncitori disponibili la începutul fiecărei luni (înainte de a angaja sau concedia) este egal cu numărul de muncitori ai lunii precedente se introduce formula

= B20 în celula C17 și se copiază în domeniul D17:E17. Apoi, se calculează numărul net de muncitori existent după angajare sau concediere prin introducerea formulei = B17+B18-B19 în celula B20 și se copiază pe orizontală pe linia 20.

4. **Capacitatea de efectuare de ore suplimentare.** Deoarece fiecare muncitor disponibil poate lucra până la 20 de ore suplimentare pe lună se introduce formula =MaxOS*B20 în celula B25 și se copiază în domeniul C25:E25 pentru a capacitatea de efectuare de ore suplimentare pentru lunile 2,3 și 4.
5. **Capacitatea de producție.** Deoarece fiecare muncitor lucrează 160 ore pe lună se calculează timpul de lucru disponibil în luna 1 în celula B22 cu formula =TLStandard*B20 și se copiază în domeniul C22:E22 pentru celelalte luni. Apoi se calculează numărul total de ore disponibile pentru producție în celula B27 cu formula =SUM(B22:B23) și se copiază în domeniul C27:E27 pentru celelalte luni. Deoarece sunt necesare patru ore de lucru pentru o pereche de pantofi se introduce formula =B27/OrePerPereche în celula B32 și se copiază în domeniul C32:E32.
6. **Stocurile lunare.** Există două rânduri pentru stocuri. Rândul 34 pentru stocurile post-producție și rândul 37 pentru stocurile finale, după ce s-a satisfăcut cererea. Pentru a le calcula se începe prin introducerea formulei = StocInit +B30 în celula B34. Apoi se introduce formula =B37+C30 în celula C34 și se copiază în domeniul D34:E34. Astfel se corelează stocul lunar cu stocul final al lunii anterioare. În continuare se calculează stocurile finale introducându-se formula =B34-B36 în celula B37 și se copiază pe orizontală pe rândul 37.
7. **Costurile.** Se calculează costurile în rândurile 35-40 înmulțind costurile unitare corespunzătoare din rândurile 7-14 cu cantitățile corespundente din foaia de calcul. De exemplu, pentru costurile de stocare se introduce formula =CostUnitStoc*B37 în celula B45 și se copiază în domeniul C45:E45. Apoi se calculează totalurile pe rând și coloană în coloana F și rândul 46.

Utilizarea Solver-ului. Caseta de dialog a Solver-ului este ilustrată în figura următoare.

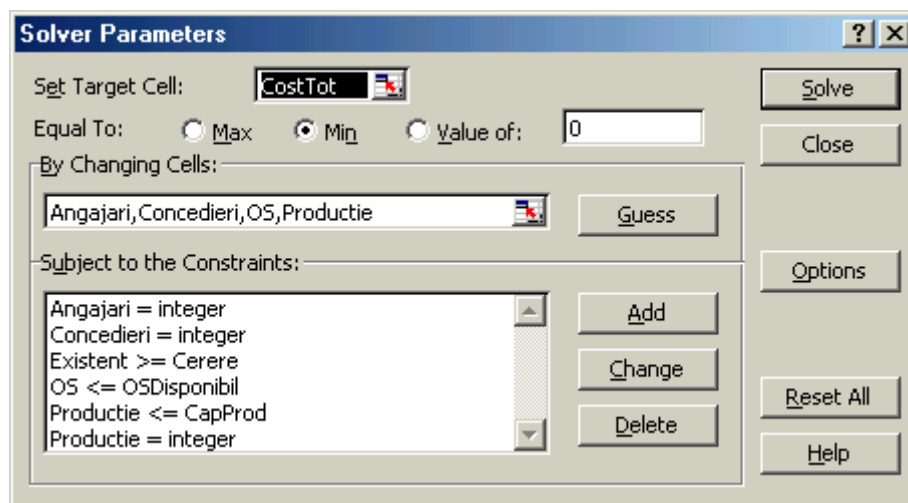


Figura 2.10

Se va minimiza costul total având grijă să nu se depășească restricția maximă de ore suplimentare și capacitate de producție și să se satisfacă cererea la timp. Se introduce și o restricție de număr întreg pentru numărul de muncitori angajați/concediați și nivelurile de producție. Pentru a introduce această restricție se procedează ca în figura următoare:

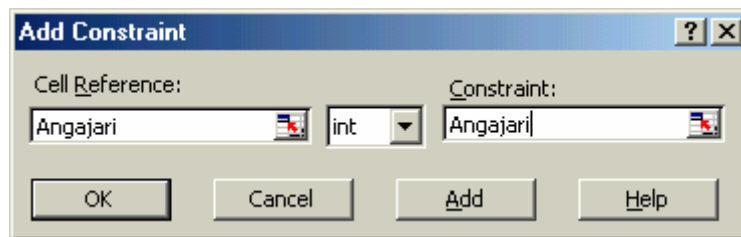


Figura 2.11

Pentru a asigura obținerea soluției optime este indicat să se seteze toleranța din meniul Options la valoarea 0.

Modelul cu reprogramare permisă. În multe situații reprogramarea este permisă; aceasta înseamnă că cererea poate fi satisfăcută mai târziu decât apare. Vom modifica modelul anterior pentru a permite reprogramarea. Vom presupune un cost unitar de 20\$ la sfârșitul fiecărei luni pentru fiecare pereche de pantofi cerută și care nu a fost livrată la sfârșitul lunii. Acest lucru se poate modela ușor dacă se permite ca stocul final să fie negativ. De exemplu, dacă stocul final al lunii 1 este -10 se va calcula un cost de penurie de 200 \$.

Modificarea modelului. Metoda este ilustrată în figura de mai jos.

1. Se introduce costul de penurie. Se introduce un nou rând sub rândul 14 și se introduce costul de penurie pe lună în celula B15.
2. Rânduri pentru penurie și surplus. Se introduc 5 rânduri (de la 38 la 42) între rândurile pentru Cerere și Stoc Final. Domeniul B39:E40 vor fi celulele de tip changing cells. Domeniul Surplus din rândul 39 conține cantitatea aflată în stoc în timp ce domeniul Penurie calculează cantitatea lipsă ce ar fi putut fi vândută. Se introduc orice valori în aceste domenii.
3. Stoc final (pozitiv sau negativ). Se introduce formula =B39-B40 în celula B41 și se copiază de-a lungul rândului 41. Astfel dacă în domeniul Penurie se află valori mai mari ca 0, stocul final va fi negativ indicând o lipsă de produse. Deoarece am calculat stocul final în două moduri pe rândurile 41 și 43 vom adăuga o restricție suplimentară forțându-le să fie egale.
4. Cost de stocare. Se introduce un nou rând (rândul 52) sub costul de stocare. Se modifică costul de stocare cu formula =CostUnitStoc*B39 în celula B51 și se copiază pe rândul 51. Se calculează costul de penurie în celula B52 cu formula =CostUnitPenurie*B40 și se copiază pe rândul 52.

Utilizarea Solver-ului. Caseta de dialog A Solver-ului modificată este prezentată în figura de mai jos.

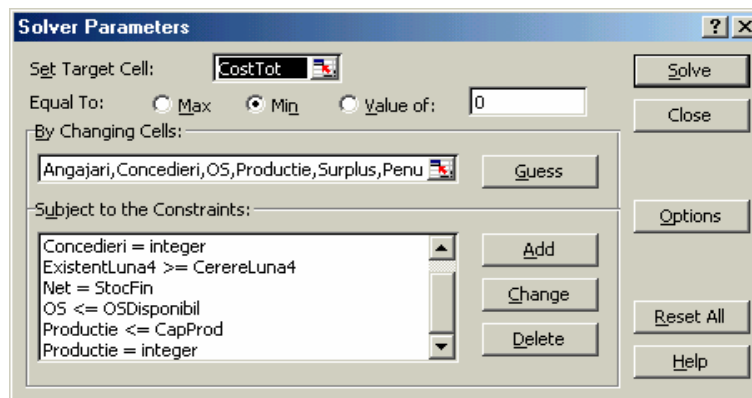


Figura 2.12

Modificările sunt:

- domeniile Surplus și Penurie sunt celule suplimentare de tip changing cells.
- domeniul Net trebuie să fie egal cu domeniul Stocfin
- domeniul ExistentLuna4 trebuie sa fie cel puțin la fel de mare ca CerereaLuna4.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
3	Date de intrare								
4	Stoc initial de pantofi	500							
5	Numar initial de muncitori	100							
6	Timp de lucru / muncitor/ luna	160							
7	Maximum de ore suplimentare/muncitor/luna	20							
8	Cost de angajare/muncitor	\$1,600							
9	Cost de concediere/muncitor	\$2,000							
10	Salariu orar/muncitor/luna	\$1,500							
11	Salariu ore suplimentare/muncitor/luna	\$13							
12	Ore de lucru pereche de pantofi	4							
13	Cost cu materia prima/pereche de pantofi	\$15							
14	Cost de stocare/pereche de pantofi/luna	\$3							
15	Cost de penurie/pereche de pantofi/luna	\$20							
16									
17	Plan de personal	Luna 1	Luna 2	Luna 3	Luna 4				
18	Muncitori din luna anterioara	100	94	93	38				
19	Muncitori angajati	0	0	0	0				
20	Muncitori concediati	6	1	55	0				
21	Muncitori disponibili dupa angajari/concedie	94	93	38	38				
22									
23	Timp de lucru disponibil	15040	14880	6080	6080				
24	Ore suplimentare utilizate	0	0	0	0				
25		<=	<=	<=	<=				
26	Maximum de ore suplimentare disponibile	1880	1860	760	760				
27									
28	Total ore pentru productie	15040	14880	6080	6080				
29									
30	Plan de productie	Luna 1	Luna 2	Luna 3	Luna 4				
31	Perechi pantofi produse	3760	3720	1520	1500				
32		<=	<=	<=	<=				
33	Capacitate de productie	3760	3720	1520	1520				
34									
35	Stocuri dupa productie	4260	4980	1500	1000				
36		>=	>=	>=	>=				
37	Cerere	3000	5000	2000	1000				
38									
39	Surplus	1260	0	0	0				
40	Penurie	0	20	500	0				
41	Net	1260	-20	-500	0				
42		=	=	=	=				
43	Stoc final	1260	-20	-500	0				
44									
45	Bilant de costuri	Luna 1	Luna 2	Luna 3	Luna 4	Totaluri			
46	Cost de angajare	\$0	\$0	\$0	\$0	\$0			
47	Cost de concediere	\$12,000	\$2,000	\$110,000	\$0	\$124,000			
48	Salariu	\$141,000	\$139,500	\$57,000	\$57,000	\$394,500			
49	Salariu pe ore suplimentare	\$0	\$0	\$0	\$0	\$0			
50	Cost materii prime	\$56,400	\$55,800	\$22,800	\$22,500	\$157,500			
51	Cost de stocare	\$3,780	\$0	\$0	\$0	\$3,780			
52	Cost de penurie	\$0	\$400	\$10,000	\$0	\$10,400			
53	Totaluri	\$213,180	\$197,700	\$199,800	\$79,500	\$690,180			

Denumirile domeniilor:

Cerere: B36:E36
 Concedieri: B19:E19
 Angajari: B18:E18
 OrePerPereche: B12
 StocInit: B4
 MuncitInit: B5
 MaxOS: B7
 Existent: B34:E34
 OSDisponibil: B25:E25
 OS: B23:E23
 OSSalariu: B11
 CapProd: B32:E32
 Productie: B30:E30
 SalariiTL: B10
 TLStandard: B6
 CostTot: F46
 CostUnitConced: B9
 CostUnitAngaj: B8
 CostUnitStoc: B14
 CostUnitMateriale: B13

Domenii aditionale:

StocFin: B43:E43
 Surplus: B39:E39
 Net: B41:E41
 Penurie: B40:E40
 CostUnitPenurie: B15
 ExistentLuna4:E35
 CerereLuna4:E37

Figura 2.13

Probleme:

1. Motociclete S.A. își determină programul de producție pentru următoarele 4 trimestre. Cererea pentru motociclete este previzionată ca fiind: 40 în trimestrul 1, 70 pentru trimestrul 2, 50 pentru trimestrul 3 și 20 pentru trimestrul 4. Costurile asociate sunt:
 - 400\$ cost de producție pe motocicletă

- la sfârșitul fiecărui trimestru costul de stocare este de 100\$ pe motocicletă.
- Dacă producția descrește de la un trimestru la altul se plătesc costuri suplimentare de 600 \$ pe motocicletă

Cererea trebuie satisfăcută în fiecare trimestru. Înainte de trimestrul 1 s-au produs 50 de motociclete. La începutul trimestrului 1 nu există motociclete în stoc.

Să se minimizeze costul total al companiei pe următoarele 4 trimestre.

- Referitor la problema precedentă se presupune că Motociclete S.A. nu este obligată să satisfacă cererea trimestrial. Pentru fiecare trimestru în care cererea pentru motociclete nu este acoperită se calculează un cost de penurie de 110\$ pe motocicletă. Cererea poate fi reprogramată pentru trimestrele următoare dar trebuie satisfăcută complet până la finele ultimului trimestru.

2.3. Probleme de transport

În multe cazuri companiile realizează produse în locații numite **puncte de ofertare** și livrează aceste produse către locațiile clienților numite **puncte de cerere**. Fiecare punct de ofertare are o capacitate limitată de livrare și fiecare client trebuie să primească cantitatea de produse solicitată. Modelele cu foi de calcul se pot utiliza pentru a determina metoda de livrare cu costuri minime pentru a satisface cererile clienților.

În acest caz se va presupune că singurele livrări posibile sunt cele directe de la punctul de ofertare la cel de cerere; aceasta înseamnă că nu este posibilă nici o livrare între punctele de ofertare sau cele de cerere. Un astfel de tip de problemă se numește problemă de transport.

Exemplu. Mix Electrica este o firmă care cuprinde trei uzine furnizoare de electricitate care produc curent electric pentru patru orașe. Fiecare uzină poate furniza cantitatea ilustrată în tabelul următor (în mil. kwh):

	Oferta
Uzina 1	35
Uzina 2	50
Uzina 3	40

Tabel 2.1.

Cererea maximă de curent electric este ilustrată de tabelul următor(în mil. kwh):

	Cerere
Oraș 1	45
Oraș 2	20
Oraș 3	30
Oraș 4	30

Tabel 2.2

Costul în \$ al furnizării unui milion kwh de către fiecare uzină pentru fiecare oraș este ilustrată în tabelul următor:

	Oraș 1	Oraș 2	Oraș 3	Oraș 4
Uzina 1	8	6	10	9
Uzina 2	9	12	13	7
Uzina 3	14	9	16	5

Tabel 2.3

Mix Electrica încearcă să găsească costul minim de satisfacere a celor patru orașe.

Soluție.

Pentru a stabili modelul pentru foaia de calcul pentru distribuția de curent electric a companiei Mix Electrica va trebui să avem în vedere următoarele:

- curentul electric livrat (în mil. kwh) de la fiecare uzină către fiecare oraș
- curentul electric total livrat de la fiecare uzină
- curentul electric total primit de fiecare oraș
- costul total de transport

Desfășurarea aplicației. Modelul cu foi de calcul va fi ilustrat în figura următoare.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Problema de transport Mix Electrica									
2										
3	Costuri de livrare unitare									
4			Catre							
5			Oraș 1	Oraș 2	Oraș 3	Oraș 4				
6		Uzina 1	\$8	\$6	\$10	\$9				
7	De la	Uzina 2	\$9	\$12	\$13	\$7				
8		Uzina 3	\$14	\$9	\$16	\$5				
9										
10	Livrari									
11			Catre							
12			Oraș 1	Oraș 2	Oraș 3	Oraș 4	Total livrari		Capacitate	
13		Uzina 1	0	10	25	0	35	<=	35	
14	De la	Uzina 2	45	0	5	0	50	<=	50	
15		Uzina 3	0	10	0	30	40	<=	40	
16		Total cantitate pr	45	20	30	30				
17			>=	>=	>=	>=				
18		Cerere	45	20	30	30				
19										
20	Cost total	1020								

Denumirile domeniilor:
 Capacitate: I13:I15
 Cerere: C18:F18
 CantitatePrimita: C16:F16
 Livrari: C13:F15
 TotCost: B20
 TotLivrari: G13:G15
 CostUnitar: C6:F6

Figura 2.14

Pentru desfășurarea aplicației sunt indicați următorii pași:

1. **Date de intrare.** Se introduc costurile de livrare unitare pentru fiecare oraș în domeniul Costuri de Livrare Unitare. Se introduc capacitățile uzinelor în domeniul Capacitate și cererile orașelor în domeniul Cerere.
2. **Cantități livrate.** Se introduc orice valori inițiale pentru livrările fiecărei uzine către fiecare oraș în domeniul Livrări. Acestea sunt celule tip changing cells.
3. **Totaluri livrări.** Se calculează cantitățile livrate de fiecare uzină în domeniul TotLivrari prin însumarea pe orizontală a valorilor rândului aparținând domeniului Livrări. Similar se calculează cantitățile livrate către fiecare oraș în domeniul CantitatePrimita pe verticală a valorilor coloanei aparținând domeniului Livrări.
4. **Costul total de livrare.** Se calculează costul total de livrare de la uzine către orașe în celula TotCost cu formula

=SUMPRODUCT(CostUnitar, Livrari)

Formula însumează totalul producției în funcție de costurile de livrare și cantitățile livrate.

Folosirea Solver-ului.

Caseta de dialog a Solver-ului este ilustrată în figura următoare:

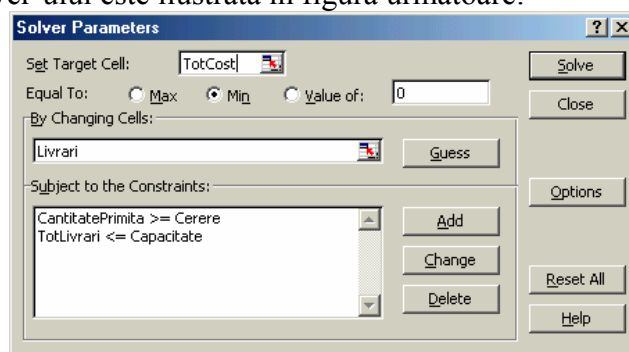


Figura 2.15

Se va minimiza costul total de livrare păstrându-ne totuși în limita capacităților și satisfăcând cererea.

