MA384 Fundamentos para el Cálculo

Ejercicios de sistemas de ecuaciones lineales

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

1. $\begin{cases} -x + 2y = -6 \\ 4x - y = -4 \end{cases}$

Solución:

Resolveremos el sistema empleando eliminación, para eso multiplicaremos la segunda ecuación por 2 y sumaremos ambas ecuaciones:

$$\times 2 \begin{cases} -x + 2y = -6 \\ 4x - y = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} \begin{cases} -x + \cancel{2y} = -6 \\ 8x - \cancel{2y} = -8 \end{cases} \downarrow (+) \\ \hline 7x = -14 \end{array}$$

$$\boxed{x = -2}$$

$$4(-2) - y = -4 \rightarrow \boxed{y = -4}$$

Respuesta: $CS = \{(-2; -4)\}$

Otra forma de solución:

El sistema también se puede resolver por sustitución, para ello, despejaremos y en la segunda ecuación y la reemplazaremos en la primera para hallar x:

$$4x - y = -4 \rightarrow y = 4x + 4$$

Sustituyendo y en la primera ecuación: $-x + 2(4x + 4) = -6$

$$-x + 8x + 8 = -6 \rightarrow 7x = -14$$

2. $\begin{cases} 4x - 6y = -2 \\ 6x - 9y = -3 \end{cases}$

Solución:

Resolveremos el sistema empleando eliminación, para eso dividiremos la primera ecuación entre 2 y la segunda ecuación entre 3 y restaremos ambas ecuaciones:

$$\begin{array}{l} \div 2 \\ \div 3 \end{array} \begin{cases} 4x - 6y = -2 \\ 6x - 9y = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases} \downarrow (-) \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

Respuesta: Infinitas soluciones.

Otra forma de solución:

Resolveremos el sistema empleando un parámetro t.

$$CS = \{(x; y)/2x - 3y = -1\}$$

Si $y = t$

$$2x - 3t = -1$$

$$2x = 3t - 1$$

$$x = \frac{3t - 1}{2}$$

Respuesta: $CS = \left\{\left(\frac{3t-1}{2}; t\right)/t \in \mathbb{R}\right\}$

Si $x = t$

$$2t - 3y = -1$$

$$2t + 1 = 3y$$

$$y = \frac{2t + 1}{3}$$

Respuesta: $CS = \left\{\left(t; \frac{2t+1}{3}\right)/t \in \mathbb{R}\right\}$

3. $\begin{cases} 4x + 9y = 8 \\ 10x + 3y = 7 \end{cases}$

Solución:

Resolveremos el sistema empleando igualación, para eso multiplicaremos la segunda ecuación por 3 y despejaremos el término $9y$ de ambas ecuaciones:

$$30x + 9y = 21 \rightarrow 9y = 21 - 30x$$

$$4x + 9y = 8 \rightarrow 9y = 8 - 4x$$

Luego igualaremos ambas expresiones despejadas y agrupamos los términos con x en un miembro y los números del otro:

$$8 - 4x = 21 - 30x$$

$$26x = 13$$

Despejamos x y sustituimos su valor en cualquier ecuación original (de preferencia la más simple) para hallar el valor de y simplificando lo más que se pueda las respuestas y poniéndolas en paréntesis como pares ordenados y entre llaves en el conjunto solución.

$$x = \frac{1}{2}$$

$$4\left(\frac{1}{2}\right) + 9y = 8$$

$$y = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Respuesta: $CS = \left\{\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)\right\}$

4. $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 6x + 15y = 8 \end{cases}$

Solución:

Resolveremos el sistema empleando eliminación, para eso multiplicaremos la primera ecuación por -3 y la sumaremos con la segunda:

$$\begin{cases} -6x - 15y = -3 \\ 6x + 15y = 8 \end{cases} \downarrow (+)$$

$$0x + 0y = 5$$

$$0 = 5 \qquad \textit{absurdo}$$

$$CS = \{\ \}$$

5. $\begin{cases} \dfrac{3}{2}y = 3 - x \\ 4x - 12 = -6y \end{cases}$

Solución:

Primero debemos eliminar el denominador de la primera ecuación y ordenar las variables en ambas ecuaciones para facilitar la resolución:

$$\begin{matrix} \times 2 \\ \div 2 \end{matrix} \begin{cases} \dfrac{3}{2}y = 3 - x \\ 4x - 12 = -6y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3y = 6 - 2x \\ 2x - 6 = -3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases} \downarrow (-)$$

$$0 = 0$$

Respuesta: Infinitas soluciones.

Otra forma de solución:

Resolveremos el sistema empleando un parámetro *t*.

