

## אלגוריתמים נומריים- תרגיל בית 2

### שאלה 5

#### סעיף 1

א. כדי לסווג בין הספרה 0 לבין כל הספרות האחרות, קבענו שבהנתן תוצאת המסווג:

- אם היא חיובית, קובעים שהתמונה היא של הספרה 0.

- אם היא שלילית, קובעים שהתמונה היא **לא** של הספרה 0.

לכן, ההתאמות שביצענו בקוד הן:

1. עבור כל ספרה מ-0 עד 9 לקחנו מ-training.images N-תמונות של הספרה (N=4000). שמרנו בנפרד את התמונות של כל ספרה.

2. את המטריצה A\_all בנינו כך שהשורה הראשונה היא תמונה של 0, השנייה תמונה של 1 וכך הלאה עד השורה העשירית שהיא תמונה של 9, ואז שוב השורה ה-11 היא תמונה של 0 וחוזר חלילה.

3. בהתאמה, בנינו את הוקטור b\_all כך שבשורה המתאימה לתמונה של 0 ב-A\_all שמנו 1 ואחרת שמנו 0- (כלומר בהתאמה לשורות בהן התמונה היא לא של 0).

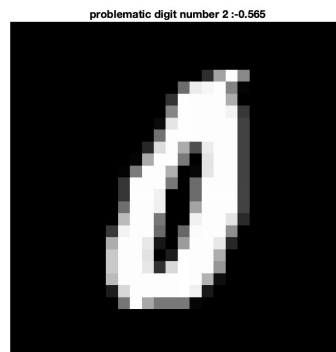
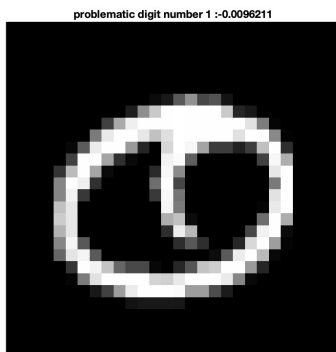
4. עשינו כך שהמטריצה A\_train היא 5N השורות הראשונות של A\_all, והוקטור b\_train הוא 5N השורות הראשונות של b\_all.

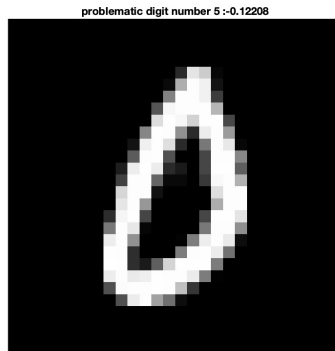
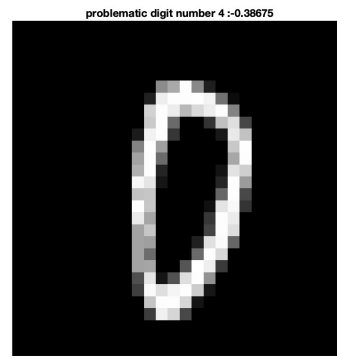
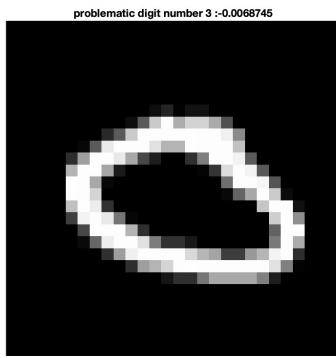
5. עשינו כך שהמטריצה A\_test היא 5N השורות האחרונות של A\_all, והוקטור b\_test הוא 5N השורות האחרונות של b\_all.

ב. בקבוצת האימון: 299 תמונות סווגו לא נכון. בקבוצת המבדק: 318 תמונות סווגו לא נכון.

```
Train Error:  
Accuracy=98.505% (299 wrong examples)  
Test Error:  
Accuracy=98.41% (318 wrong examples)
```

ג. 5 תמונות שסווגו לא נכון (מופיעות כפלט גם בקוד). ניתן לראות שתוצאת המסווג הייתה שלילית אך קרובה מאוד ל-0.