Observație. Pentru ca Solverul să rezolve corect problema trebuie validate opțiunile Assume Non-Negative și Assume Linear Model din caseta Options.

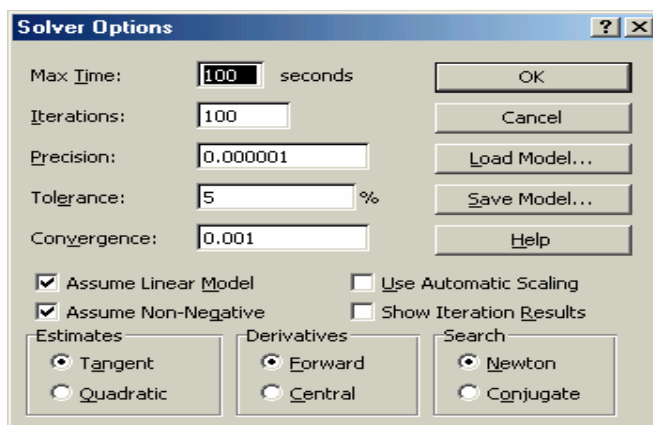


Figura 2.16

Soluția optimă ilustrată anterior poate fi reprezentată grafic astfel:

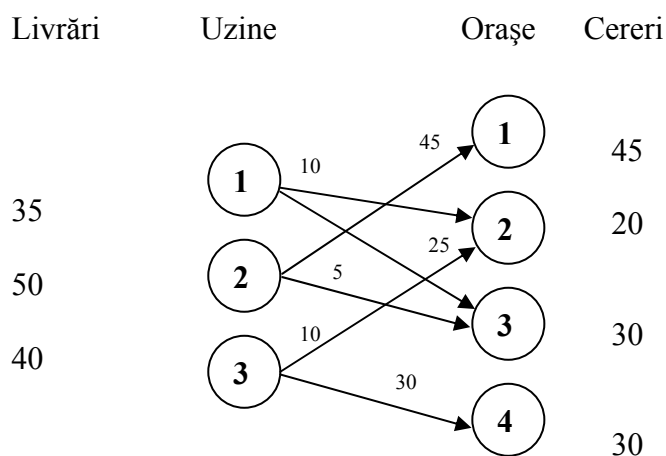


Figura 2.17

Un cost minim de 1020\$ se obține prin utilizarea rutelor de livrare din figură.

Probleme:

- Oteluri S.A. produce trei tipuri de oțel la diferite uzine. Timpul necesar pentru a produce o tonă de oțel iar costurile asociate sunt arătate în figura următoare. În fiecare săptămână 100 de tone pentru fiecare tip de oțel trebuie produsă. Fiecare uzină este deschisă 40 de ore pe săptămână. Determinați modul în care trebuie minimizat costul de producție pentru companie.

4		Cost			
5		Otel 1	Otel 2	Otel 3	Timp
6	Uzina 1	\$60	\$40	\$28	20
7	Uzina 2	\$50	\$30	\$30	16
8	Uzina 3	\$43	\$20	\$20	5
9					

- Transporturi S.A. oferă bunuri către consumatori, fiecare dintre ei având nevoie de 30 de unități. Companie are două depozite. În depozitul 1 40 de unități sunt disponibile iar în depozitul 2, 30 de unități sunt disponibile. Costul pentru a transporta o unitate de la fiecare depozit la consumator este arătat mai jos. Penalizarea pentru fiecare unitate nesatisfăcută este de 90\$ pentru consumatorul 1 iar pentru consumatorul 2 de 80\$ și pentru consumatorul 3 de 110\$. Determinați costul minim de transport.

3	Costuri de transport unitare			
4		Consumator 1	Consumator 2	Consumator 3
5	Depozit 1	\$15	\$35	\$25
6	Depozit 2	\$10	\$30	\$40
7				

3. Tehnici de previziune

În cadrul acestei secțiuni vom discuta două tipuri importante de metode de previziune: metode de extrapolare și metode cauzale. Metodele de extrapolare estimează valorile viitoare ale unei serii cronologice (de timp) doar pe baza valorilor trecute ale seriei. Atunci când se utilizează aceste metode se presupune că modelul (pattern-ul) care a generat datele de până acum va continua și în viitor. Prin contrast, metodele cauzale estimează valorile viitoare ale unei serii cronologice (numită variabilă dependentă) utilizând datele trecute pentru a stabili relația dintre variabila dependentă și una sau mai multe variabile independente.

Înainte de a începe vom prezenta o serie de notații ce sunt uzuale în analiza seriilor cronologice.

Fie x_1, x_2, \dots, x_n valorile observate ale seriei cronologice, unde x_t este valoare observată la momentul t . Fie f_t previziunea pentru perioada t făcută după ce s-a observat x_{t-1} .

Acuratețea metodelor de previziune se judecă după erorile de previziune. Eroare de previziune o notăm cu e_t și are relația $e_t = x_t - f_t$. O măsură utilizată frecvent pentru acuratețea previziunilor

este MAD (media abaterilor absolute – mean absolute deviation). Formula este $MAD = \frac{\sum |e_t|}{T}$,

unde T este numărul de valori estimate realizate.

În acest capitol vor fi introduse următoarele comenzi și funcții:

- AVERAGE
- Tools - Data Analysis
- INTERCEPT
- SLOPE
- CORREL
- RSQ
- STEYX

3.1. Medii mobile

Exemplu. Firma ABC vinde televizoare, casetofoane cu compact disc (CD) și aparate de condiționat aerul (AC). Vânzările lunare pe ultimele 24 de luni, Ianuarie 2000 până în Decembrie 2001 se află în tabelul de mai jos. Compania dorește să descopere metode de previziune potrivite pentru estimarea vânzărilor pentru următoarele luni.

	A	B	C	D	E
1	Vanzarile companiei ABC				
2		Vanzari televizoare	Vanzari CD	Vanzari AC	
3	Luna 1	30	40	13	
4	Luna 2	32	47	7	
5	Luna 3	30	50	23	
6	Luna 4	39	49	32	
7	Luna 5	33	56	58	
8	Luna 6	34	53	60	
9	Luna 7	34	55	90	
10	Luna 8	38	63	93	
11	Luna 9	36	68	63	
12	Luna 10	39	65	39	
13	Luna 11	30	72	37	
14	Luna 12	36	69	29	
15	Luna 13	38	79	36	
16	Luna 14	30	82	21	
17	Luna 15	35	80	47	
18	Luna 16	30	85	81	
19	Luna 17	34	94	112	
20	Luna 18	40	89	139	
21	Luna 19	36	96	230	
22	Luna 20	32	100	201	
23	Luna 21	40	100	122	
24	Luna 22	36	105	84	
25	Luna 23	40	108	74	
26	Luna 24	34	110	62	
27					

Figura 3.1

Soluție. Pentru metoda cu medii mobile previziunea este dată de

$$f_t = \text{Media ultimelor } n \text{ observatii} = \frac{x_{t-1} + x_{t-2} + \dots + x_{t-N}}{N} \text{ unde } N \text{ este un parametru dat numit ordin.}$$

Pentru a ilustra această metodă vom alege $N=3$ și vom previziona vânzările de TV pentru primele 6 luni. Pentru lunile 1-3 nu avem valori observate astfel că nu putem realiza o previziune cu medii mobile pentru aceste luni. Pentru luna 4 previziunea bazată pe primele 3 observații este:

$$f_4 = \frac{30 + 32 + 30}{3} = 30.67$$

În mod similar previziunile pentru lunile 5 și 6 sunt:

$$f_5 = \frac{32 + 30 + 39}{3} = 33.67 \text{ și}$$

$$f_6 = \frac{30 + 39 + 33}{3} = 34$$

De observat faptul că de la o perioadă la alta previziunea cu medii mobile „se deplasează” prin înlocuirea observațiilor mai vechi cu cele mai recente.

Alegerea ordinului. Metoda de previziune cu medii mobile este determinată în întregime de ordinul N , numărul de perioade utilizate pentru a calcula fiecare medie mobilă. Este rezonabil să alegem N pe baza MAD (media erorilor absolute). Astfel, vom căuta acel N care minimizează MAD.

Pentru $N=3$ vom avea $e_4 = 39(\text{vanzari reale luna 4}) - 30.67(\text{vanzari estimate luna 4})$,

$e_5 = 33 - 33.67 = -0.67$, $e_6 = 34 - 34 = 0$. MAD este media valorilor absolute ale acestor erori.

Deci, pentru $N=3$ avem:

$$MAD = \frac{|e_4| + |e_5| + |e_6|}{3} = \frac{8.33 + 0.67 + 0}{3} = 3$$

Aplicând metoda mediilor mobile datelor din cele 24 de luni pentru vânzări de TV se vor obține diverse valori pentru MAD. Ordinul N va corespunde celui mai mic MAD.

Metoda mediilor mobile folosind foile de calcul. Este destul de simplu de aplicat metoda mediilor mobile în Excel. Funcția AVERAGE poate fi utilizată pentru a genera mediile mobile iar funcția ABS(valoare absolută) poate fi utilizată pentru a genera MAD. Procedura este indicată în continuare:

1. **Datele:** Datele originale se află în coloanele (B3:B26). Pentru o mai buna vizualizare copiați datele în coloanele F3:F26 .
2. **Previziunea (medii mobile):** Introduceți prima medie mobila în celula G6 cu formula =AVERAGE (F3:F5). Aceasta este media vânzărilor pentru primele trei luni fiind o previziune pentru luna a 4-a. De aceea o vom plasa în dreptul vânzărilor din luna a 4-a. Copiați aceasta formulă în domeniul G7:G27. Remarcați că valoarea din G27 este o previziune pentru luna 25, prima lună pentru care nu avem încă valori observate.
3. **Erori de previziune:** calculați erorile de previziune în luna a 4-a în celula H6 cu formula =F6-G6 si calculați eroarea absoluta în celula I6 cu formula =ABS(H6). Copiați prima dintre formule în domeniul H7:H27, iar cea de a doua în domeniul I7:I27.
4. **Abaterea medie absolută (MAD).** Calculați MAD în celula I27 cu formula =AVERAGE(I6:I26).
5. **Reprezentare grafică.** Pentru a face o comparație între valorile observate și valorile estimate cu metoda mediilor mobile, creați o diagramă (se folosesc datele din coloanele F, G și rândurile 3- 26). Aceasta diagramă ilustrează efectul de nivelare al previziunii. Seria formată din valorile estimate este în general mai aplatizată decât seria originală depinzând însă de mărimea ordinului N (cu cât mai mare este valoarea lui N cu atât aplatizarea este mai accentuată).

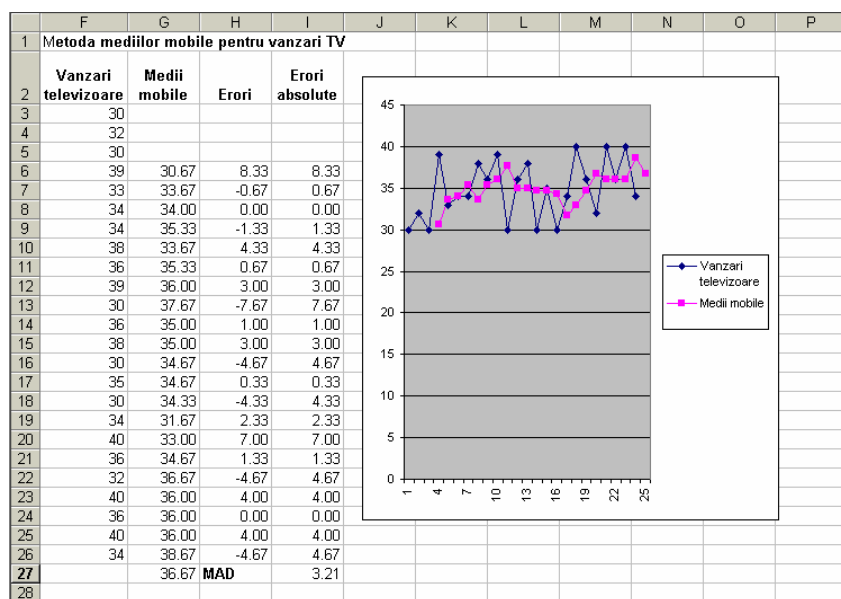


Figura 3.2

Excel are funcții de analiză a datelor ce pot accelera procesul de previziune. Pentru a ilustra instrumentul de lucru pentru medii mobile reluați procedura de mai sus iar la pasul 2 folosiți meniul Tools – Data Analysis (este add-ins). Alegeți opțiunea Moving Averages ceea ce va deschide fereastra de dialog de mai jos. Completați astfel încât să obțineți coloana G (valorile observate domeniul , valorile estimate domeniul) și graficul din figura (în continuare va trebui să calculați erorile conform pașilor 3 și 4).

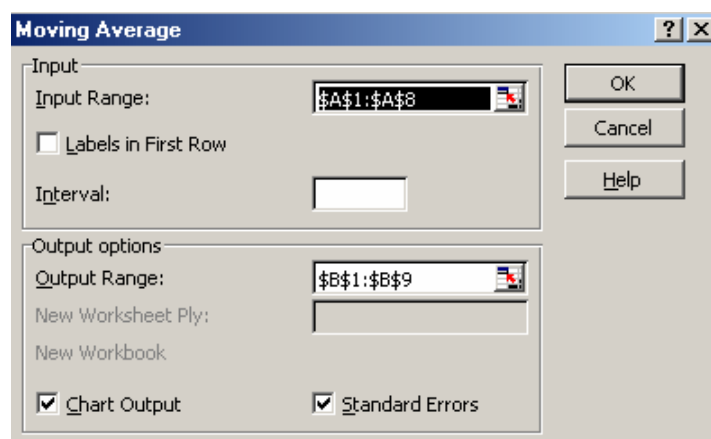


Figura 3.3

După ce s-a realizat o previziune pentru un anumit ordin N se poate modifica imediat pentru un alt ordin. De exemplu pentru N=6 se șterg formulele din domeniul G6:I18 (deoarece prima medie mobilă va fi acum pentru luna a 7-a pe rândul 9). Se schimbă media în celula G9 pentru domeniul F3:F8 și se copiază formula nouă în domeniul G10:G27.

3.2. Nivelarea exponențială simplă

Dacă o serie cronologică fluctuează în jurul unui nivel de bază având astfel un caracter orizontal, nivelarea exponențială simplă poate fi utilizată pentru a obține previziuni cu o acuratețe rezonabilă pentru viitoarele valori ale seriei.

Față de metoda mediilor mobile al cărui inconvenient este că fiecare valoare a seriei este tratată ca având aceeași pondere, în acest caz cu cât valorile sunt mai recente cu atât ele vor avea o mai mare importanță. Nivelarea exponențială este o tehnică de previziune care extrapolează o serie cronologică bazându-se pe principiul reducerii valorii informației odată cu trecerea timpului.

Pentru a descrie nivelarea exponențială simplă să considerăm L_t ca o “medie” a seriei cronologice după ce s-a realizat observarea valorii x_t . Putem gândi această medie ca cea mai bună aproximare a nivelului seriei dacă n-ar exista fenomene aleatoare. De aceea, după ce s-a realizat observarea lui x_t , L_t va fi prognoza pentru perioada $t+1$.

Ecuția este :

$$L_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)L_{t-1}$$

În ecuație α este un coeficient de nivelare ce satisface condiția $0 < \alpha < 1$. După ce s-a realizat observarea lui L_t (valoarea seriei la momentul t) se utilizează ecuația pentru a actualiza estimarea nivelului procesului de L_{t-1} la L_t . Ecuția ne spune că

L_{t+1} reprezintă de fapt o medie ponderată a observației noi și a estimării precedente. Mai mult dacă scriem ecuația la momentul $t-1$ avem:

$$L_{t-1} = \alpha x_{t-1} + (1 - \alpha)L_{t-2}$$

Substituind această ecuație în prima obținem:

$$L_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)[\alpha x_{t-1} + (1 - \alpha)L_{t-2}]$$

$$L_t = \alpha x_t + \alpha(1-\alpha)x_{t-1} + (1-\alpha)L_{t-2}$$

De asemenea pentru $t-2$ avem:

$$L_{t-2} = \alpha x_{t-2} + (1-\alpha)L_{t-3}$$

Substituind ecuația în cea precedentă avem:

$$L_t = \alpha x_t + \alpha(1-\alpha)x_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 x_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^3 L_{t-3}$$

Repetând procedeul vom obține:

$$L_t = \alpha x_t + \alpha(1-\alpha)x_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 x_{t-2} + \dots + \alpha(1-\alpha)^k x_{t-k} + \dots$$

deoarece $\alpha + \alpha(1-\alpha) + \dots = 1$ ecuația ne arată că cu cât ne întoarcem mai multe perioade în trecut nivelarea reprezintă de fapt o medie ponderată a acestor observații trecute. Intuim astfel că termenul exponențial vine din faptul că ponderea dată fiecărei observații descrește exponențial.

Cu cât valoarea lui α e mai mare cu atât ponderea acordată celor mai recente observații este mai mare. La extrem pentru $\alpha = 1$ avem $L_t = x_t$ ceea ce înseamnă că se urmăresc numai ultimele observații.

Cu cât valoarea lui α e mai mică accentul se pune mai puțin pe observațiile recente modelul rămânând stabil. Pentru $\alpha = 0$ avem $L_t = L_{t-1}$ ceea ce înseamnă că nu se ține cont de observațiile recente.

În practică α este ales de obicei între 0,1 și 0,5. Dacă valoarea coeficientului de nivelare depășește 0,5 seria probabil este supusă și altor influențe iar aplicarea acestei metode nu e recomandată.

