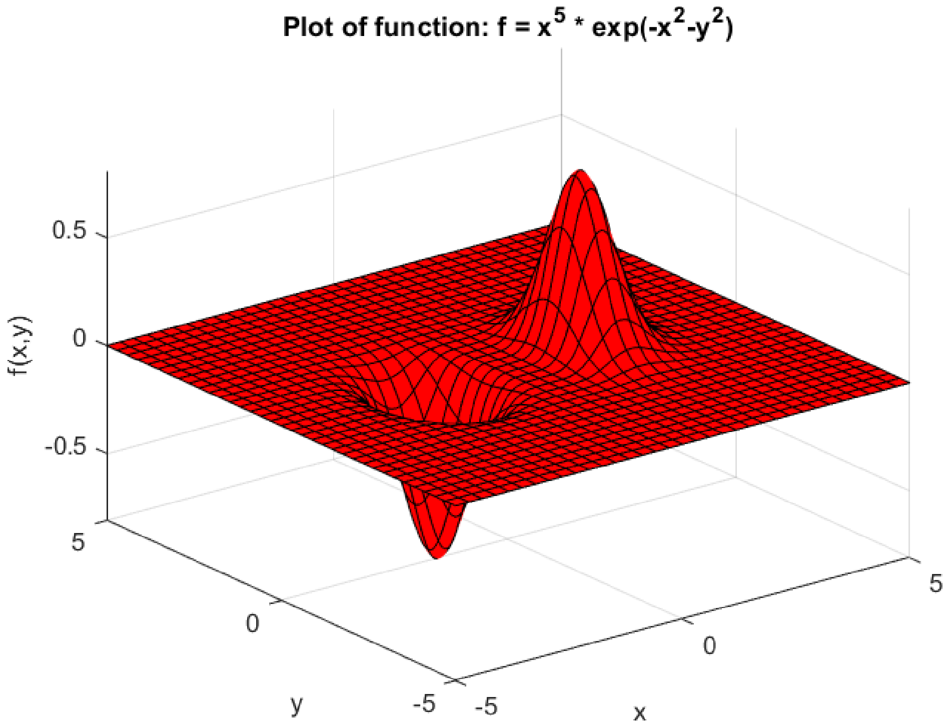
ΕΡΓΑΣΙΑ
ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΙΗΣΗΣ
2021

ΔΑΝΑΗ ΚΑΡΑΒΙΤΗ 9918

Θέμα 1

Στο πρώτο θέμα ζητήθηκε να σχεδιαστεί η συνάρτηση f για να δοθεί μια γενική εικόνα της μορφής στον τρισδιάστατο χώρο.

$$F(x) = x^5 * \exp(-x^2 - y^2)$$



Παρατηρούμε πως δεν είναι κυρτή σε όλο το πεδίο ορισμού της καθώς έχει έναν όρο και μια κοιλότητα. Εκ των προτέρων περιμένουμε πως τιμές με θετικά x μεγαλύτερα του 1 θα έχουν σίγουρα λανθασμένο αποτέλεσμα με τους αλγορίθμους μας.

Θέμα 2

Στο 2ο θέμα ζητήθηκε η ελαχιστοποίηση της f με την χρήση της μεθόδου Μέγιστης Καθόδου, χρησιμοποιώντας ως αρχικά σημεία (x0, y0) τα i) (0,0) , ii) (-1,1) , iii) (1,-1).

Με το μάτι μπορούμε να υποθέσουμε πως με αρχικό σημείο το (0,0) πιθανόν να μην δουλέψουν οι αλγόριθμοί μας καθώς η περιοχή κοντά στο σημείο αυτό είναι επίπεδη.

Η επιλογή του βήματος $\gamma\kappa$ θα είναι

α) σταθερό (της επιλογής μας)

β) τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιεί την $f(x\text{κ} + \gamma\text{κ}d\text{κ})$