## סעיף 2

- בסעיף זה הרחבנו את הקוד של הסעיף הקודם (על מנת ליצור מסווג לכל ספרה) באופן הבא:
1. לכל ספרה  $k$  (מ-0 עד 9) יצרנו וקטור  $b$  המתאים לסיווג שלה, כלומר יש בו 1 בשורות שמתאימות לתמונה של הספרה  $k$  ב- $A_{all}$  ו-1 בשורות שמתאימות לתמונות שאינן של הספרה  $k$  ב- $A_{all}$ . את כל הווקטורים  $b$  האלה שמרנו כעמודות מטריצה.
  2. הוספנו רגולריזציה פשוטה עם הסקלר  $\lambda$  (בחרנו שערכו יהיה 1) כפי שהוצג בהרצאה:  $\min \|Ax - b\|_2^2 + \lambda \|x\|_2^2$ . לכל ספרה  $k$  חישבנו את הוקטור המסווג  $x$  המתאים לה על ידי שימוש בנוסחת פתרון ה-LS עם הרגולריזציה שהוצגה בהרצאה:  $(A^T A + \lambda I)^{-1} A^T b$ . השימוש ברגולריזציה הזו הביא לשיפור מינורי בדיוק אך הביא לשיפור משמעותי בזמן הריצה של התכנית (פי 13 יותר מהיר בהשוואה לאי שימוש ברגולריזציה). השיפור נובע מכך שבלי רגולריזציה משתמשים ב-pinv שהיא פונקציה איטית, ולעומת זאת ברגולריזציה אפשר להשתמש בנוסחה עם חישוב המטריצה ההופכית ללא שימוש ב-pinv (בלי רגולריזציה צריך להשתמש ב-pinv ולא לחשב את המטריצה ההופכית  $(A^T A)^{-1}$  כי המטריצה ההופכית יוצאת כמעט סינגולרית ומטלאב מוציא על כך אזהרות, אבל עם הרגולריזציה המטריצה שהופכים לא קרובה לסינגולרית).
  3. את כל וקטורי ה- $x$  המסווגים שקיבלנו שמרנו כעמודות מטריצה.

א.

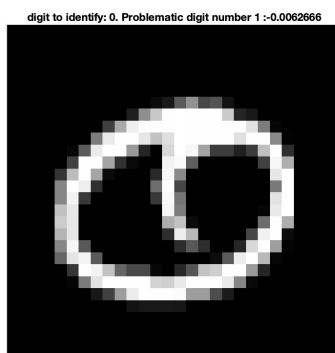
מסווג	מס' התמונות שזוהו לא נכון בקבוצת האימון	מס' התמונות שזוהו לא נכון בקבוצת המבדק
זיהוי הספרה 0	300	304
זיהוי הספרה 1	326	362
זיהוי הספרה 2	751	812
זיהוי הספרה 3	826	902

766	654	זיהוי הספרה 4
1239	1078	זיהוי הספרה 5
517	414	זיהוי הספרה 6
675	608	זיהוי הספרה 7
1150	1022	זיהוי הספרה 8
1158	1057	זיהוי הספרה 9

digit: 0  
Train Error:  
Accuracy=98.5% (300 wrong examples)  
digit: 1  
Train Error:  
Accuracy=98.37% (326 wrong examples)  
digit: 2  
Train Error:  
Accuracy=96.245% (751 wrong examples)  
digit: 3  
Train Error:  
Accuracy=95.87% (826 wrong examples)  
digit: 4  
Train Error:  
Accuracy=96.73% (654 wrong examples)  
digit: 5  
Train Error:  
Accuracy=94.61% (1078 wrong examples)  
digit: 6  
Train Error:  
Accuracy=97.93% (414 wrong examples)  
digit: 7  
Train Error:  
Accuracy=96.96% (608 wrong examples)  
digit: 8  
Train Error:  
Accuracy=94.89% (1022 wrong examples)  
digit: 9  
Train Error:  
Accuracy=94.715% (1057 wrong examples)

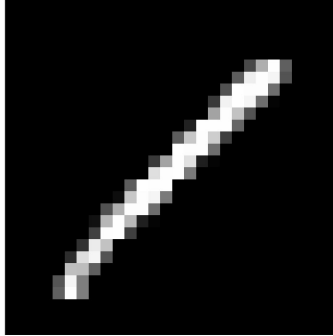
digit: 0  
Test Error:  
Accuracy=98.48% (304 wrong examples)  
digit: 1  
Test Error:  
Accuracy=98.19% (362 wrong examples)  
digit: 2  
Test Error:  
Accuracy=95.94% (812 wrong examples)  
digit: 3  
Test Error:  
Accuracy=95.49% (902 wrong examples)  
digit: 4  
Test Error:  
Accuracy=96.17% (766 wrong examples)  
digit: 5  
Test Error:  
Accuracy=93.805% (1239 wrong examples)  
digit: 6  
Test Error:  
Accuracy=97.415% (517 wrong examples)  
digit: 7  
Test Error:  
Accuracy=96.625% (675 wrong examples)  
digit: 8  
Test Error:  
Accuracy=94.25% (1150 wrong examples)  
digit: 9  
Test Error:  
Accuracy=94.21% (1158 wrong examples)