Pentru a inițializa procedura avem nevoie o valoare pentru L_0 (înainte de observarea lui x_1). De obicei F_0 primește valoarea perioadei imediat precedente perioadei 1 dar sunt posibile și alte metode în funcție de lungimea seriei cronologice.

Previziunea f_t a lui x_t făcută în perioada $t-1$ este $f_t = L_{t-1}$. Utilizând această previziune erorile de previziune corespunzătoare sunt:

$$e_t = x_t - f_t = x_t - L_{t-1}$$

$$\text{Vom avea } L_t = \alpha(x_t - L_{t-1}) + L_{t-1} = L_{t-1} + \alpha e_t$$

Aceasta înseamnă că noua previziune reprezintă previziunea trecută plus o fracție a erorii de previziune.

Exemplu. Managerul companiei ABC a utilizat deja metoda mediilor mobile pentru vânzările Tv. Va obține rezultate mai bune folosind nivelarea exponențială simplă?

Soluția folosind Excel-ul.

Programul EXCEL ușurează aplicarea acestei metode prin apelarea la foile de calcul. Vom ilustra această metodă utilizând datele vânzărilor firmei ABC.

1.**Inițializare.** Folosind aceeași foaie de calcul ABC.XLS , copiați datele vânzărilor din căsuțele B2:B26 în căsuțele F2:F26.Pentru a face loc valorii inițiale L_0 introduceți un rând gol deasupra rândului 3. Acesta va fi rândul “ lunii 0”.(Vezi figura)

2.**Coeficientul de nivelare.**Introduceți o valoare pentru coeficientul de nivelare α în căsuța K3.Pentru a obține o valoare potrivită este nevoie de mai multe calcule ce vor fi realizate la punctul 6. Introduceți acum o valoare provizorie , de exemplu 0,1.

3.**Nivelarea.**Introduceți valoarea 32 (valoarea presupusă pentru vânzările din luna 0) în căsuța G3. Apoi pentru a utiliza ecuația nivelării exponențiale introduceți formula următoare :
 $=\$K\$3 * F4 + (1 - \$K\$3) * G3$
în căsuța G4 și copiați această formulă în căsuțele din domeniul G5:G27.

4.**Previziunile.** acestea vor fi valorile nivelate decalate cu o lună. Introduceți formula
 $=G3$
în căsuța H4 și copiați conținutul în căsuțele din domeniul H4:H28.trebuie remarcat faptul că în căsuța H28 se află previziunea pentru luna viitoare (35.27).

5.**Erorile de previziune.** Calculați erorile de previziune (valoarea reală minus previziunea) în coloana I și iar erorile absolute și MAD în coloana J.

6.**Efectul schimbării coeficientului de nivelare.** Pentru a vedea efectul alegerii unor coeficienți de nivelare diferiți puteți introduce diverse valori în căsuța K3 sau puteți construi alt tabel. Pentru a crea acest tabel introduceți o listă de valori α În coloana A, introduceți formula
 $=J28$
în căsuța B46 și selectați domeniul A46:B56.Apoi utilizați meniul Data/Table cu conținutul căsuței K3.Acesta arată ca pentru coeficientul de nivelare din intervalul 0.2 la 0.3 se obține cea mai mică valoare a lui MAD. Introduceți acest coeficient în căsuța K3 așa cum am făcut la punctul 2.

7.**Graficul.**Realizați graficul valorilor istorice și al previziunilor (folosind coloanele F și H).Remarcați faptul că pentru un coeficient relativ mic ($\alpha = 0.10$), seria formată din valorile previzionate este mult mai netedă față de seria valorilor istorice.

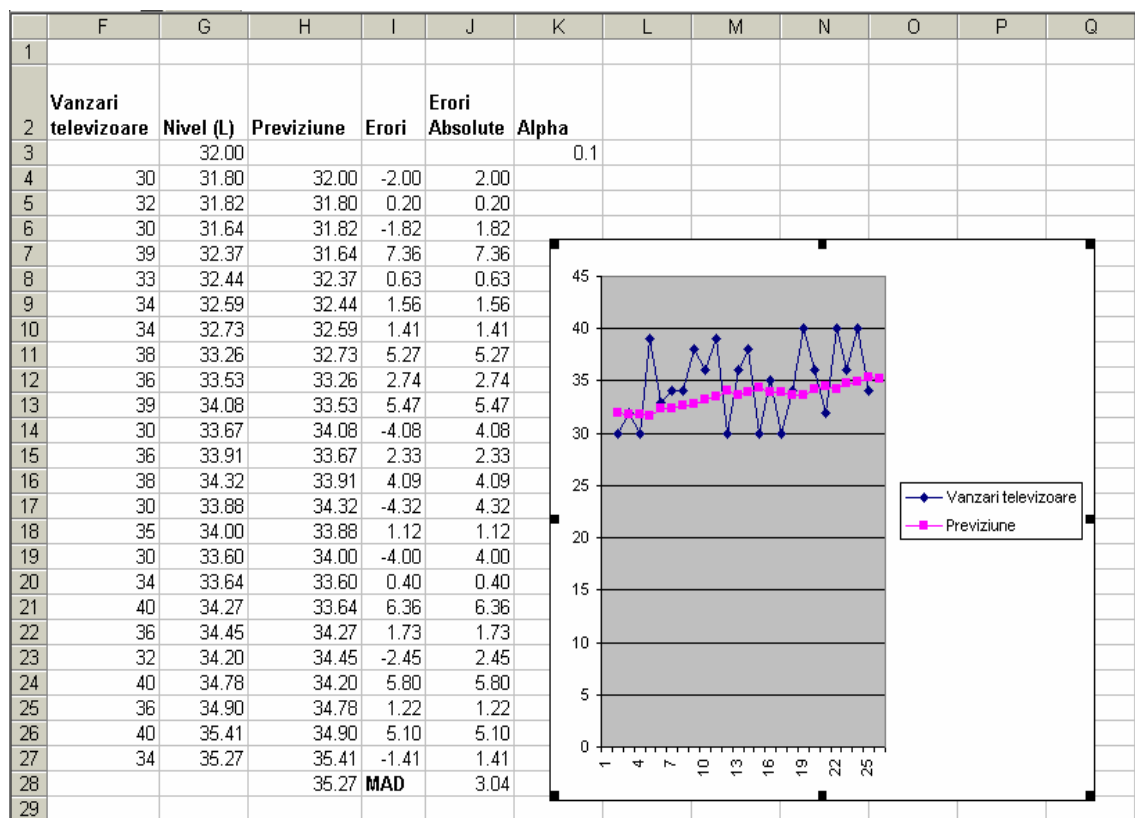


Figura 3.4

Observație. EXCEL oferă de asemenea realizarea nivelării exponențiale prin utilizarea meniului Tools/Data Analysis. Acesta utilizează o altă metodă în privința inițializării metodei astfel că previziunile vor fi ușor diferite. Puteți experimenta acest instrument dar acesta nu oferă un avantaj semnificativ metodei pas cu pas prezentată mai sus. În plus acest instrument are și un dezavantaj deoarece nu se aplică decât nivelării exponențiale simple.

3.3. Metoda Holt pentru serii cronologice

În cazul în care seria cronologică prezintă un trend liniar (și nu are profil sezonier) metoda lui Holt oferă de obicei previziuni destul de precise. După observarea lui x_t în perioada t , metoda lui Holt realizează o estimare a nivelului L_t și a trendului T_t a seriei. De exemplu dacă $L_{20} = 20$ și $T_{20} = 2$ aceasta înseamnă că după observarea lui x_{20} se consideră că nivelul seriei este 20, acesta crescând cu două unități pe perioadă. Din această cauză pentru 5 perioade în viitor estimăm că nivelul seriei va fi 30.

După observarea lui x_t , ecuațiile de mai jos sunt utilizate pentru a actualiza estimările pentru nivel și trend. În acest caz avem doi coeficienți de nivelare, α și β , fiecare între 0 și 1.

$$L_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$$

Pentru a exprima aceste ecuații în cuvinte L_t este media ponderată a celor două cantități :

- x_t este observația curentă.

- $L_{t-1} + T_{t-1}$ reprezintă o estimare a nivelului perioadei t bazat pe datele anterioare.

În mod similar, T_t este media ponderată a următoarelor două cantități:

- $L_t - L_{t-1}$ modificarea nivelului seriei din perioada (t-1) în perioada t.
- T_{t-1} , estimarea precedentă a trendului

Previziunea f_t făcută în perioada (t-1) pentru perioada t reprezintă de fapt nivelul seriei din perioada (t-1) la care se adaugă trendul din perioada (t-1).

$$f_t = L_{t-1} + T_{t-1}$$

Pentru a inițializa metoda Holt avem nevoie de o estimare inițială a nivelului L_0 și o estimare a trendului T_0 . Putem presupune T_0 ca fiind egal cu creșterea medie lunară în seria cronologică din anul precedent iar L_0 ca fiind observația din ultima lună, dar se pot realiza variate alte metode de selectare a celor două valori.

Vom ilustra acum metoda lui Holt pe baza datelor vânzărilor firmei ABC. Managerul a observat faptul că vânzările de CD-uri ale firmei ABC are un trend clar ascendent și, din această cauză, dorește să utilizeze metoda lui Holt pentru a previziona vânzările de CD-uri.

Pentru a începe să presupunem că vânzările de CD-uri din anul trecut au fost, în ordine 4,6,8,10,14,18,20,22,24,28,31 și 34. Media acestor schimbări pentru aceste luni a fost de :

$$\frac{(6-4)+(8-6)+(10-8)+\dots+(34-31)}{11} = \frac{34-4}{11} = 2.73$$

Putem utiliza ca valori inițiale $T_0=2.73$ și $L_0=34$ pentru a putea folosi metoda Holt.

Prin aplicarea metodei Holt pentru primele 6 luni ale vânzărilor de CD-uri, utilizând $\alpha=0.3$ și $\beta=0.1$ vom obține valorile din tabelul de mai jos. Modul de efectuare a calculelor este prezentat în continuare.

T	x_t	L_t	T_t	f_t	e_t
0	34	34.00	2.73	-	-
1	40	37.71	2.83	36.73	3.27
2	47	42.48	3.02	40.54	6.46
3	50	46.85	3.16	45.50	4.50
4	49	49.70	3.13	50.01	-1.01
5	56	53.78	3.22	52.83	3.17
6	53	55.80	3.10	57.00	-4.00

Tabel 3.1

$$f_1 = L_0 + T_0 = 34 + 2.73 = 36.73$$

$$e_1 = x_1 - f_1 = 40 - 36.73 = 3.27$$

$$L_1 = 0.3x_1 + 0.7(L_0 + T_0) = 0.3(40) + 0.7(34 + 2.73) = 37.71$$

$$T_1 = 0.1(L_1 - L_0) + 0.9T_0 = 0.1(37.71 - 34) + 0.9(2.73) = 2.83$$

$$f_2 = L_1 + T_1 = 37.71 + 2.83 = 40.54$$

$$e_2 = x_2 - f_2 = 47 - 40.54 = 6.46$$

Pentru primele șase luni de vânzări de CD-uri avem:

$$MAD = \frac{3.27 + 6.46 + 4.5 + 1.01 + 3.17 + 4.00}{6} = 3.74$$

Continuând calculele vom avea MAD pentru cele 24 de luni ca fiind egal cu 2.85.

Metoda lui Holt pe foaia de calcul. Procedura pentru aplicarea metodei Holt vânzărilor firmei ABC este prezentată mai jos :

1. **Inițializare.** Pornind de la fișierul original se copiază datele din domeniul C2:c26 în F2:F26. Pentru a face loc valorile de inițializare L_0 și T_0 , inserați un rând gol sub rândul 2. Acesta va fi rândul “lunii 0”. Introduceți valorile 34 și 2.73 pentru L_0 și T_0 în celulele G3 și H3.
2. **Constante de nivelare.** Introduceți valorile pentru α și β cum ar fi 0.3 și 0.1 în celulele L3 și L5.
3. **Formula pentru nivelul seriei.** Se introduce formula
 $=\$L\$3*\$F4+(1-\$L\$3)*(\$G3+\$H3)$ în celula G4 și se copiază această formulă în domeniul G5:G27.
4. **Formula pentru trend(tendință).** Se introduce formula
 $=\$L\$5*(\$G4-\$G3)+(1-\$L\$5)*\$H3$
în celula H4 și se copiază această formulă în domeniul H5:H27.
5. **Previziunea.** Se introduce previziunea pentru luna 1 în celula I4 cu formula
 $=\$G3+\$H3$
și se copiază în domeniul I5:I28. Se observă că previziunea în celula I28 este previziunea lunii 25 făcută în luna 24. Pentru a realiza o previziune a lunii 26 în luna 24 se introduce formula
 $=\$G27+2*\$H27$
în celula I29. Vom putea face previziuni pentru lunile 27,28 și așa mai departe într-un mod asemănător, prin adăugarea unor multiplicatori corespunzători ultimei estimări a trendului. (care se află în celula H27).
6. **Erorile de previziune.** Se calculează erorile, erorile absolute și MAD în coloanele J și K în modul cunoscut.
7. **Graficul.** Se creează un grafic al previziunilor față de datele reale (utilizând coloanele F și I).

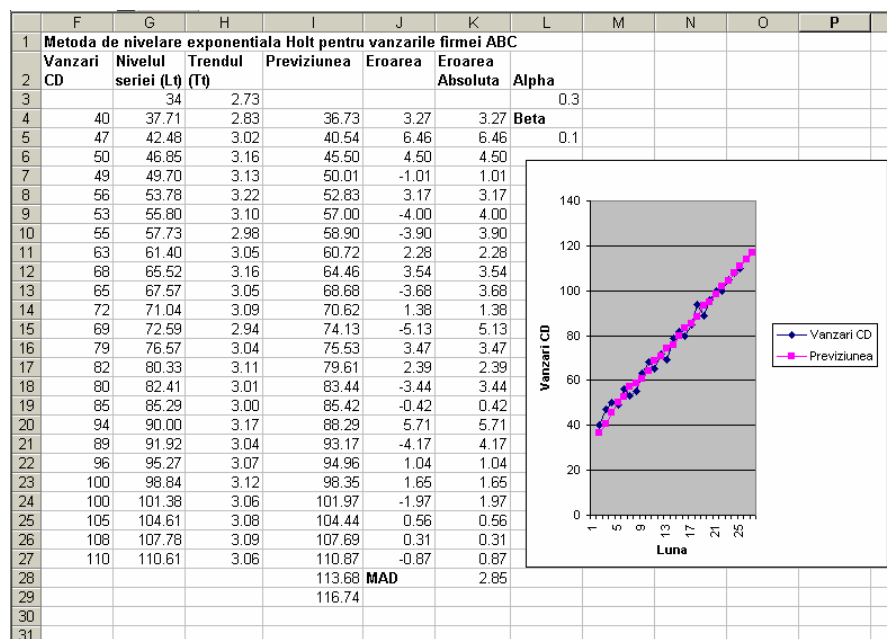


Figura 3.5

8. **Efectul constantelor de nivelare.** Pentru a vedea sensibilitatea MAD la constantele α și β , se creează un tabel de date în domeniul A49:K59. Pentru a realiza acest lucru se introduce o listă de valori α în coloana A, o listă de valori β în rândul 49 și se introduce formula =K28 în celula A49. Apoi se selectează domeniul A49:K59 și se utilizează Data/Table cu L5 ca Row input cell și L3 ca Column input cell. Acest tabel de date indică faptul că cele mai bune valori α și β sunt în jurul valorii de .10 și .35. Mai important, oricum, este faptul că tabelul arată că valoarea MAD este destul de insensibilă la valorile exacte α și β pentru un domeniu destul de mare.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
48	Tabel de date pentru MAD în funcție de Alpha (pe coloana) și Beta (pe rând)										
49	2.85	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
50	0.05	4.10	3.07	2.88	2.82	2.81	2.86	2.91	2.95	3.01	3.07
51	0.10	3.50	2.86	2.79	2.77	2.79	2.85	2.90	2.96	3.02	3.07
52	0.15	3.13	2.80	2.75	2.74	2.79	2.86	2.92	2.98	3.04	3.10
53	0.20	2.97	2.80	2.72	2.73	2.80	2.87	2.94	3.00	3.06	3.13
54	0.25	2.90	2.78	2.71	2.75	2.82	2.89	2.96	3.03	3.09	3.16
55	0.30	2.92	2.74	2.71	2.76	2.84	2.91	2.98	3.05	3.12	3.19
56	0.35	2.94	2.70	2.72	2.78	2.85	2.93	3.01	3.08	3.15	3.22
57	0.40	2.97	2.70	2.73	2.79	2.88	2.95	3.03	3.11	3.18	3.25
58	0.45	2.98	2.73	2.75	2.81	2.90	2.97	3.06	3.14	3.21	3.28
59	0.50	2.98	2.75	2.77	2.84	2.93	2.99	3.09	3.17	3.24	3.31

Figura 3.6

3.4. Metoda Winters pentru sezonabilitate

Metoda Winters este utilizată pentru a previziona serii cronologice atunci când este prezentă sezonabilitatea și trendul.

Pentru a descrie metoda Winters, avem nevoie de 2 valori. În primul rând, avem nevoie de numărul de perioade ce definesc lungimea ciclului de sezonabilitate ($c=4$ pentru date trimestriale și $c=12$ pentru date lunare). În al doilea rând, pentru fiecare perioadă t , avem nevoie de s_t , o estimare a factorului de sezonabilitate pentru luna t , obținut după observarea valorii y_t . Pentru a ilustra

factorului de sezonalitate să presupunem că luna 7 este Iulie iar $s_7=2$. Atunci vânzările din Iulie tind să fie de două ori mai mari decât într-o lună cu vânzări medii.