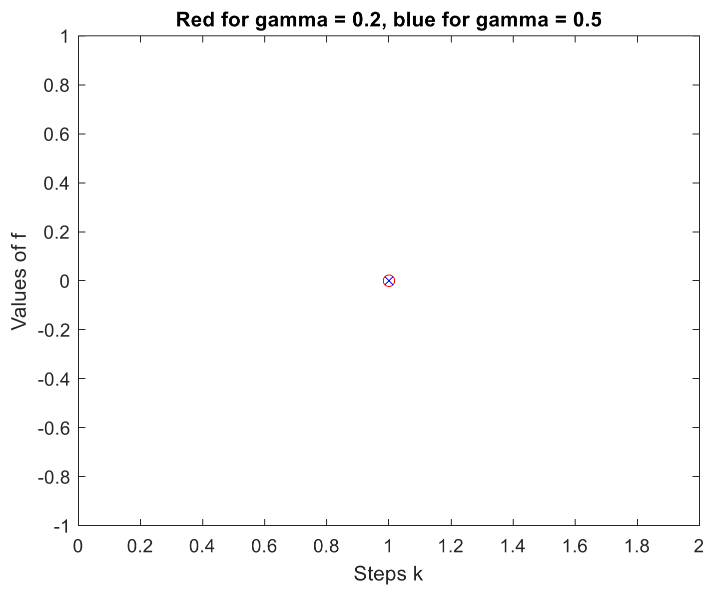
γ) βάσει του κανόνα Armijo

Διαγράμματα

Σταθερό γκ

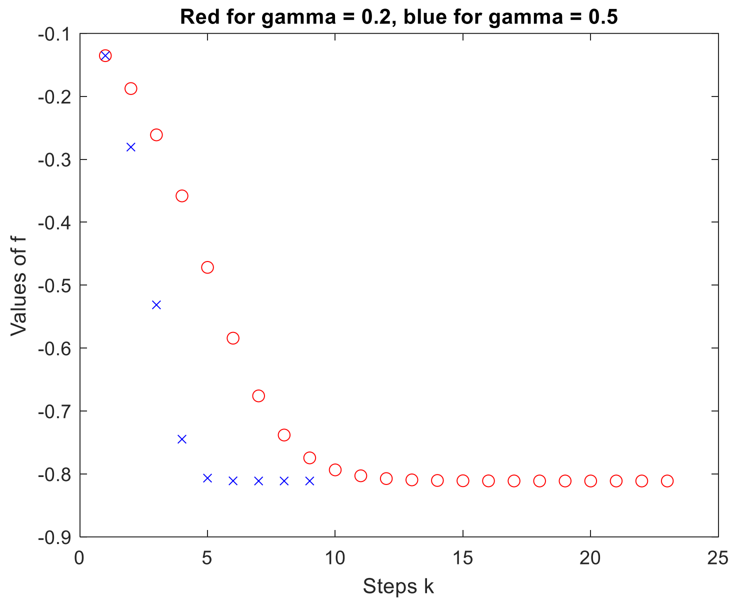
επιλέχθηκε $\gamma\kappa$ = 0,2 και 0,5.

για (0,0):



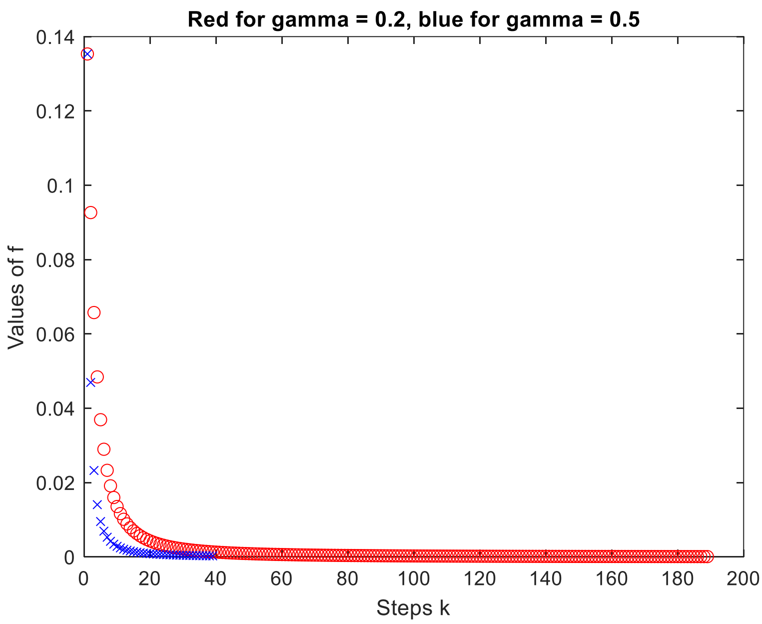
Για αρχικό σημείο (0,0) επιβεβαιώθηκε η υπόθεση ότι δεν θα μετακινηθεί καθόλου ο αλγόριθμος. Οπότε από εδώ και πέρα δεν θα παρουσιαστούν ξανά διαγράμματα για αυτό το αρχικό σημείο.