ב. תמונה אחת שסווגה לא נכון על ידי כל אחד מהמסווגים:  
מסווג של הספרה 0:



מסווג של הספרה 1:

digit to identify: 1. Problematic digit number 1 :-0.43695



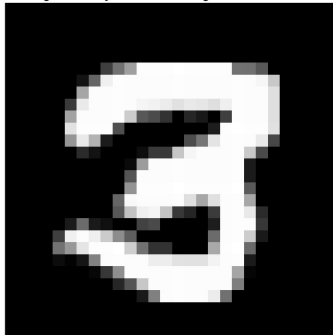
מסווג של הספרה 2:

digit to identify: 2. Problematic digit number 1 :-0.057456



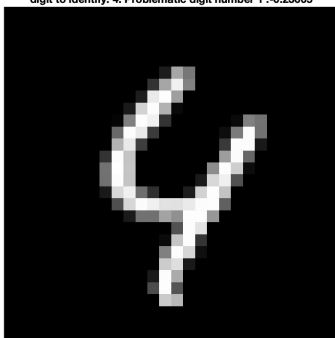
מסווג של הספרה 3:

digit to identify: 3. Problematic digit number 1 :-0.1263



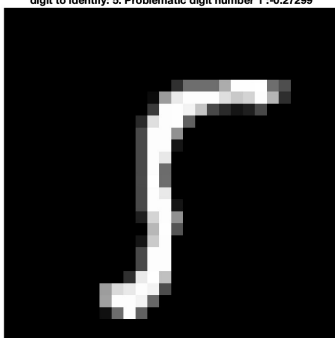
מסווג של הספרה 4:

digit to identify: 4. Problematic digit number 1 :-0.23605



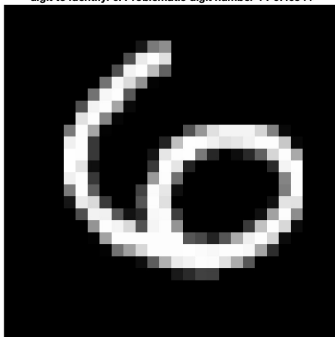
מסווג של הספרה 5:

digit to identify: 5. Problematic digit number 1 :-0.27299

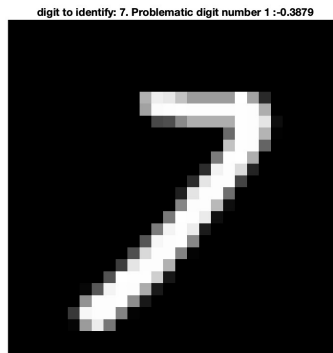


מסווג של הספרה 6:

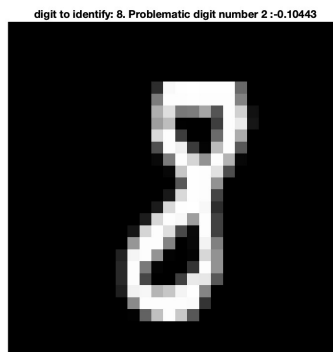
digit to identify: 6. Problematic digit number 1 :-0.46544



מסווג של הספרה 7:



מסווג של הספרה 8:



מסווג של הספרה 9:



### סעיף 3

בסעיף זה, על מנת לקבוע מהי הספרה בתמונה כלשהי על סמך המסווגים שיצרנו מקודם, חישבנו קודם את תוצאת הסיווג של התמונה על ידי כל אחד מהמסווגים, ואז אם רק אחד מהמסווגים החזיר "כן" (כלומר תוצאה חיובית) קבענו שהספרה בתמונה היא הספרה המתאימה למסווג הזה (כלומר הספרה שאותה המסווג מנסה לזהות). בפועל בקוד עשינו זאת על ידי הכפלת המטריצה  $A_{new\_test}$  במטריצה שעמודותיה הן המסווגים (המטריצה שחישבנו בסעיף 2), את תוצאת ההכפלה שמרנו במשתנה  $res$ .