Un concept important în lucrul cu date sezoniere este desezonalizarea, ceea ce înseamnă de fapt înlăturarea sezonalității. De exemplu dacă factorul sezonier pentru Iulie în luna 7 este $s_7=2$ iar pentru Decembrie în luna 12 este $s_{12} = 0.4$. De asemenea să presupunem că observațiile în lunile 7 și 12 sunt $y_7 = 200$ și $y_{12} = 45$. Apoi calculăm valorile desezonalizate împărțind observațiile la factorii de sezonalitate. Valoarea desezonalizată pentru Iulie este $y_7 / s_7 = 200 / 2 = 100$ iar pentru Decembrie este $y_{12} / s_{12} = 45 / 0.4 = 112.5$. Intuitiv acest lucru se prezintă astfel: observațiile din Iulie tind să fie de două ori mai mari decât cele tipice astfel încât, pentru a le pune pe aceeași scală cu observațiile tipice, le vom împărți la 2.

În cele ce urmează, L_t și T_t au aceeași semnificație ca în metoda Holt. Pentru fiecare perioadă L_t, T_t și s_t sunt actualizate folosind ecuațiile prezentate în continuare. În acest caz avem trei constante de nivelare α, β, γ fiecare între 0 și 1.

$$L_t = \alpha \frac{y_t}{s_{t-c}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$$

$$s_t = \gamma \frac{y_t}{L_t} + (1 - \gamma)s_{t-c}$$

Prima dintre ecuații actualizează estimările pentru nivelul seriei considerând o medie ponderată a următoarelor două valori:

- $L_{t-1} + T_{t-1}$, estimarea pentru nivelul curent (înainte de observarea lui y_t)

- $\frac{y_t}{s_{t-c}}$, observația curentă după desezonalizare cu cel mai recent factor de sezonalitate pentru acea lună (cel cu un an în urmă).

A doua ecuație este identică cu ecuația pentru T_t folosită în metoda Holt. În final, ultima ecuație actualizează estimarea factorului sezonier t prin considerarea unei medii ponderate a următoarelor două valori:

- s_{t-c} , estimarea cea mai recentă a factorului de sezonalitate a lunii t .

- $\frac{y_t}{L_t}$, estimarea factorului de sezonalitate a lunii, obținut din observarea lunii curente. (Observație:

L_t este în mod esențial o valoare desezonalizată. De aceea împărțind y_t la L_t produce o estimare a factorului de sezonalitate).

Previziunea f_t a y_t făcută în perioada $t-1$ este $f_t = (L_{t-1} + T_{t-1})s_{t-c}$.

Pentru a previziona valoarea lui y_t , vom multiplica estimarea nivelului lunii t , $L_{t-1} + T_{t-1}$, cu cele mai recente estimări a factorului de sezonalitate al lunii t , s_{t-c} . De exemplu, dacă luna t corespunde lunii Mai 2001 putem utiliza factorul de sezonalitate din Mai anul precedent (deoarece nu există un nou factor de sezonalitate pentru Mai 2001 nu este disponibil în Aprilie al aceluiași an, când previziunea este realizată).

Exemplu. Se va ilustra utilizarea metodei Winters pentru a previziona vânzările companiei ABC. Deoarece vânzările companiei ABC prezintă o sezonalitate evidentă – mai mică în lunile reci și mai mare în lunile calduroase – managerul dorește să utilizeze metoda Winters pentru a previziona vânzările companiei.

Soluție

Pentru a obține previziuni corecte cu metoda Winters trebuie obținute în prealabil estimări inițiale ale nivelului, trendului și factorilor sezonieri. Vom ilustra în continuare procedura când datele sunt lunare iar luna 1 corespunde lunii Ianuarie. Fie:

L_0 = estimarea nivelului de bază la începutul lunii 1

T_0 = estimarea trendului la începutul lunii 1

s_{-11} = estimarea factorului sezonier pentru Ianuarie la începutul lunii 1

s_{-10} = estimarea factorului sezonier pentru Februarie la începutul lunii 1

.

.

.

s_0 = estimarea factorului sezonier pentru Decembrie la începutul lunii 1

De observat faptul că indicii –11 până la 0 corespund celor 12 luni înainte de luna 1.

O varietate de metode sunt disponibile pentru a estima parametrii inițiali. Vom alege o metodă simplă ce necesită doi ani de date anterioare. Pentru a ușura notația se presupune că cei doi ani sunt 1999 și 2000 și că vânzările lunare pentru 1999 și 2000 sunt:

1999 – 4,3,10,14,25,26,38,40,28,17,16,13

2000 – 9,6,18,27,48,50,75,77,52,33,31,24

Vânzări totale pe 1999 = 234

Vânzări totale pe 2000 = 450

Apoi estimăm T_0 prin:

$$T_0 = \frac{(\text{media vanzari } 1999) - (\text{media vanzari } 2000)}{12}$$

sau

$$T_0 = \frac{\left(\frac{450}{12} - \frac{234}{12} \right)}{12} = 1.5$$

Pentru a estima L_0 , mai întâi se determină cererea lunară medie în 1999 ceea ce înseamnă $450/12=37.5$. Acesta estimează nivelul vânzărilor la mijlocul lui 1999 (luna “6.5” din 1999). Pentru a aduce această estimare la sfârșitul lunii 12 din 1999, se va adăuga $(12-6.5) T_0 = 5.5 T_0$ la media lunară. De aceea, estimarea pentru L_0 este $L_0 = 37.5 + 5.5(1.5) = 45.75$.

Pentru a estima factorul sezonier pentru o lună dată (să spunem s_{-11} pentru Ianuarie), se vor estima factorii sezonieri pentru 1999 și 2000 și se va realiza media. În 1999, cererea lunară medie a fost de $234/12=19.5$ iar în Ianuarie 2000 s-au vândut 4 aparate de condiționat aerul (AC). De aceea, Estimarea pentru factorul de sezonalitate pentru Ianuarie 1999 = $4/19.5=0.205$
Estimarea pentru factorul de sezonalitate pentru Ianuarie 2000 = $9/37.5=0.240$

De aceea estimarea pentru s_{-11} este

$s_{-11} = \frac{0.205 + 0.24}{2} = 0.22$ s_{-10} până la s_0 sunt calculați într-un mod similar și au valorile din tabelul următor.

Ianuarie	0.22
Februarie	0.16
Martie	0.50
Aprilie	0.72
Mai	1.28
Iunie	1.33
Iulie	1.97
August	2.05
Septembrie	1.41
Octombrie	0.88
Noiembrie	0.82
Decembrie	0.65

Tabel 3.2

Cu aceste valori inițiale se vor ilustra câteva calcule. Pentru luna 1 se vor calcula într-un mod similar, L_1 , T_1 și s_1 utilizând $\alpha = .5$, $\beta = .4$, $\gamma = .6$.

$$L_1 = 0.5 \frac{y_1}{s_{-11}} + 0.5(L_0 + T_0) = 0.5 \frac{13}{0.22} + 0.5(45.75 + 1.5) = 53.17$$

$$T_1 = 0.4(L_1 - L_0) + 0.6T_0 = 0.4(53.17 - 45.75) + 0.6(1.5) = 3.87$$

$$s_1 = 0.6 \frac{y_1}{L_1} + 0.4s_{-11} = .6 \left(\frac{13}{53.17} \right) + .4(.22) = .23$$

Date fiind aceste valori, previziunea pentru luna 2 este

$$f_2 = (L_1 + T_1)s_{-10} = (53.17 + 3.87)(.16) = 9.13$$

Pentru vânzările din februarie eroarea de previziune este

$$e_2 = x_2 - f_2 = 7 - 9.13 = -2.13$$

Calcule similare duc la valorile din tabelul următor.

t	x_t	L_t	T_t	s_t	f_t	e_t
0	24	45.75	1.5	0.65		
1	13	53.17	3.87	0.23	10.40	2.61
2	7	50.39	1.21	0.15	9.13	-2.13
3	23	48.80	0.09	0.48	25.80	-2.80
4	32	46.67	-0.80	0.70	35.20	-3.20
5	58	45.59	-0.91	1.28	58.71	-0.71
6	60	44.90	-0.82	1.33	59.42	0.58
7	90	44.88	-0.50	1.99	86.82	3.18
8	93	44.87	-0.30	2.06	90.97	2.03
9	63	44.62	-0.28	1.41	62.84	0.16
10	39	44.33	-0.29	0.88	39.02	-0.02
11	37	44.58	-0.07	0.83	36.12	0.88
12	29	44.56	-0.05	0.65	28.93	0.07

Tabel 3.3

Metoda Winters pentru foi de calcul. Implementarea pe o foaie de calcul a metodei Winters este foarte asemănătoare metodei Holt, cu excepția faptului că avem nevoie de o nouă coloană pentru

factorii de sezonalitate. De asemenea, avem nevoie de rânduri suplimentare pentru un an întreg la început pentru a obține factorii de sezonalitate s_{-11} până la s_0 .

1. **Initializarea.** Se pornește de la fișierul original și se copiază valorile vânzărilor AC din domeniul D2:D26 în domeniul F2:F26. Pentru a face loc pentru valorile inițiale L_0, T_0 și factorii sezonieri inițiali, se inserează 12 rânduri goale sub rândul 2. Aceste rânduri se referă la lunile “-11” până la “0”. Apoi se introduc valorile pentru L_0, T_0 și s_{-11} până la s_0 în celulele G14, H14 și domeniul I3:I14.
2. **Constantele de nivelare.** Se introduc valorile constantelor de nivelare α, β, γ cu valorile 0.50, 0.40 și 0.60 în celulele M15, M17 și M19.
3. **Nivelul.** Se introduce formula
 $=\$M\$15 * F15 / I3 + (1 - \$M\$15) * (G14 + H14)$ în celula G15 și se copiază în domeniul G16:G38.
4. **Trendul.** Se introduce formula
 $=\$M\$17 * (G15 - G14) + (1 - \$M\$17) * H14$ în celula H15 și se copiază în domeniul H16:H38.
5. **Factorii sezonieri.** Se introduce formula
 $=\$M\$19 * F15 / G15 + (1 - \$M\$19) * I3$
 în celula I15 și se copiază în domeniul I16:I38.
6. **Previziunea.** Previziunile cu o lună înainte pot fi calculate în coloana J. În celula J15 se introduce formula
 $=(G14 + H14) * I3$
 și se copiază în domeniul J16:J39. De observat că previziunea în celula J39 pentru luna 25, este făcută în luna 24. Se poate găsi o previziune pentru luna 26 făcută în luna 24 prin formula:
 $=(G38 + 2 * H38) * I28$ în celula J40.
7. **Erorile de previziune.** Se calculează aceste erori, erorile absolute și MAD în modul obișnuit în coloanele K și L.

8. **Graficul.** Se reprezintă grafic utilizând coloanele F și J. Pentru a obține valorile din figură va trebui să găsim valorile optime ale constantelor de nivelare. De această dată vom utiliza Solver-ul cu următoarele setări. Celula ce trebuie să fie utilizată L39 (MAD), celulele de tip changing cells sunt M15, M17 și M19 și singurele restricții sunt acelea că aceste celule trebuie să fie mai mari sau egale cu 0 și mai mici sau egale cu 1. Se poate verifica faptul că valorile optime sunt utilizând $\alpha = .65, \beta = .06, \gamma = .00$ cu valoarea corespondentă MAD egală cu 8.73.

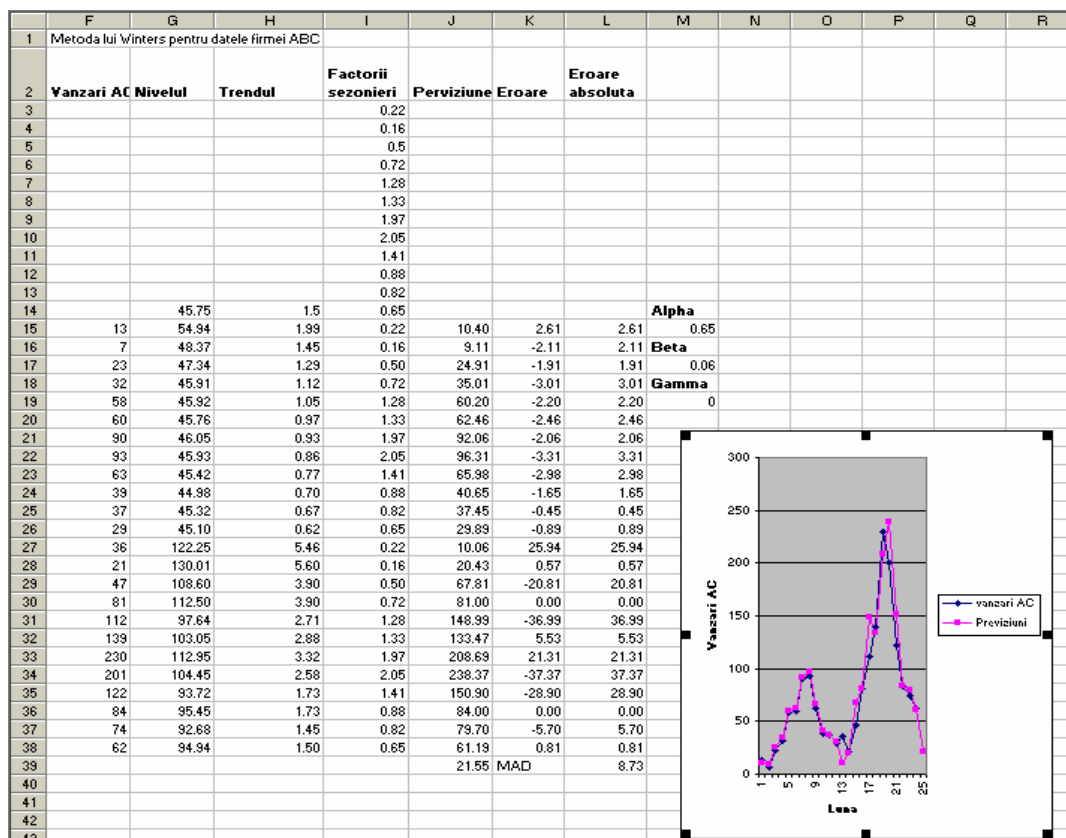


Figura 3.7

3.5. Regresie liniară simplă

De multe ori, încercăm să previzionăm valoarea unei variabile (variabila dependentă) pe baza valorii unei alte variabile (variabila independentă). Iată câteva exemple:

Variabila dependentă	Variabila independentă
Vânzările de produse	Prețul produselor
Vânzările de automobile	Rata dobânzii
Costul total de producție	Unități produse

Dacă variabila dependentă și variabila independentă sunt într-o relație liniară, regresia liniară simplă poate fi utilizată pentru a estima această relație.

Pentru a ilustra regresia liniară simplă vom lua ca exemplu firma XYZ care produce trenuri de jucărie. Compania dorește să determine costul producerii unui tren. Pentru a estima acest cost, vom face observații pentru zece săptămâni numărul trenurilor produse și costul producerii acestor trenuri. Datele se află în tabelul de mai jos:

	Trenuri produse	Cost
Săptămâna 1	10	257,40\$
Săptămâna 2	20	601,60\$
Săptămâna 3	30	782,00\$
Săptămâna 4	40	765,40\$
Săptămâna 5	45	895,50\$
Săptămâna 6	50	1133,00\$
Săptămâna 7	60	1152,80\$
Săptămâna 8	55	1132,70\$
Săptămâna 9	70	1459,20\$
Săptămâna 10	40	970,10\$

Tabel 3.4

Datele din tabel sunt prezentate în figura următoare. Observați că apare o relație strânsă între x_t , numărul de trenuri produse între și y_t , costul producerii trenurilor realizate în timpul săptămânii t . Linia trasată în figura următoare evidențiază relația liniară dintre unitățile produse și costul de producție. Vom vedea mai departe cum a fost aleasă această linie.

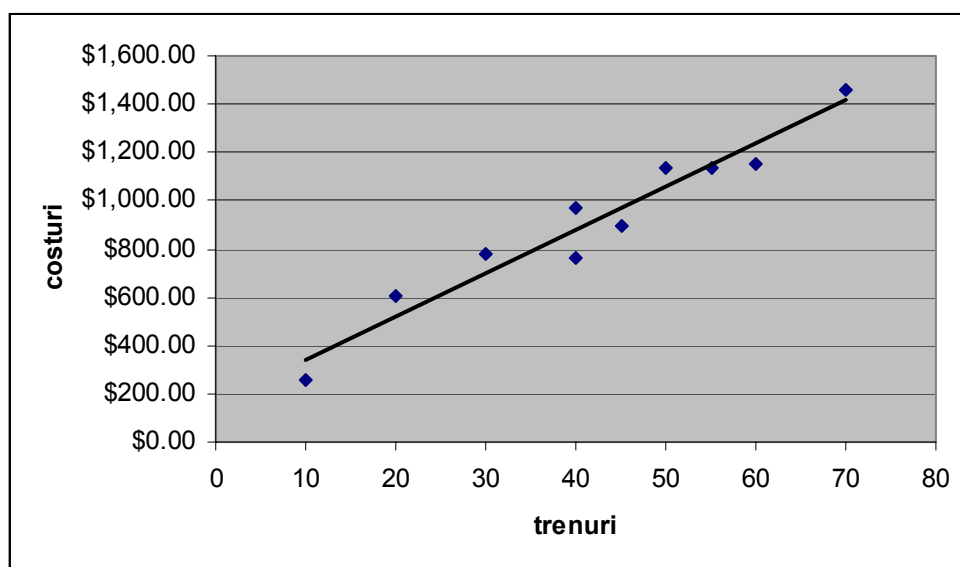


Figura 3.8

Pentru a începe, vom modela relația liniară dintre x_t și y_t cu următoarea ecuație:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t$$

Aici ε_t reprezintă eroarea. Aceasta reprezintă faptul că în timpul săptămânii în care sunt produse x_t trenuri, costul de producție nu este întotdeauna egal cu $\beta_0 + \beta_1 x_t$. Dacă $\varepsilon_t > 0$, costul producerii a x_t trenuri în timpul săptămânii t depășește $\beta_0 + \beta_1 x_t$, în timp ce dacă $\varepsilon_t < 0$, costul producerii a x_t trenuri în timpul săptămânii t este mai mic decât $\beta_0 + \beta_1 x_t$. Oricum, ne așteptăm ca media erorilor ε_t să fie 0, astfel încât costul estimat în timpul unei săptămâni în care x_t trenuri sunt produse este $\beta_0 + \beta_1 x_t$.