Si $y = t$

$$2x + 3t = 6$$

$$2x = 6 - 3t$$

$$x = \frac{6 - 3t}{2}$$

Respuesta: $CS = \left\{\left(\dfrac{6 - 3t}{2}; t\right) / t \in \mathbb{R}\right\}$

Si $x = t$

$$2t + 3y = 6$$

$$3y = 6 - 2t$$

$$y = \frac{6 - 2t}{3}$$

Respuesta: $CS = \left\{\left(t; \dfrac{6 - 2t}{3}\right) / t \in \mathbb{R}\right\}$

6. $\begin{cases} \dfrac{x - 1}{4} = 3y \\ x = 8y + 5 \end{cases}$

Solución:

Primero debemos eliminar el denominador de la primera ecuación y ordenar las variables en ambas ecuaciones para facilitar la resolución:

$$\times 4 \begin{cases} \dfrac{x-1}{4} = 3y \\ x = 8y + 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 12y \\ x - 8y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 12y = 1 \\ x - 8y = 5 \end{cases} \uparrow (-)$$

$$4y = 4$$

$$y = 1$$

Reemplazando $y = 1$ en la segunda ecuación podemos obtener el valor de x:

$$x = 8(1) + 5 = 13$$

Respuesta: $CS = \{(13; 1)\}$

7. $\begin{cases} \dfrac{3(x+4)}{2} = 2y + 4 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{5} = 6 \end{cases}$

Solución:

Primero debemos eliminar los denominadores y ordenar las variables en ambas ecuaciones para facilitar la resolución:

$$\begin{matrix} \times 2 \\ \times 15 \end{matrix} \begin{cases} \dfrac{3(x+4)}{2} = 2y + 4 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{5} = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 12 = 4y + 8 \\ 5x + 3y = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = -4 \\ 5x + 3y = 90 \end{cases}$$

Este nuevo sistema debemos resolverlo empleando eliminación, para eso multiplicaremos la primera ecuación por 3 y la segunda por 4 y sumaremos ambas ecuaciones:

$$\begin{cases} 9x - 12y = -12 \\ 20x + 12y = 360 \end{cases} \downarrow (+)$$

$$29x = 348$$

$$x = 12$$

Reemplazando $x = 12$ en la segunda ecuación podemos obtener el valor de y:

$$\frac{(12)}{3} + \frac{y}{5} = 6$$

$$\rightarrow \frac{y}{5} = 2$$

$$\rightarrow y = 10$$

Respuesta: $CS = \{(12; 10)\}$

8. $\begin{cases} x + y = 5 \\ ax + 2y = 10 \end{cases}$ donde a es una constante, $a \neq 2$

Solución:

Resolveremos el sistema empleando eliminación, para eso multiplicaremos la primera ecuación por 2 y la restaremos con la segunda:

$$\times 2 \begin{cases} x + y = 5 \\ ax + 2y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 10 \\ ax + 2y = 10 \end{cases} \uparrow (-)$$

$$ax - 2x = 0$$

$$x(a - 2) = 0 \rightarrow x = 0$$

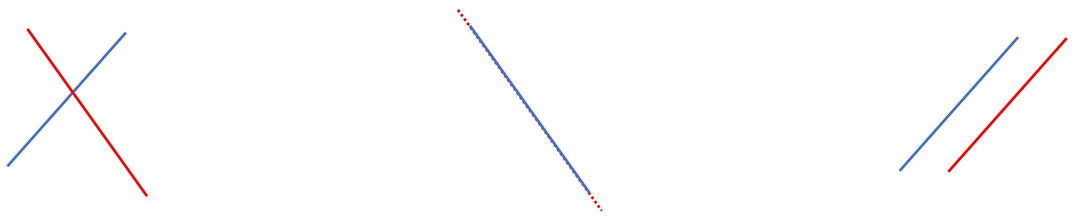
Reemplazando $x = 0$ en la primera ecuación podemos obtener el valor de y:

$$(0) + y = 5 \rightarrow y = 5$$

Respuesta: $CS = \{(0; 5)\}$

Gráficas de sistemas de ecuaciones lineales

Solución única | Infinitas soluciones | Sin solución



9. Resolver el sistema: $\begin{cases} x^2 - y = 3 \\ y = 2 + 4x \end{cases}$

Solución:

Resolveremos el sistema empleando sustitución, para eso reemplazaremos la expresión de y de la segunda ecuación en la primera:

$$\begin{cases} x^2 - y = 3 \\ y = 2 + 4x \end{cases} \rightarrow x^2 - (2 + 4x) = 3$$

$$x^2 - 4x - 2 = 3$$

$$\rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0$$

Igualando cada factor a 0, se obtienen los valores de x:

$$x + 1 = 0 \quad \wedge \quad x - 5 = 0$$

$$x = -1 \quad \wedge \quad x = 5$$

Reemplazando ambos valores en la ecuación lineal para obtener los valores de y:

$$y = 2 + 4(-1) = -2 \quad \wedge \quad y = 2 + 4(5) = 22$$

Respuesta: $CS = \{(-1; -2), (5; 22)\}$

(Tomado de Curo – Martínez, Matemática para Adm.)