לאחר מכן עבור כל תמונה (כלומר עבור כל שורה ב- $A_{new\_test}$ ) בדקנו את תוצאות המסווגים (כלומר השורה המתאימה במטריצה  $res$ - בשורה הזו האיבר הראשון היא תוצאת הסיווג של המסווג של הספרה 0, האיבר השני הוא תוצאת הסיווג של

המסווג של הספרה 1 וכו' עד האיבר האחרון בשורה שהוא תוצאת הסיווג של המסווג של הספרה 9). בשורה הנ"ל במטריצה res, בדקנו כמה איברים יצאו חיוביים (כלומר המסווגים המתאימים לאיברים האלה קבעו שהספרה בתמונה היא אכן הספרה שהמסווג מנסה לזהות). אם התקבל איבר חיובי אחד בשורה, זה אומר שהצלחנו לזהות באופן חד משמעי את הספרה (אחד מהמסווגים החזיר תשובה "כן" על הספרה שהוא מנסה לזהות ושאר המסווגים החזירו תשובה "לא" על הספרה שהם מנסים לזהות). לכן קבענו בוקטור pred שהספרה המופיעה בתמונה היא הספרה של המסווג שהחזיר תשובה "כן". אם בשורה התקבלו יותר מאיבר חיובי אחד (כמה מסווגים החזירו "כן") או שלא התקבלו איברים חיוביים כלל (אף מסווג לא החזיר "כן") אז לא יכלנו לקבוע חד משמעית מהי הספרה בתמונה ולכן השארנו את הערך 1- ב-pred.

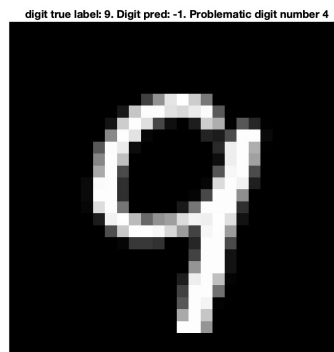
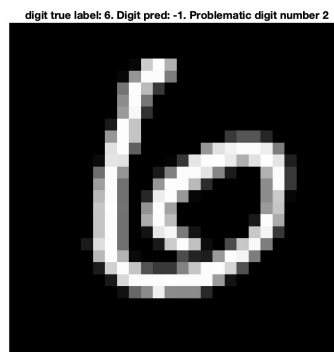
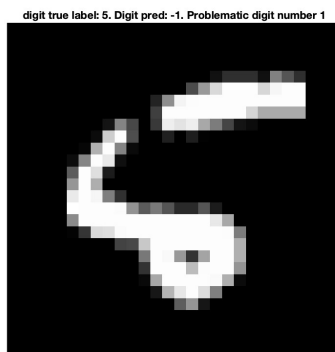
א. ישנן 2941 תמונות שלא קיבלנו עבורן תשובה חד משמעית (או שיותר מספרה אחת התאימה לתמונה או שאף ספרה לא התאימה לתמונה).

ניתן לטפל בהן בדרך אחרת בכך שאם עבור תמונה כלשהי כמה מסווגים החזירו "כן", נקבע שהספרה בתמונה היא הספרה שמתאימה למסווג בעל התוצאה החיובית המקסימלית (כלומר ההתאמה "החזקה" ביותר). אם עבור תמונה כלשהי כל המסווגים החזירו "לא" (כלומר מספרים שליליים), נקבע שהספרה בתמונה היא הספרה של המסווג בעל התוצאה השלילית הקרובה ביותר ל-0 (כלומר המקסימלית). כלומר בשני המקרים נקבע מהי הספרה בתמונה לפי המסווג שהחזיר את התוצאה המקסימלית, גם אם היה חיובית וגם אם היא שלילית.

ב. זיהינו לא נכון 3300 תמונות (2941 תמונות שלא הצלחנו לזהות באופן חד משמעי ו-369 תמונות שהסיווג עבורן היה לא נכון).

```
>> section_3
Accuracy=67% (3300 wrong examples)
```

ג. 5 תמונות שזיהינו לא נכון: (כולן תמונות שלא הצלחנו לזהות חד משמעית לכן ה-pred שלהן הוא -1).



digit true label: 3. Digit pred: -1. Problematic digit number 5