Valorile pentru β_0 și β_1 nu sunt cunoscute. Să presupunem că dorim să estimăm β_0 cu b_0 și β_1 cu b_1 .

Atunci previziunea pentru y_t notată \hat{y}_t este dată de $\hat{y}_t = b_0 + b_1 x_t$.

Presupunem că avem puncte de forma

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_T, y_T)$. Vom selecta valorile β_0 și β_1 ce fac predicțiile $\hat{y}_t = b_0 + b_1 x_t$ cât mai apropiate de valorile observate y_t . Pentru a formaliza această idee, se definește e_t ca fiind eroarea pentru săptămâna t , ceea ce înseamnă valoarea reală minus valoarea previzionată:

$$e_t = y_t - \hat{y}_t = y_t - (b_0 + b_1 x_t)$$

Această eroare este numită în terminologie valoare reziduală. Când alegem β_0 și β_1 pentru a minimiza suma valorilor reziduale la pătrat:

$$\text{Minim } \sum e_t^2 = \sum (y_t - b_0 - b_1 x_t)^2$$

Formulele pentru b_0 și b_1 sunt:

$$b_1 = \frac{\sum (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sum (x_t - \bar{x})^2}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}, \text{ unde } \bar{y} \text{ este media valorilor } y_t \text{ iar } \bar{x} \text{ este media valorilor } x_t.$$

Utilizarea foilor de calcul. Putem evita calculele anevoioase utilizând posibilitățile Excel-ului. Informațiile necesare se află în figura de mai jos

1. **Denumirea zonelor de date.** Chiar dacă nu este absolut necesar este convenabil să denumim grupul B4:B13 Trenuri și C4:C13 Costuri. Zona Costuri include variabila dependentă iar zona Trenuri pe ce independentă.
2. **Termenul liber (intercept) si panta (slope).** Se vor determina b_0 și b_1 , numite termen liber și pantă, folosind funcțiile Excel INTERCEPT și SLOPE. Se introduce formula =INTERCEPT(Costuri, Trenuri) în celula B15 și =SLOPE(Costuri, Trenuri) în celula B16. Aceasta va duce la linia de regresie $\hat{y}_t = 164,88 + 17,86x$.
3. **Previziuni.** Costul previzionat poate fi găsit prin introducerea valorilor x în linia de regresie. Un mod simplu de a face acest lucru este de a utiliza funcția TREND. Pentru a face acest lucru se introduce formula =TREND (Costuri, Trenuri, B4) în celula D4 și copiați-o în domeniul D5:D13. O altă variantă ar fi să se utilizeze direct formula liniei de regresie =B\$15+B\$16*B4 în celula D4, ce se va copia în domeniul D5:D13. De exemplu, costul previzionat în săptămâna 10, când sunt produse 40 de trenuri, este de 879.25 \$. Deoarece costurile reale sunt de 970.10 \$, eroarea de previziune este: $e_{10} = 970.10 - 879.25 = 90.85\$$
4. **Alte valori.** Există și alte trei valori obținute în analiza de regresie: valoarea R^2 , estimarea erorii standard și corelația. Se vor calcula aceste valori în celulele B17, B18 și respectiv B19 cu formulele
=RSQ (Costuri, Trenuri)
=STEYX(Costuri, Trenuri)
și
=CORREL(Costuri, Trenuri)

5. **Realizarea grafică.** Pentru a reprezenta grafic se selectează coloanele corespunzătoare costurilor și trenurilor și se execută click pe butonul Chart Wizard. Se alege modelul Scatter și se urmăresc indicațiile wizard-ului. După încheiere se apasă pe oricare din punctele din “norul de puncte” și se selectează Insert/Trendline unde se alege opțiune Linear. În acest moment reprezentarea grafică va conține dreapta de regresie.

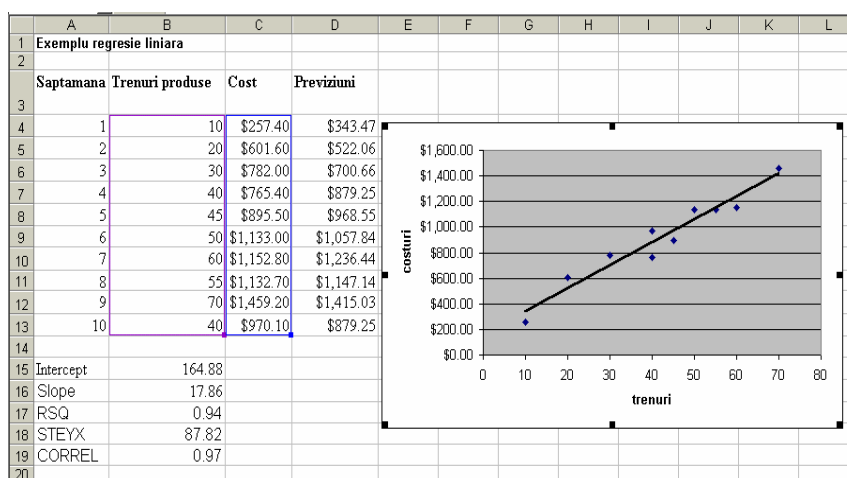


Figura 3.9

Probleme

- Să presupunem că nivelarea exponențială simplă este utilizată pentru a previziona vânzările lunare de bere la un magazin de băuturi. După ce a fost observată cererea pe luna aprilie, cererea previzionată pentru luna mai este 4000 cutii de bere.
 - La începutul lunii mai care este previziunea pentru vânzările de bere din luna iulie.
 - Cererea reală pentru luna mai și iunie este următoarea: mai, 4500 cutii de bere; iunie 3500 cutii de bere. După ce este observată cererea pentru iunie care este previziunea pentru cererea lunii iulie?
 - Cererea pentru luna mai și iunie se echilibrează în medie $(4500+3500)/2=4000$ de cutii pe lună. Același lucru se întâmplă și cu previziunile pentru vânzările lunare înainte de a observa datele din mai și iunie. Totuși după observarea cererii pentru bere în lunile mai și iunie, previziunea pentru cererea lunii iulie a scăzut față de cea a lunii aprilie. De ce?
- Să presupunem că dorim să obținem vânzările trimestriale pentru sucuri la același magazin de băuturi folosind metoda Winters. Avem următoarele informații:
 Factorii sezonieri: toamna=0,8; primăvara=1,2; iarna=0,7; vara=1.3;
 Estimarea curentă pentru nivel = 400 de cutii pe trimestru
 Estimarea curentă pentru trend = 40 de cutii pe trimestru
 $\alpha = 0,2$; $\beta = 0,3$; $\gamma = 0,5$
 Vânzările din vară au fost de 650 de cutii.
 - Utilizați această informație pentru actualiza estimările pentru nivel, trend și sezonaliitate.
 - După observarea cererii pentru perioada de vară, aflați cererea previzionată pentru toamnă și iarnă.
- O firmă de echipamente electronice dorește să utilizeze metoda lui Holt pentru a previziona vânzările trimestriale de casetofoane. La sfârșitul lunii octombrie 2001, $L_t = 200$ și $T_t = 10$. În noiembrie 2001 s-au vândut 230 de casetofoane. La sfârșitul lunii noiembrie, $MAD=25$. Compania dorește să afle vânzările de casetofoane în luna decembrie 2001.

4. Modele de analiză decizională

4.1. Rezolvarea problemelor cu Goal Seek și utilizarea scenariilor pentru compararea soluțiilor

În lucrul cu Excel v-ați obișnuit să efectuați calcule în următorul mod. Ați introdus datele de intrare apoi ați ales funcția potrivită iar Excel v-a oferit rezultatul. Se poate gândi însă și în mod invers. Dacă știți deja rezultatul veți avea nevoie de o funcție care să vă returneze datele de intrare. Exact acest lucru îl veți realiza cu comanda Goal Seek.

Exemplu. Andrei G. dorește să contracteze un împrumut de la bancă pentru a achiziționa un autoturism. Banca îi poate oferi un împrumut cu o rată lunară de 5% pe o perioadă de 4 ani. Andrei își poate permite să plătească din veniturile sale o sumă de maxim 200\$ lunar. Ce sumă poate împrumuta în aceste condiții Andrei?

1. Se introduc valorile de intrare și formula aferentă într-o foaie de calcul așa cum se vede în figura prezentată în continuare.

	B8	=	=PMT(B3/12,B4,-B5)	
	A	B	C	D
1				
2	Valori de intrare			
3	Rata dobanzii	5.00%		
4	Numarul de rate	48		
5	Suma imprumutata			
6				
7				
8	Rata lunara de plata	\$0.00		
9				

Figura 4.1

Rata dobânzii și numărul de rate au valorile din problemă și nu se vor modifica. Pentru **rata de plată lunară** se utilizează funcția PMT. Această funcție returnează rata lunară, dacă se cunosc dobânda anuală, numărul de rate și suma totală împrumutată. În cazul nostru se introduce =PMT(B3/12,B4,-B5). Se observă că s-a împărțit B3 la 12 pentru a se obține dobânda lunară, B4 reprezintă numărul de rate și B5 suma împrumutată scrisă cu – în față pentru a returna valori pozitive.

2. În meniul Tools se execută click pe Goal Seek. Va apărea caseta de dialog Goal Seek așa cum se vede în figura următoare.

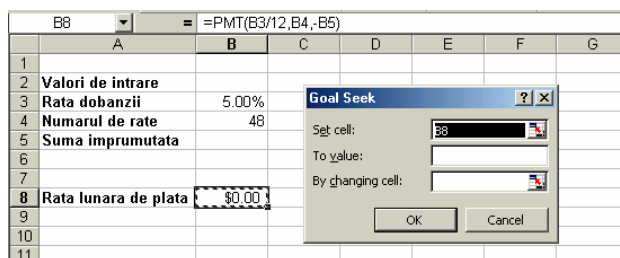


Figura 4.2

3. În caseta Set cell se introduce B8 (aceasta este celula în care dorim să obținem valoarea împrumutului efectuând calculele pentru o anumită valoare a ratelor lunare)

- Se execută click în caseta To value și se introduce valoarea ratei lunare. (în cazul nostru 200)
- Se execută click în caseta By changing cell.
- Pe foaia de calcul se execută click pe celula care conține valoarea de intrare ce trebuie determinată de Excel (în exemplul nostru celula B5 corespunzătoare sumei împrumutate).
- Se execută click pe Ok. Excel va găsi o soluție și va modifica datele așa cum se vede în figura următoare.

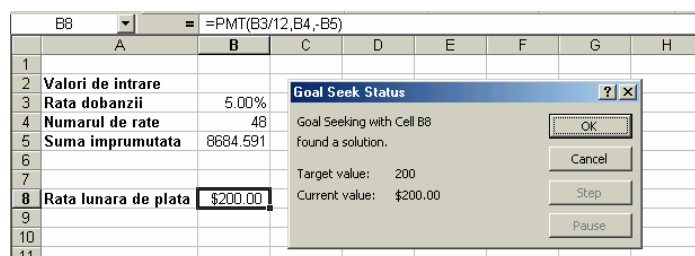


Figura 4.3

În cazul în care doriți să comparați diferite soluții pentru o problemă se poate folosi un alt instrument al programului Excel și anume scenariile.

Pentru problema anterioară să presupunem că Andrei dorește să știe care este rata lunară în cazul în care rata dobânzii este 6% iar numărul de rate 60, în cazul în care rata dobânzii este 4% și numărul de rate 36 și în cazul în care rata dobânzii este 8% și numărul de rate 72. De asemenea are nevoie de un instrument pentru a le putea vizualiza astfel încât să le poată compara mai ușor.

Soluție.

- Se configurează foaia de calcul așa cum apare în ultima figură din problema anterioară. Rezultatul se află mai jos.

	B8	=PMT(B3/
	A	B
1		
2	Valori de intrare	
3	Rata dobânzii	5.00%
4	Numarul de rate	48
5	Suma împrumutata	8684.591
6		
7		
8	Rata lunara de plata	\$200.00
9		
10		
11		

Figura 4.4

- În meniul Tools se execută click pe Scenarios. Va apărea caseta de dialog Scenario Manager așa cum se vede în figura de mai jos.
- Se execută click pe Add. Va fi afișată caseta de dialog Add Scenario așa cum se poate vedea în continuare.

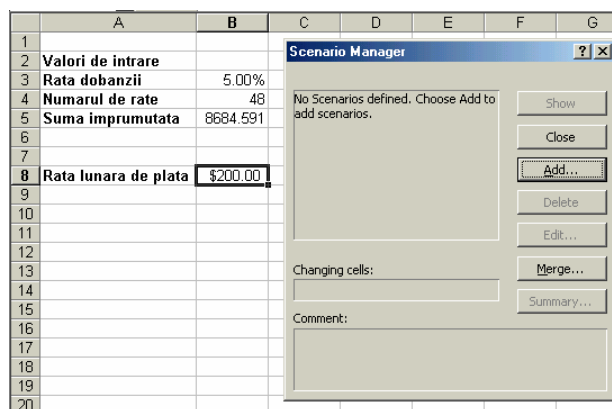


Figura 4.5

4. În caseta de text Scenario name se tastează un nume pentru a identifica primul scenariu (în exemplu nostru vom folosi denumirea „Scenariu inițial” pentru a păstra datele inițiale).

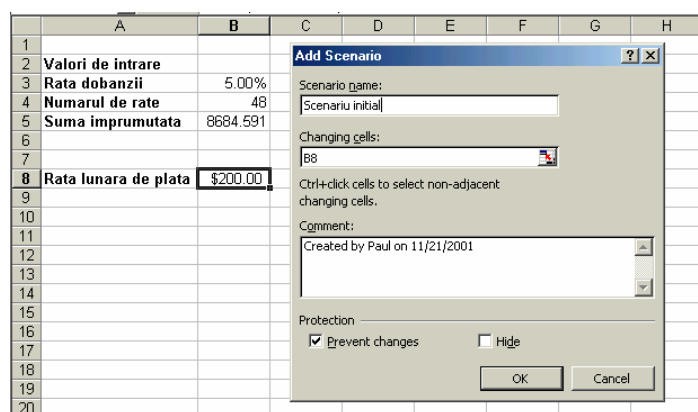


Figura 4.6

5. Se execută click în caseta Changing Cells; apoi se execută click pe celulele ale căror valori doriți să le modificați. În exemplu nostru vom executa click pe celulele B3 și B4 corespunzătoare ratei dobânzii și numărului de rate lunare. Caseta de dialog ar trebui să arate similar cu figura de mai jos:

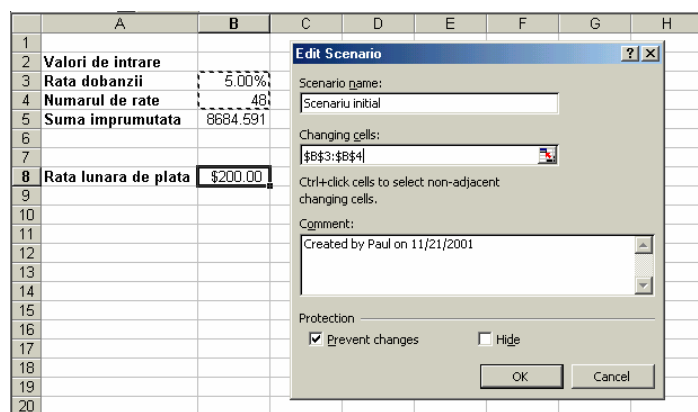


Figura 4.7

6. Se execută click pe OK. Se va afișa caseta de dialog Scenario Values așa cum se vede în figura următoare.

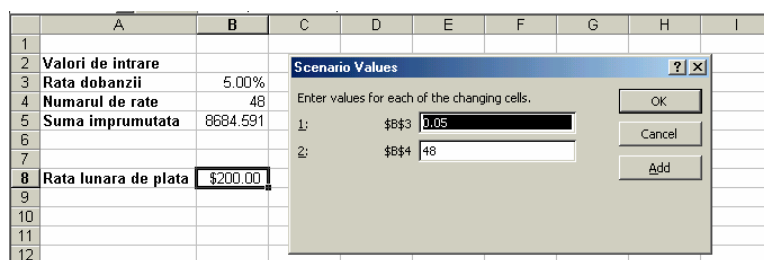


Figura 4.8

7. Pentru a lăsa valorile inițiale se vor păstra valorile afișate.
8. Se va executa click pe Add pentru a adăuga al doilea scenariu. În caseta de dialog Add Scenario se va tasta denumirea Scenariu -6%-60, apoi se apasă OK.
9. În caseta de dialog Scenario Values se tastează noile valori(6%,60); apoi se execută Add.
10. Se repetă pașii 7-9 pentru a adăuga și celelalte scenarii.
11. Toate scenariile vor fi afișate într-o listă în caseta de dialog Scenario Manager, așa cum se poate vedea în figura următoare. Pentru a afișa valorile unui anumit scenariu se execută click pe numele acestuia apoi se apasă Show. În cazul în care se dorește realizarea de modificări se apasă Edit.

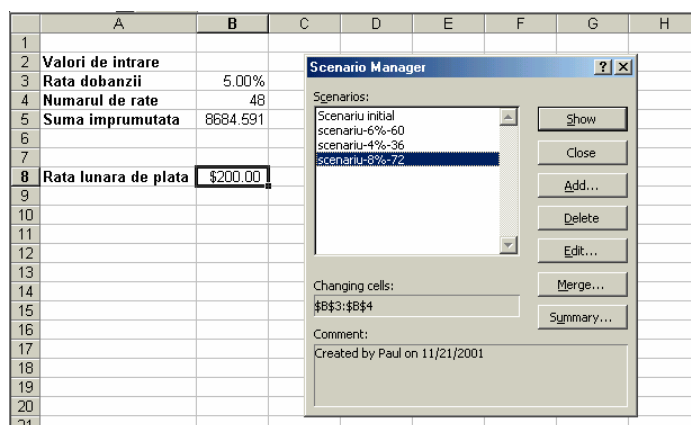


Figura 4.9

Pentru a realiza un rezumat al scenariilor se execută click pe Summary. Se va afișa caseta de dialog Scenario Summary. Alegeți Scenario Summary și se va afișa un tabel pe o nouă foaie de calcul așa cum se poate vedea mai jos. Dacă se alegea opțiunea Pivot table se va obține un tabel pivot.

În cadrul tabelului rezumativ din Scenario Summary se pot ascunde detaliile prin apăsarea butonului – de pe marginea dreaptă iar pentru al afișa se va apăsa butonul + de pe aceeași margine.

1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										

Scenario Summary					
Current Values: Scenariu initial scenariu-6%-60 scenariu-4%-36 scenariu-8%-72					
Changing Cells:					
\$B\$3	5.00%	5.00%	6.00%	4.00%	8.00%
\$B\$4	48	48	60	36	72
Result Cells:					
\$B\$8	\$200.00	\$200.00	\$167.90	\$256.40	\$152.27

Notes: Current Values column represents values of changing cells at time Scenario Summary Report was created. Changing cells for each scenario are highlighted in gray.

Figura 4.10

4.2. Tabele pivot

Unul dintre cele mai puternice instrumente de care dispune Excel-ul se referă la tabelele pivot (pivot table). Acestea permit obținerea unei cantități incredibile de informații despre un set de date. Excel-ul oferă o mare varietate și flexibilitate cu acest instrument și este mult mai util decât alte tipuri de instrumente statistice. Vom explora posibilitățile tabelelor pivot folosindu-ne de problema prezentată în continuare.

Problemă

Actrițele consideră că sunt discriminate în privința salariului, fiind plătite mai puțin relativ la salariul actorilor. Datele existente evidențiază această discriminare? (datele sunt prezentate în tabelul următor)

Nume	Gen	Incasari totale interne	Incasari totale externe	Salariu (mil.\$)
Angela Bassett	F	32	17	2.5
Jessica Lange	F	21	27	2.5
Winona Ryder	F	36	30	4
Michelle Pfeiffer	F	66	31	10
Whoopi Goldberg	F	32	33	10
Emma Thompson	F	26	44	3
Julia Roberts	F	57	47	12
Sharon Stone	F	32	47	6
Meryl Streep	F	34	47	4.5
Susan Sarandon	F	38	49	3
Nicole Kidman	F	55	51	4
Holly Hunter	F	51	53	2.5
Meg Ryan	F	43	55	8.5
Andie Macdowell	F	26	75	2
Jodie Foster	F	62	85	9
Rene Russo	F	69	85	2.5
Sandra Bullock	F	64	104	11
Demi Moore	F	65	125	12
Danny Glover	M	42	4	2
Billy Crystal	M	52	14	7

Nume	Gen	Incasari totale interne	Incasari totale externe	Salariu (mil.\$)
Nicholas Cage	M	20	16	7
Micheal Keaton	M	47	19	7
Bill Murray	M	47	21	7.5
Macaulay Culkin	M	48	24	8
Richard Dreyfus	M	40	28	7
Tim Robbins	M	16	29	4
Wesley Snipes	M	39	36	10
Steve Martin	M	43	37	7.5
Daniel Day-Lewis	M	29	37	8
Danny Devito	M	54	39	5.5
Sean Connery	M	33	40	13
Christian Slater	M	39	43	5.5
Charlie Sheen	M	25	49	5.2
Anthony Hopkins	M	23	52	3.5
Kurt Russell	M	58	56	10
AL Pacino	M	33	59	3
Woody Harrelson	M	44	60	5.5
Tommy Lee Jones	M	60	63	7.5
Gene Hackman	M	83	65	6
Kevin Bacon	M	78	67	2.5
Hugh Grant	M	31	67	7.5
Keanu Reeves	M	37	68	8
Val Kilmer	M	57	69	4
Chris O'Donnell	M	57	69	4
Jack Nicholson	M	41	71	10
Denzel Washington	M	55	73	10
Richard Gere	M	24	74	7.5
Kevin Costner	M	59	77	13
John Travolta	M	54	82	20
Robert De Niro	M	27	83	6
Sly Stallone	M	49	86	19.8
Tom Cruise	M	103	91	20
Harrison Ford	M	96	91	20
Clint Eastwood	M	55	94	12.5
Mel Gibson	M	91	95	19
Bruce Willis	M	55	99	16.5
Bill Pullman	M	38	103	6
Liam Neeson	M	29	108	3
Samuel Jackson	M	40	122	4.5
Jim Carrey	M	122	123	15
Morgan Freeman	M	77	123	6
Arnold Scharz	M	108	124	20
Brad Pitt	M	57	124	10
Michael Douglas	M	68	137	18
Robin Williams	M	92	180	15
Tom Hanks	M	166	182	17.5

Soluție

Mai întâi vom determina numărul de actori și actrițe în setul de date. Deși se pot folosi mai multe metode pentru a realiza această numărătoare, vom arăta mai jos pașii necesari pentru a realiza acest lucru cu tabele pivot.

1. Se poziționează cursorul oriunde în setul de date.
2. Se selectează Data\PivotTable and PivotChartReport. După selectare se va activa un Wizard care vă va ghida în cadrul procesului.
3. Pentru primul pas se apasă Next pentru a indica faptul că datele din tabelul pivot se află într-o foaie de calcul Excel.
4. Al doilea pas constă în a specifica domeniul setului de date. Presupunând că deja cursorul a fost poziționat în cadrul setului de date, Wizard-ul va delimita corect domeniul astfel încât se poate apăsa Next.
5. În cadrul celui de-al treilea pas trebuie specificate variabilele ce vor face parte din tabelul pivot. Pentru a realiza acest lucru mai întâi se apasă Layout. Pentru a pune orice câmp într-una din cele patru zone (page, row, column sau data), se execută click pe butonul variabilei și se trage în zona potrivită. Zonele page, row și column permit descompunerea datelor în categoriile variabilelor din aceste zone. Zona datelor specifică datele ce vor fi calculate. Pentru acest exemplu se va trage Gen în zona row și din nou Gen în zona datelor. Ecranul trebuie să fie asemănător celui de mai jos:

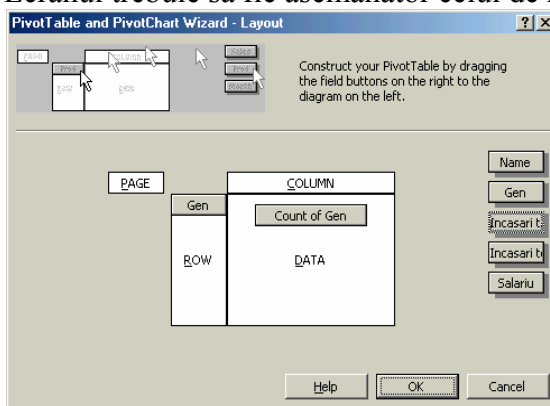


Figura 4.11

6. Ultimul pas al wizard-ului cere specificarea locației tabelului pivot. Dacă nu e completat tabelul pivot este automat realizat pe o nouă foaie de calcul. Pentru acest exercițiu se execută click pe Finish și se păstrează valorile implicite. Aceasta va realiza un tabel pivot ca în figura de mai jos:

	A	B
1	Drop Page Fields Here	
2		
3	Count of Gen	
4	Gen	Total
5	F	18
6	M	48
7	Grand Total	66

Figura 4.12

Acest tabel arată că numărul starurilor este de 66: 18 actrițe și 48 de actori. Când este creat un tabel pivot, bara de instrumente pivot table apare pe ecran. Această bară de instrumente permite modificarea tabelului pivot în mai multe moduri. De exemplu, să presupunem că se

dorește exprimarea acestor numere ca procentaje din total. Pentru a realiza acest lucru, se plasează cursorul oriunde în tabelul pivot, să zicem celula B3 și se execută click pe butonul Pivot table Wizard de pe bara de instrumente. Acesta ne va întoarce la pasul 3 al Wizard-ului Pivot table. În acest moment se vor executa următorii pași:

1. Se execută click pe Layout.
2. Se execută dublu click pe variabila din zona de date (butonul Count of Gen) pentru a deschide o caseta de dialog. Se execută click pe butonul Options. Ecranul arată similar cu figura de mai jos:
- 3.

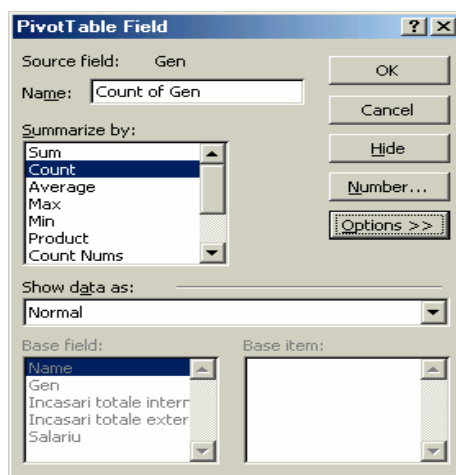


Figura 4.13

4. În zona „Show Data As”, se execută click pe săgeata cu vârful în jos și se selectează opțiunea „% of columns” din listă.
5. Se execută click pe OK pentru a închide caseta de dialog și apoi pe Finish pentru a vedea tabelul pivot modificat.

Noul tabel pivot este prezentat în figura de mai jos. Ea conține aceleași informații dar exprimate diferit. Alături se află și o diagramă de tipul 3D pie pentru a evidenția rezultatul.

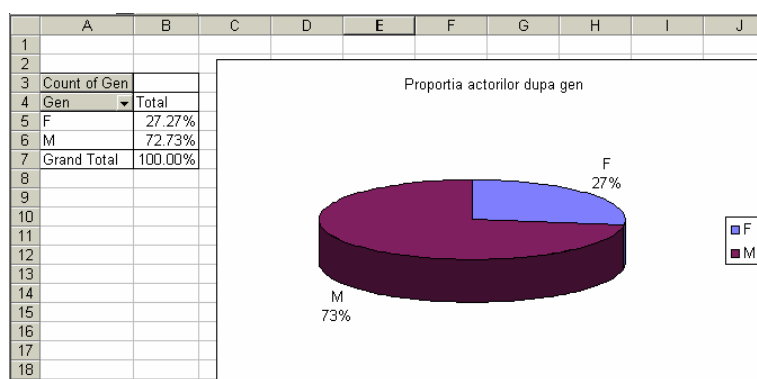


Figura 4.14

În acest moment vom examina distribuția salariilor clasificate după gen. Pentru a realiza acest lucru trebuie parcurși următorii pași.

1. Se plasează cursorul oriunde în zona de date.
2. Se selectează Data/PivotTable și se execută click pe Next pentru primii doi pași acceptând valorile implicite.

3. Se selectează Layout deschizând caseta de dialog Layout.
4. Se poziționează variabila Salariu în zona Row, se poziționează variabila Gen în zona column și din nou variabila Gen în zona de date și se execută click pe OK.
5. Se execută click pe Finish pentru a accepta valorile implicite din ecranul final.

Tabelul pivot complet apare în figura de mai jos. Acesta arată numărul de actori și actrițe ce realizează un anumit salariu. Chiar dacă este destul de detaliat, este deja evident faptul că bărbații actori câștigă mai mult decât femeile.

	A	B	C	D
1	Count of Gen	Gen		
2	Salariu	F	M	Grand Total
3	2	1	1	2
4	2.5	4	1	5
5	3	2	2	4
6	3.5		1	1
7	4	2	3	5
8	4.5	1	1	2
9	5.2		1	1
10	5.5		3	3
11	6	1	4	5
12	7		4	4
13	7.5		5	5
14	8		3	3
15	8.5	1		1
16	9	1		1
17	10	2	5	7
18	11	1		1
19	12	2		2
20	12.5		1	1
21	13		2	2
22	15		2	2
23	16.5		1	1
24	17.5		1	1
25	18		1	1
26	19		1	1
27	19.8		1	1
28	20		4	4
29	Grand Total	18	48	66

Figura 4. 15

Pentru a evidenția mai bine această situație putem stabili niște intervale mai mari. Putem grupa salariile în felul următor:

1. Se execută click pe orice celulă din coloana Salariu în tabelul pivot cum ar fi celula A6.
2. Se execută click dreapta pentru a deschide meniul contextual și se selectează Group and Outline iar apoi Group.
3. În caseta de dialog ce s-a deschis se specifică faptul că grupurile vor începe de la 2 până la 20 și se vor incrementa cu 3. Apoi se apasă pe Ok.

Tabelul pivot modificat va arăta ca în figura următoare.

	A	B	C	D
1	Count of Gen	Gen		
2	Salariu	F	M	Grand Total
3	2-5	10	9	19
4	5-8	1	17	18
5	8-11	4	8	12
6	11-14	3	3	6
7	14-17		3	3
8	17-20		8	8
9	Grand Total	18	48	66

Figura 4.16

Pentru a finaliza acest tabel îl vom exprima ca procentaje din total (vezi procedura anterioară) și vom adăuga o diagramă de tip 3D column pentru zona A2:C8. (Observație. Pentru a trasa domeniul atunci când se specifică chart range începeți cu celula C8 nu A2.)

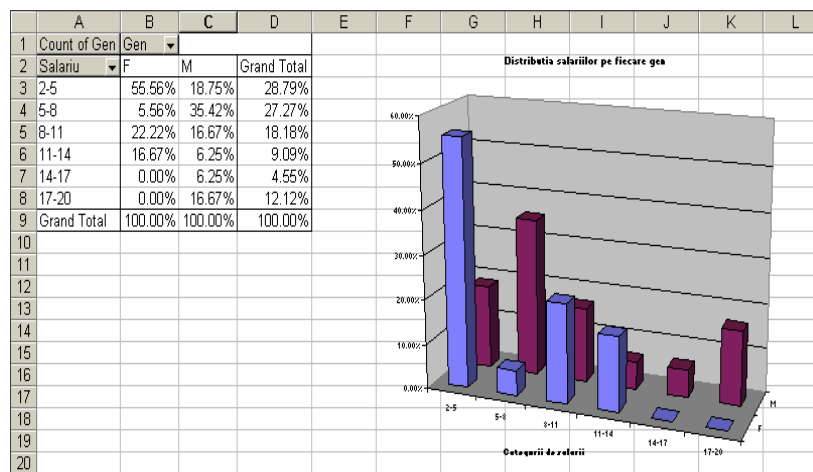


Figura 4.17

Figura anterioară arată că peste jumătate din actrițe se află la limita inferioară a salariilor în timp ce numai 19% din actori se află în această zonă. De asemenea în ultimele două intervale nu se află actrițe dar există 23% din actori. În mod evident, actorii câștigă mai mulți bani din filme decât actrițele.

Alt mod de a compara salariile bărbaților și femeilor este de a privi salariul mediu pe gen. Și acest lucru se poate cu un tabel pivot în felul următor:

1. Se procedează ca înainte pentru a ajunge în al treilea pas din Pivot Table Wizard.
2. Se trece Gen în zona row și Salariu în zona de date. Se observă că în zona de date arată acum „Sum of Salariu”. Când o variabilă numerică este trasă în zona de date, implicit apare suma sa în tabelul pivot. Pentru că se dorește media și nu suma se va trece la pasul 3.
3. Se execută dublu click pe butonul Sum of Salary din zona de date. În caseta „Summarize by” se alege Average. Apoi se execută click pe OK și se apasă Finish pentru a crea tabelul pivot.

Rezultatul trebuie să corespundă figurii următoare. În mod clar, actorii câștiga mai mult în medie decât actrițele.

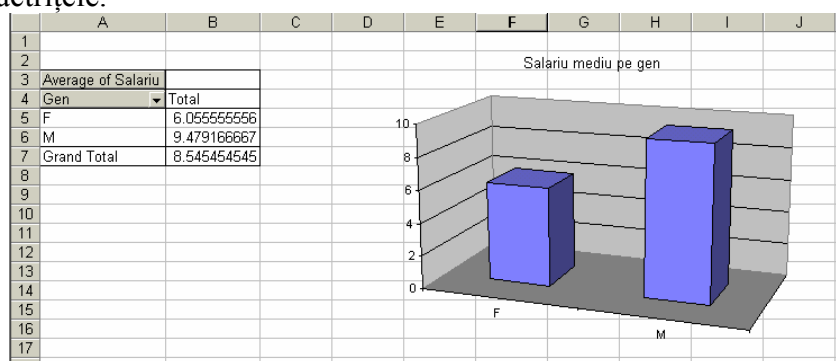


Figura 4.18

Analiza de până acum a indicat faptul că în industria producției de filme există o discriminare în privința salariilor ce le vizează pe actrițe. Există însă posibilitatea ca femeile să fie plătite mai puțin din cauză că filmele acestor actrițe câștigă mai puțin bani decât cele ale actorilor. Pentru a analiza acest aspect va trebui să privim salariu mediu al actrițelor și

actorilor pentru fiecare nivel de încasări totale interne (analog se face și pentru încasările din străinătate).

În acest moment trebuie să fiți capabili să realizați singuri tabelul pivot. În cazul în care aveți nevoie de ajutor urmați indicațiile prezentate în continuare: trageți Încasări totale intern în zona row, Gen în zona column și Salariu în zona de date; calculați media (nu suma); Incrementați valorile pentru grupare cu 20.

Tabelul pivot apare în figura următoare.

3	Average of Salariu	Gen		
4	Incasari totale intern	F	M	Grand Total
5	16-35	4.357142857	6.154545455	5.455555556
6	36-55	4.4	8.99	8.072
7	56-75	9.416666667	9.5	9.461538462
8	76-95		9.7	9.7
9	96-115		20	20
10	116-135		15	15
11	156-175		17.5	17.5
12	Grand Total	6.055555556	9.479166667	8.545454545

Figura 4.19

Mai întâi se poate observa faptul că pentru actrițe patru celule nu sunt completate. Acest lucru se întâmplă pentru că nu existe filme cu actrițe care să aibă încasări în aceste intervale deci nu se poate calcula media pentru ele. Este normal să ne întrebăm acum în care intervale media salariilor actorilor este superioară celei a actrițelor, după ce observăm încasările interne. În mod evident în primele două intervale această ipoteză este confirmată, în al treilea interval fiind o diferență destul de mică. În afara acestor categorii nu se mai poate face vreo afirmație deoarece nu se pot compara.

În orice caz putem spune acum cu mai multă siguranță că industria producătoare de filme discriminează actrițele în termeni de salariu.

4.3. Pragul de rentabilitate (break even analysis)

Analiza pragului de rentabilitate este un instrument foarte puternic în a determina ce volum de vânzări trebuie atins pentru a acoperi costurile. Înainte însă de determinarea pragului de rentabilitate trebuie cunoscute următoarele:

- prețul de vânzare al produselor
- cheltuielile variabile .
- costurile fixe totale

Exemplu. Managerul companiei RSC dorește să cunoască pragul de rentabilitate al produselor oferite de companie știind că :

- prețul de vânzare este de 110\$ pe unitate
- cantitatea de produse estimată a fi vândută este de 210 unități
- costurile variabile unitare cu materiile prime sunt de 43\$/produs
- costurile variabile unitare cu salariile sunt de 30\$/produs
- alte costuri variabile unitare sunt 0\$/produs.
- costurile fixe sunt defalcate în următorul tabel:

Salarii fixe	\$5,100.00
Chirii	\$5,090.00
Lumina/Caldura	\$5,000.00
Telefon	\$500.00
Asigurari	\$750.00
Reparatii	\$2,000.00
Publicitate	\$1,500.00
Dobanzi	\$1,500.00
Altele	\$1,500.00

Să se calculeze numărul de produse pentru care se atinge pragul de rentabilitate și să se calculeze volumul vânzărilor corespunzătoare pragului de rentabilitate.

Soluție

Pentru a calcula numărul de produse corespunzătoare pragului de rentabilitate se utilizează formula

$$\text{Numar produse (la prag de rentabilitate)} = \frac{\text{Costuri fixe totale}}{\text{Preț vânzare unitar} - \text{Costuri variabile unitare}}$$

Volumul vânzărilor se calculează cu formula:

$$\text{Vanzari (la prag de rentabilitate)} = \frac{\text{Costuri fixe totale}}{\text{Marja profitului}(\%)}$$

unde Marja profitului(%) este raportul dintre profitul brut (obținut după scăderea costurilor variabile) și prețul de vânzare unitar.

Desfășurarea aplicației.

1. Se creează o foaie de calcul nouă cu denumirea “Prag de rentabilitate”. Pentru aceasta se deschide save As din meniul File și se introduce numele foi de lucru în caseta de text apărută, după care se apasă OK.
2. Se introduce în celula A1 textul: “Compania RSC - proiecție financiară”
3. În celula A2 se introduce textul “Număr produse” iar în celula B2 numărul indicat în problemă.
4. În mod similar se introduc cheltuielile variabile unitare cu materii prime, salarii și alte costuri variabile unitare.
5. În celula A9 se introduce textul :Cost variabil unitar total iar în celula B9 formula =Sum(B6:B8)
6. În celula A10 se introduce textul “Profit brut unitar” iar în celula B10 formula =B5-B9.
7. În celula A11 se introduce textul “Marja profitului brut” iar în celula B11 formula=B10/B5
8. Din acest moment se vor introduce pe rândurile 12-20 costurile fixe indicate în tabelul problemei cu valorile corespunzătoare în coloana B.
9. În celula B21 se introduce textul “Total costuri fixe” iar în celula B22 formula =SUM(B12:B20).
10. Numărul de produse și vânzările corespunzătoare pragului de rentabilitate va fi calculat în celula B22, respectiv celula B23. În prealabil se introduc textele “Număr de produse la pragul de rentabilitate” și “Vânzări la pragul de rentabilitate” în celulele A22, respectiv A23.

În celula B22 se introduce formula B21/B10 iar în celula B23 formula =B21/B10. Rezultatele finale se află în figura de mai jos.

	A	B	C
1			
2	Compania RSC - Proiectie financiara		
3			
4	Numar produse	210	
5	Pert de vanzare unitar	\$110.00	
6	Cost variabil unitar materii prime	\$43.00	
7	Cost variabil unitar salarii	\$30.00	
8	Alte costuri variabile unitare	\$0.00	
9	Cost variabil unitar total	\$73.00	
10	Profit brut unitar	\$37.00	
11	Marja profitului brut	33.64%	
12	Salarii fixe	\$5,100.00	
13	Chirii	\$5,090.00	
14	Lumina/Caldura	\$5,000.00	
15	telefon	\$500.00	
16	Asigurari	\$750.00	
17	Reparatii	\$2,000.00	
18	Publicitate	\$1,500.00	
19	Dobanzi	\$1,500.00	
20	Altele	\$1,500.00	
21	Total costuri fixe	\$22,940.00	
22	Numar de produse la pragul de rentabilitate	620	
23	Vanzari la pragul de rentabilitate	\$68,200.00	

Figura 4.20

Probleme:

1. Conducerea companiei AXC dorește să cunoască pragul de rentabilitate al produselor oferite de companie știind că :

- prețul de vânzare este de 130\$ pe unitate
- cantitatea de produse estimată a fi vândută este de 250 unități
- costurile variabile unitare cu materiile prime sunt de 40\$/produs
- costurile variabile unitare cu salariile sunt de 25\$/produs
- alte costuri variabile unitare sunt 0\$/produs.
- costurile fixe sunt defalcate în următorul tabel:

Salarii fixe	\$6,100.00
Chirii	\$4,090.00
Lumina/Caldura	\$6,000.00
Telefon	\$700.00
Asigurari	\$850.00
Reparatii	\$1,800.00
Publicitate	\$1,700.00
Dobanzi	\$1,600.00
Altele	\$1,500.00

Să se calculeze numărul de produse pentru care se atinge pragul de rentabilitate și să se calculeze volumul vânzărilor corespunzătoare pragului de rentabilitate.

2. În cazul problemei precedente dacă prețul de vânzare se modifică de la 130 \$ la 160\$ care este numărul de produse pentru care se atinge pragul de rentabilitate și cum se modifică volumul vânzărilor corespunzătoare pragului de rentabilitate.

5. Conceptele de bază ale evaluării proiectului

Acest capitol prezintă evaluarea proiectului folosind reducerile și valoarea actualizată netă. După câteva remarci generale asupra investițiilor, se explică și se definește conceptul de valoare actualizată netă al unui proiect de investiții, urmând a se aplica apoi unui exemplu. În ultima parte a capitolului este abordată și noțiunea de rată internă de rentabilitate a proiectului.

În acest capitol se vor studia următoarele comenzi și funcții ale foii de lucru:

- NPV(*interest rate, range*)(*rata dobânzii, domeniu*)
- IRR(*range, guess*) (*domeniu, estimare*)

5.1. Introducere

Investițiile în obligațiuni sunt doar un simplu exemplu de investiție financiară. Aceste investiții încep de obicei cu o ieșire de capital, reprezentând de fapt prețul de cumpărare al titlurilor de proprietate. În cele mai multe cazuri, acest preț îi este cunoscut sau este determinat de cel care ia deciziile. Pentru obligațiuni și alte titluri de proprietate, veniturile sunt de asemenea cunoscute, apreciindu-se că aceste obligațiuni sunt surse sigure. Pentru investițiile de capital, cum ar fi în acțiunile unei companii, veniturile nu sunt deloc sigure, în special valoarea lor când investițiile sunt vândute, astfel încât este dificil să se determine fluxul monetar.

Putem considera ca investiții reale, cele care au ca obiect cumpărarea sau construirea unui hotel și conducerea lui pentru o anumită perioadă de timp, întreținerea unui teren, punerea pe picioare a unei afaceri ș.a.m.d. În toate cazurile prima și cea mai importantă sarcină este planificarea întregii acțiuni. Ca rezultat al acestui lucru este estimarea fluxului monetar, determinându-se astfel dacă proiectul de investiții este profitabil și atractiv. Foile de lucru sunt un instrument util pentru evaluarea acestor fluxuri monetare.

Guvernele promovează proiectele de investiții prin programe de pregătire și programe de dezvoltare regională. Ele plătesc de obicei toate sau majoritatea cheltuielilor de investiție, deși veniturile se îndreaptă către anumite categorii sociale sau populație în ansamblul său. Aceste beneficii pot fi măsurate și comparate cu cheltuielile, ținând seama de cei care plătesc costurile și cei care primesc beneficiile, astfel încât fluxul de cheltuieli și venituri poate fi utilizat pentru a stabili dacă proiectul și-a dovedit eficiența sau nu. Aceasta se numește analiza cost –beneficiu și foile de lucru asigură un mediu propice pentru dezvoltarea studiilor de acest tip.

În continuare se presupune că aceste aprecieri valide asupra fluxurilor monetare sau costurilor și veniturilor sunt disponibile. Fluxurile monetare se determină ușor doar în cazul investițiilor pe datorie, deși în aceste cazuri eventualitatea neplății unei obligații pune sub semnul întrebării orice estimare. Fluxurile monetare ale acțiunilor sunt cu siguranță mult mai incerte. Proiectele de investiții reale cer o activitate imensă de organizare și planificare, despre care nu se discută aici. Proiectele de cheltuieli și venituri pentru guvern sunt mai greu de estimat decât fluxurile monetare. Dacă nu se precizează altfel, se presupune pur și simplu că dificila sarcină de a estima fluxurile monetare așteptate, și totul legat de acestea, a fost făcută și că rezultatele sunt disponibile.

5.2. Valoarea actualizată netă a fluxului monetar

În cazul afacerilor deciziile trebuie luate indiferent dacă se întreprinde sau nu un anumit proiect. Un astfel de proiect implică de obicei la început cheltuieli în condițiile în care veniturile se obțin mai târziu. Pentru a afla dacă un anumit proiect merită să fie pus în practică trebuie să se compare toate veniturile și toate cheltuielile, aceasta realizându-se ținând cont de valoarea lor actualizată.

Presupunând că un proiect începe în anul 0, că A_0 reprezintă cheltuiala (negativă) sau venitul (pozitiv) legate de proiectul din perioada respectivă, că A_1 este primul flux monetar al proiectului în anul 1 ș.a.m.d., și că A_t este fluxul monetar în anul t , moment în care proiectul se consideră a fi terminat. Valorile A_1, A_2, \dots, A_t nu sunt neapărat egale. Valoarea actualizată netă a cheltuielilor și a veniturilor este: $A_0 + dA_1 + d^2A_2 + \dots + d^tA_t$ unde $d = 1/(1+r)$ și r este rata dobânzii folosită pentru actualizare (discountare).

Aceasta se aplică pentru obligațiuni în valoare de 1000\$ la un preț de 1075\$, o rată a dobânzii de 5% pe o perioadă de 10 ani cu o rată a dobânzii pentru o actualizare de 4%. În acest caz, fluxul monetar din anul 1 până în anul 10 rămâne constant. Figura 5.1 prezintă actualizarea fluxurilor monetare adică actualizarea veniturilor din dobândă și actualizările plăților creditului. Celula C7 conține formula $=B7/(1+dir)^{A7}$, care este copiată și mai jos. (DIR – discount interest rate (rata dobânzii actualizate)). Suma actualizărilor fluxurilor este 6,11\$, ceea ce înseamnă că aceste obligațiuni reprezintă o investiție profitabilă, dacă rata profitului dintr-un cont de economii pe 10 ani este de 4%.

În loc de a determina valoarea actualizată netă a fiecărui flux monetar și a însuma rezultatele, se utilizează funcția NPV, care are următoarea formă generală:
 $=NPV(\text{Interest rate}, \text{range})$.

În exemplul nostru, aceasta se prezintă astfel (vezi celula E7):
 $=NPV(DIR, B7:B17) = \$5.87$.

Aceasta diferă de suma de 6,11\$ care a fost găsită în celula C19. Cauza care stă la baza acestui rezultat este aceea că foaia de lucru a funcției NPV actualizează fluxul monetar la o perioadă existentă înaintea primului flux monetar, ca în cazul funcției PV. Comparată cu valoarea actualizată netă obișnuită (UNPV), funcția NPV actualizează fluxul monetar la o perioadă care s-a terminat mai târziu. Pentru a obține UNPV, NPV-ul trebuie adus la zi cu o perioadă înainte, ceea ce se realizează multiplicând de $(1+r)$ ori:
 $UNPV = (1+DIR) * NPV()$.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Suma	A	\$1.000	VP dobânda	\$406 = PV(DIR, 10, -IR*A)		
2	Rata dob.	IR	5%	VP replata deb.	\$676 = A/(1+DIR)^10		
3	Pret	PR	\$1.075	Pret	(\$1,075) = -P		
4	IR redusă	DIR	4%	Total	\$6.11 = SUM(F1:F3)		
5							
6	Ani	Flux monetar	Flux monetar redus				
7	0	(\$1.075)	(\$1.075)	NPV	\$5.87 = NPV(DIR, B7:B17)		
8	1	\$50	\$48	UNPV	\$6.11 = (1+DIR)*NPV(DIR, B7:B17)		
9	2	\$50	\$48	UNPV	\$6.11 = B7 + NPV(C4, B8:B17)		
10	3	\$50	\$48				
11	4	\$50	\$48				
12	5	\$50	\$48				
13	6	\$50	\$48				
14	7	\$50	\$48				
15	8	\$50	\$48				
16	9	\$50	\$48				
17	10	\$1.050	\$709				
18							
19	Total	\$425	\$6,11				

Figura 5.1. Calcularea valorii actualizate a obligațiunilor în valoare de 1000\$

În mod alternativ, putem folosi:

$UNPV = A_0 + NPV(r, A_1:A_n)$, unde A_1 este primul flux monetar și $A_1:A_n$ domeniul restului. Cele menționate mai sus sunt ilustrate în celulele E8 și E9, unde sunt utilizate aceste formule.

Valoarea actualizată netă a fluxului obligațiunilor poate fi de asemenea determinată prin însumarea valorilor actualizate ale dobânzilor, rambursarea creditului și prețul de cumpărare al obligațiunilor. Acest calcul este efectuat în domeniul E1:E4 și rezultatele au aceeași valoare.

5.3 Aplicație asupra proiectului de proprietăți imobiliare

Alt exemplu poate fi acela de cumpărare a unui complex condominial. Prețul de cumpărare este de 1.000.000\$, iar costurile renovării de 200.000\$. Complexul urmează a fi închiriat pe 10 ani, obținându-se un venit anual net de 120.000\$ și care urmează să crească cu 5% pe an, după care este vândut pentru 1.500.000\$. Valoarea actualizată netă ar trebui să se determine pentru reduceri ale ratei dobânzii de 6%, 12%, și 20%.

Figura 5.2 prezintă cheltuielile și veniturile din diferiți ani, ca și valoarea actualizată la începutul primului an pentru diferite rate ale dobânzii. Celula B10 se determină ca $=B9*(1+RIP)$, formulă copiată mai jos. Celula C8 se determină după $=B8/(1+C\$7)^{A8}$, formulă ce se află în C8:E18. Pe linia 19, se utilizează totalizarea pentru a da diferite valori ale ratei dobânzii corespunzătoare valorilor nete actualizate ale proiectului. Sumele din C19:E19 pot fi obținute în mod independent utilizând funcția NPV (vezi formula pentru C20 în C21).

	A	B	C	D	E	F
1	Pret P.	PP	\$1.000.000			
2	Renovare	RN	\$200.000			
3	Pret de vanz.	SP	\$1.500.000			
4	Venit	REV	\$120.000			
5	Crest. Venit. %	RIP	5%			
6						
7	Anii	Flux monetar	6%	12%	20%	
8	0	(\$1.200.000)	(\$1.200.000)	(\$1.200.000)	(\$1.200.000)	
9	1	\$120.000	\$113.208	\$107.143	\$100.000	
10	2	\$126.000	\$112.140	\$100.446	\$87.500	
11	3	\$132.300	\$111.082	\$94.169	\$76.563	
12	4	\$138.915	\$110.034	\$88.283	\$66.992	
13	5	\$145.861	\$108.996	\$82.765	\$58.618	
14	6	\$153.154	\$107.967	\$77.592	\$51.291	
15	7	\$160.811	\$106.949	\$72.743	\$44.880	
16	8	\$168.852	\$105.940	\$68.197	\$39.270	
17	9	\$177.295	\$104.940	\$63.934	\$34.361	
18	10	\$1.686.159	\$941.543	\$542.898	\$272.324	
19	Total	\$1.809.347	\$722.797	\$98.170	(\$368.202)	
20	UNPV		\$722.797	\$98.170	(\$368.202)	
21			=(1+C7)*NPV(C7,\$B\$8:\$B\$18)			

Figura. 5.2. Valoarea actualizată netă pentru proiect

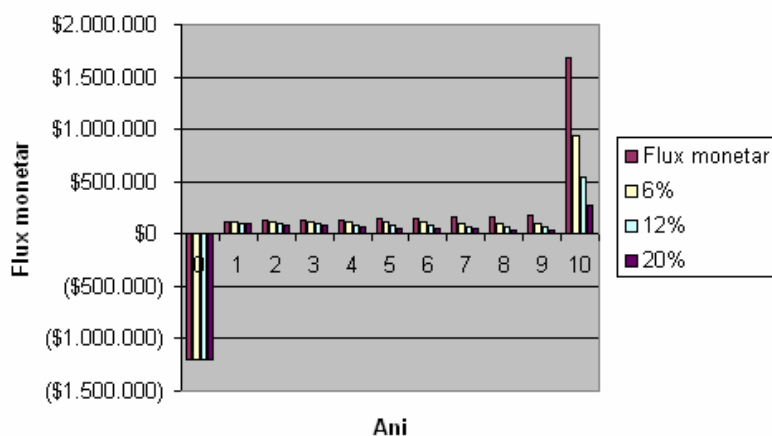


Figura.5. 3.Fluxuri monetare actualizate și neactualizate

După 10 ani, fluxul monetar net este de 1809347 \$ dar valoarea actualizată netă variază în funcție de rata dobânzii utilizate. La nivelul de 6%, proiectul pare interesant, la 12% se află la limită, iar pentru 20% proiectul este total neatractiv.

Figura 5.3 ilustrează grafic diferența dintre fluxurile monetare fără actualizare și cele cu actualizare la diferite rate ale dobânzii.

5.4. Rata potrivită a dobânzii în scopuri de actualizare (discontare)

Din momentul în care valoarea actualizată netă se modifică în mod radical pentru diferite rate ale dobânzii, rata potrivită a dobânzii folosită la evaluarea unui proiect, trebuie selectată cu multă atenție. Această rată ar trebui să fie egală costului de oportunitate de utilizare a banilor sau a capitalului pentru diferiți ani, ceea ce înseamnă că ar trebui să fie egală cu cel mai mare profit pe care îl pot aduce banii în acești ani, în condițiile în care este finanțată cu banii retrași din alte investiții sau cu cel mai scăzut cost de finanțare, dacă aceasta se realizează prin împrumuturi suplimentare. Formula valorii actualizate nete pleacă de la premisa că rata dobânzii este constantă pentru orice sumă de bani cerută și că este aceeași în fiecare an. Aceste ipoteze nu sunt însă adevărate de fiecare dată.

Dar o situație tipică este aceea că proiectul este doar unul într-o mulțime de alte proiecte ale aceleiași companii și că această companie și-a fixat o anumită rată a dobânzii ce trebuie atinsă. Această rată poate fi folosită la determinarea valorii actualizate.

O astfel de rată a dobânzii poate conține următoarele componente:

1. Componenta reală de rambursare
2. Componenta inflației
3. Componenta de incertitudine

Dacă inflația este de 5% pe an, orice investitor se așteaptă ca veniturile să acopere măcar inflația, investiția în aur sau în monede supuse mai puțin fenomenului inflaționist devenind atractivă. Se dorește să se realizeze un venit ce depășește mărimea inflației. Mai mult, datorită faptului că în evaluarea proiectului se folosesc date estimate legate de venituri și cheltuieli, iar aceste estimări nu se îndeplinesc întotdeauna, investitorii, care sunt în cele mai multe cazuri sensibili la situațiile de risc vor să fie recompensați pentru risc printr-un câștig mai mare. Să presupunem că restituirea este 7%, inflația 5% și componenta de risc 4%. Aceasta înseamnă că într-un an o investiție de 1 \$ ar trebui să aducă $(1+0,07)(1+0,05)(1+0,04)=1,16844$ astfel încât $r=16,844\%$ care diferă de totalul procentelor, adică 16%. Aceste procentaje nu se pot însuma, dar pentru procente mici se poate da o aproximare mai apropiată de realitate. Dacă se combină rata

dobânzii a cu b ceea ce rezultă se calculează pe baza formulei $(1+a)(1+b)-1=a+b+ab$, unde adaosul este $a+b$, iar eroarea de subestimare ab . Pentru $a=5\%$ și $b=2\%$, $ab=0,1\%$ care de obicei se neglijează, pentru $a=b=10\%$, $ab=1\%$, valoarea devine importantă.

Se întâmplă adesea ca cei care iau decizii să nu cunoască cu exactitate rata potrivită a dobânzii. În astfel de situații se poate da valoarea actualizată netă pentru un număr de rate ale dobânzii. De exemplu, în cazul condominiului, se cere valoarea actualizată netă pentru $r=10\%, 15\%$ și 20% .

5.5. Rata rentabilității împrumutului

Pentru exemplul condominiului, valoarea actualizată netă pentru o rată a dobânzii de $6\%, 12\%, 20\%$ a fost de $722.797\$, 98.170\%$ și 368.202% . Cei care iau deciziile doresc să cunoască la ce rată a dobânzii valoarea actualizată netă devine 0. Această rată a dobânzii este denumită rata internă a rentabilității împrumutului (IRR), pentru că banii investiți în proiect se transformă în câștig la un nivel egal cu această rată. Dacă se obține o rată mai ridicată pentru banii investiți, proiectul este în mod evident

neatractiv, dar dacă IRR este mai scăzută decât al altor alternative de investiții, proiectul este avantajos.

Figura 5.4 ilustrează calculul de determinare al IRR-ului în mod detaliat. Celula D10 conține formula $= (1+C10)*NPV(C10, \$B\$10:\$B\$20)$, care este copiată în D10:D20. Rezultatele conduc la ideea că IRR se află între 12% și 14% și că probabil ia valori cuprinse între 13% și $13,5\%$.

	A	B	C	D
1	Informatii			
2	Pret de achiz	PP	\$1.000.000	
3	Renovare	RN	\$200.000	
4	Pret de vanz.	SP	\$1.500.000	
5	Venit	REV	\$120.000	
6	Crest. Venit.	RIP	5%	
7				
8	Flux monetar			
9	Anii	Flux monet.	DIR	UNPV
10	0	-1.200.000	0%	\$1.809.347
11	1	\$120.000	2%	\$1.375.566
12	2	\$126.000	4%	\$1.018.420
13	3	\$132.300	6%	\$722.797
14	4	\$138.915	8%	\$476.817
15	5	\$145.861	10%	\$271.092
16	6	\$153.154	12%	\$98.170
17	7	\$160.811	14%	(\$47.897)
18	8	\$168.852	16%	(\$171.877)
19	9	\$177.295	18%	(\$277.610)
20	10	1.686.159	20%	(\$368.202)
21	Total	1.809.347		
22			IRR	13,31%

Figura 5.4 Valoarea actualizată netă, rata dobânzii și rata rentabilității

Figura 5 prezintă variațiile ratei dobânzii de la 2% la 0% și 20% . La $13,3\%$ curba intersectează axa orizontală, astfel că intersecția este chiar rata rentabilității. Pentru aceeași rată a dobânzii, procesul de acceptare sau respingere a unui proiect bazat pe IRR este același ca în cazul celui fundamentat pe valoarea actualizată netă.

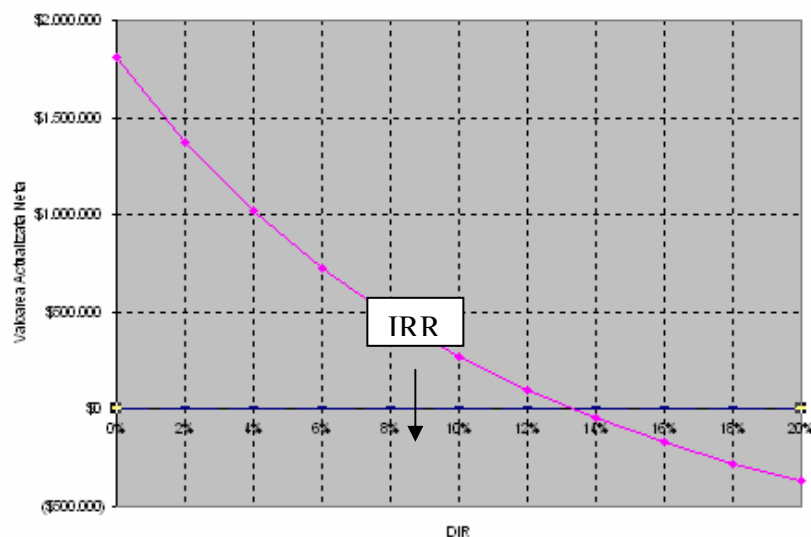


Figura 5.5 Valoarea actualizată netă și rata rentabilității

Nu există o expresie explicită pentru rata internă de rentabilitate dar se poate calcula prin reiterare. Pentru o rată anume a dobânzii, se calculează valoarea actualizată netă. Dacă este pozitivă, se recalculează pentru o valoare mai ridicată ș.a.m.d, până când valoarea actualizată netă devine 0. IRR-ul nu este în mod obligatoriu unic cea ce duce la concluzia că există proiecte cu valoarea actualizată netă 0 pentru valori diferite ale ratelor dobânzii. Rata rentabilității împrumutului este unică dacă primul flux monetar este negativ și toate celelalte pozitive. Pentru majoritatea aplicațiilor practice se utilizează doar un singur tip de IRR.

Pentru funcția ratei rentabilității, foaia de lucru utilizează o procedură repetitivă care începe cu încercarea de a estima această rată. Rata, denumită Guess, est al II-lea parametru al funcției, primul fiind Range.

$IRR(Range, Guess)$.

Aceasta se aplică în foaia de lucru a figurii 4, unde celula D20 conține formula $=IRR(B8:B18, 10\%)$ care este egal cu 13,31%.

Ca și funcția NPV, această funcție reduce fluxul monetar la perioada celui de dinaintea primului flux monetar, dar aceasta nu influențează rezultatul, de vreme ce, potrivit ecuației (1) de mai sus, dacă $NPV=0$, atunci $UNPV=0$, astfel încât funcția este de asemenea validă dacă dorim să reducem fluxul la perioada primului flux monetar.

Valoarea actualizată netă și rata rentabilității sunt doar câteva dintre criteriile folosite pentru selecția proiectului. Alt criteriu este, de exemplu perioada achitării, ce reprezintă numărul de ani necesari înainte ca veniturile acumulate să fie mai mari decât cheltuielile acumulate. Dar deciziile vor mai fi influențate și de mulți alți factori, cum ar fi opiniile celor care iau decizii referitoare la datele folosite în evaluarea proiectului și la situația economică generală. Criteriile principale pentru evaluarea proiectului, valoarea actualizată netă și rata rentabilității, prin urmare, pot fi privite ca instrumente de suport decizional.

Probleme:

1. Să presupunem că un proiect este întârziat cu unul sau mai mulți ani. Dacă toate sumele și ratele au ca referință primul an, cum va afecta această întârziere valoarea actualizată și rata rentabilității?
2. Cum v-ați descurca într-o situație în care rata dobânzii pentru valoarea actualizată propusă este 9% pentru primul an, 10% pentru anii 2-5 și 11% pentru anii 6-10 ?

Aplicați aceasta la exemplul condominiului acestui capitol.

3. Cazul apartamentului duplex

O persoană dorește să cumpere un apartament duplex. Prețul său este de 100.000\$ iar taxele și alte costuri sunt de 5000\$. Se poate obține o ipotecă de 60.000\$ cu 13% dobândă , ce va fi amortizată în 10 ani cu tranșe egale (pentru anuități) în fiecare an.

Venitul din chirie pentru primul an este estimat la 6000\$, și pentru al doilea an la 12.000\$. Pentru următorii ani chiria se presupune că va crește cu 6% pe an. Costurile întreținerii anuale au fost 1000\$ în primul an, și trebuie să fie ajustate cu rata inflației în următorii ani. Zugrăvitul este necesar în anul 1, 6 și 10 costând în primul an 3500\$, iar în anii următori va fi ajustat cu rata inflației. Taxele de proprietate sunt în primul an de 1000\$ și cresc proporțional cu rata inflației. Este planificat ca proprietatea să fie vândută după 10 ani pentru o sumă netă de vânzare de 200.000\$. Inflația se așteaptă să fie de 5% pe an. Creați o foaie de calcul pentru acest proiect și determinați valoarea actualizată netă și rata rentabilității. Foaia de calcul trebuie să conțină un subcapitol de date, unul de rezultate și unul de calculație a fluxului monetar. Ultimul subcapitol ar trebui să conțină venitul din chirie pe toți anii, plata ipotecii, ipoteca neplătită și diferite cheltuielile. Subcapitolul de rezultate ar trebui să conțină fluxul valorilor actualizate la 10,15 și 20% și rata rentabilității.

4. Profitul obținut cu ajutorul unei diplome

O persoana dorește să înceapă în anul ce vine un studiu universitar de 4 ani și dorește să determine costurile și beneficiile studiului sau cel puțin atât cât acestea pot fi cuantificate. Taxele școlare și cele obligatorii vor fi de 1200\$ în primul an și se așteaptă să crească în următorii ani cu 7,5% pe an. Cărțile costă 500\$ pe an în primul an și prețul lor va crește o dată cu inflația ce este estimată la 5% pe an. Pentru a putea studia, o slujbă trebuie să aducă un venit net de 12000\$ pe an în primul an, cu o creștere anuală egală cu inflația. Cheltuielile anuale pentru consum se presupun a fi egale cu venitul adus de slujbă, indiferent dacă persoana își păstrează slujba sa sau studiază și își găsește o slujbă mai bună. Este disponibil un împrumut pentru studii de 5000\$ pe an în toți cei patru ani, fără dobândă până la terminarea studiului, moment în care doar două treimi trebuie să fie restituite. În plus, se presupune că banii pot fi împrumutați cu 10% dobândă.

O dată ce diploma a fost obținută este de așteptat ca poziția ce ar putea fi obținută să aibă un salariu de început cu 30% mai mult decât venitul ce ar fi fost obținut la slujba precedentă. Mai mult salariul crește cu 6% pe an. Se presupune că această persoană va munci în aceeași poziție 30 ani.

a. Găsiți pentru anii de studiu costurile variabile, costurile totale, contribuția făcută de împrumutul de studiu, și costurile totale după ce împrumutul de studiu s-a luat în considerare. De asemenea găsiți valoarea actualizată a acestor costuri și procentajul costurilor totale pentru tipurile de costuri variabile și pentru împrumutul de studiu.

b. Găsiți beneficiile diplomei pentru anii în care persoana își va păstra postul.

c. După ce combinați costurile și beneficiile, determinați valoarea actualizată netă și rata rentabilității diplomei.

Creați o foaie de calcul bine organizată pentru a răspunde la următoarele întrebări, cu un subcapitol de date și un rezumat, și folosiți un domeniu de nume. Protejați întreaga foaie de calcul , exceptând datele imprimați -o.

5. Inflația și veniturile fixe

Pentru a obține o perspectivă a efectului inflației asupra oamenilor cu venituri fixe să studiem un cuplu care la începutul anului 1971 avea 100.000\$ bani lichizi cu care au cumpărat obligațiuni cu un termen de 17 ani . Rata dobânzii era 8%.

a. Care este suma lunară de plată?

b. Găsiți „indexul prețului consumatorilor pentru Calgary pentru anii 71-87 din baza de date CANSIM de pe discheta atașată cărții.

- c. Transferați aceste date în documentele dumneavoastră.
- d. Care este echivalentul în anul 1987, din punctul de vedere al puterii de cumpărare, sumei de 100.000\$ plus ratele lunare, deținute în anul 1971?
- e. Determinați procentul de inflație anuală pentru fiecare din anii 1971 până la 1987.
- f. Faceți un grafic al acestei inflații anuale și imprimați graficul.
- g. Determinați puterea de cumpărare a plății lunare în ianuarie 1971 în comparație cu perioada 71-80, faceți un grafic și imprimați -l. Care este media puterii de cumpărare pentru această perioadă?
- h. Considerați o pensie cu plăți lunare constante în condițiile puterii de cumpărare stabilite, presupunând că inflația în perioada 71-87 a fost prezisă exact. Care ar fi, pentru o astfel de rată cu o valoare actualizată de 100.000\$ la începutul anului 1971, plata lunară la începutul anului 1971?

6. Privatizarea închisorilor

Să presupunem că guvernul provinciei dorește să privatizeze închisorile și realizează o licitație pentru conducerea închisorii pe 5 ani. Fișierul T1DATA de pe dischetă conține media numărului de deținuți presupuși pentru fiecare lună în anii 1-5. Toate datele sunt fictive.

Foaia de calcul trebuie să fie bine organizată și părțile sale trebuie să fie bine formate. Prezentarea poate fi îmbunătățită cu ajutorul secțiunii de date și cu cel al domeniului de nume.

Creați o foaie de calcul bine organizată cu părți bine formate pentru a răspunde la următoarele probleme:

a. Presupunem că guvernul va plăti 32 \$ pentru o zi pe deținut. Determinați numărul total de zile/deținut pentru fiecare an și pentru întreaga perioadă de 5 ani și totalele corespunzătoare ce trebuie să fie plătite. Presupunem că toate lunile au 30,5 zile. De asemenea determinați media numărului de deținuți și creșterea procentuală corespunzătoare.

b. Presupunem că estimările au o eroare de 10% în sensul că valorile actuale pot fi cu 10% mai mari (valori mari) sau cu 10% mai mici (valori mici). Plata pe ziua de deținut poate varia de la 30 la 40\$. Realizați o tabelă folosind valorile mari pentru plățile așteptate în fiecare an și plata totală pe întreaga perioadă de 5 ani pentru plata pe deținut/zi la 40, 41...50\$. Faceți la fel pentru valorile mici.

c. Presupunem că plățile pentru anul 1 sunt făcute într-o singură tranșă la sfârșitul anului la 32\$ pe deținut/zi. Dacă reducerea ratei dobânzii (fără compunere) este 10% pe an care este valoarea actualizată netă a acestei plăți la începutul primului an (la sfârșitul anului 0)? Care este valoarea actualizată netă dacă plățile sunt făcute la sfârșitul fiecărei luni? Care este diferența?

d. Pentru a conduce o închisoare, un manager trebuie să câștige 65.000\$ pe an și doi asistenți manageri trebuie să câștige 40.000\$ pe an fiecare în parte. Un supraveghetor și patru gardieni de securitate sunt necesari 24 h pe zi , primul câștigând 25\$/h și ultimii 15\$/h. Ei lucrează 1750 h pe an. Gardienii de zi sunt necesari 16 h/zi și ar trebuie să fie câte 1 gardian la 40 de deținuți, aceasta bazându-se pe media anuală a numărului de deținuți. Acești gardieni câștigă 12\$/h și lucrează 1750h/an. Beneficiile la salarii sunt de 15%. Serviciile medicale și taxele costă în total 250.000\$. Mâncarea și proviziile sunt de 18%/zi pe deținut. Întreținerea și utilitățile sunt estimate la 280.000\$/an. Personalul plătit cu ora poate face ore suplimentare pentru a nu necesita sporirea numărului personalului. Realizați un buget anual de cheltuieli pentru anii 1-5. Câți oameni plătiți cu ora sunt necesari?

e. Realizați un rezumat al cheltuielilor și încasărilor pentru fiecare an. Presupunând că prețul de început cerut în anul dinaintea primului an este de 500.000\$, aflați valoarea actualizată netă și rata rentabilității a conducerii închisorii pe 5 ani. Faceți acest lucru dacă după primul an încasările cresc cu 5% pe an.