για (-1,1):



Στον σημείο (-1,1) ο αλγόριθμος είναι επιτυχής. Έπειτα από επαναλήψεις, οι περισσότερες στο εσωτερικό της, εντοπίζεται το επιθυμητό σημείο.

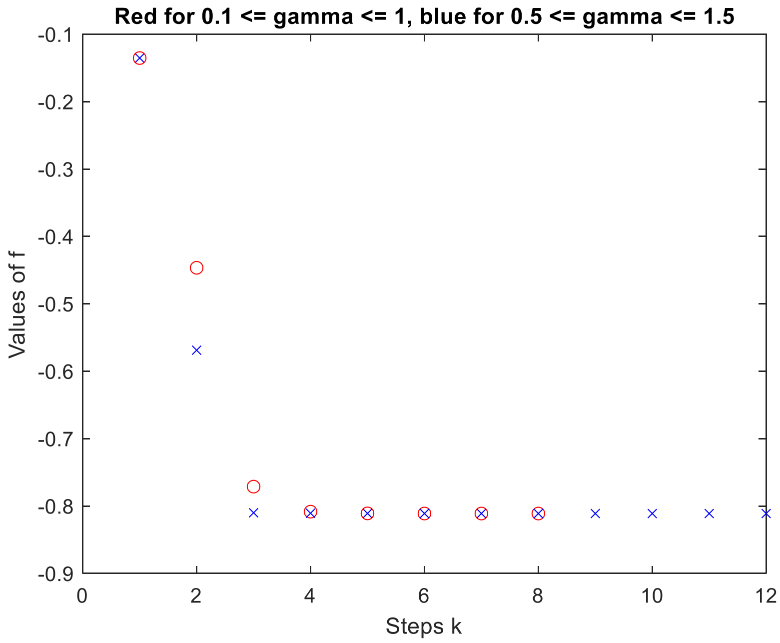
για (1,-1):



Για αρχικό σημείο (1,-1) πάλι δεν κατέληξε ο αλγόριθμος στο επιθυμητό σημείο. Για γ=0,5 είναι προφανές ότι ο αλγόριθμος βρήκε μια επίπεδη επιφάνεια όπου και σταμάτησε έπειτα από κάποιες επαναλήψεις. Για αυτό και έγινε πείραμα οπού χρησιμοποιήθηκε μικρό γ=0,2.

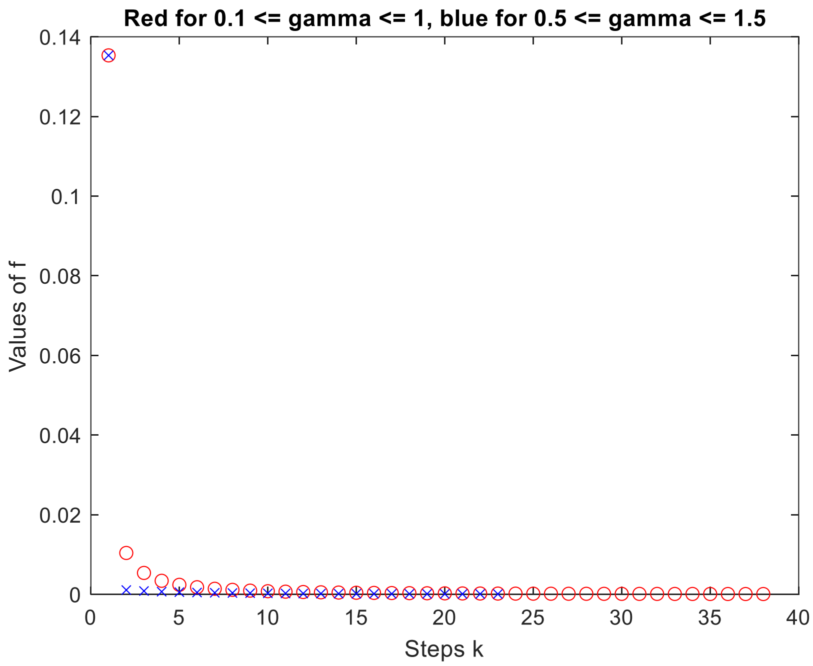
Βέλτιστο $\gamma\kappa$

για (-1,1):



Παρατηρούμε σύγκληση στο ελάχιστο.

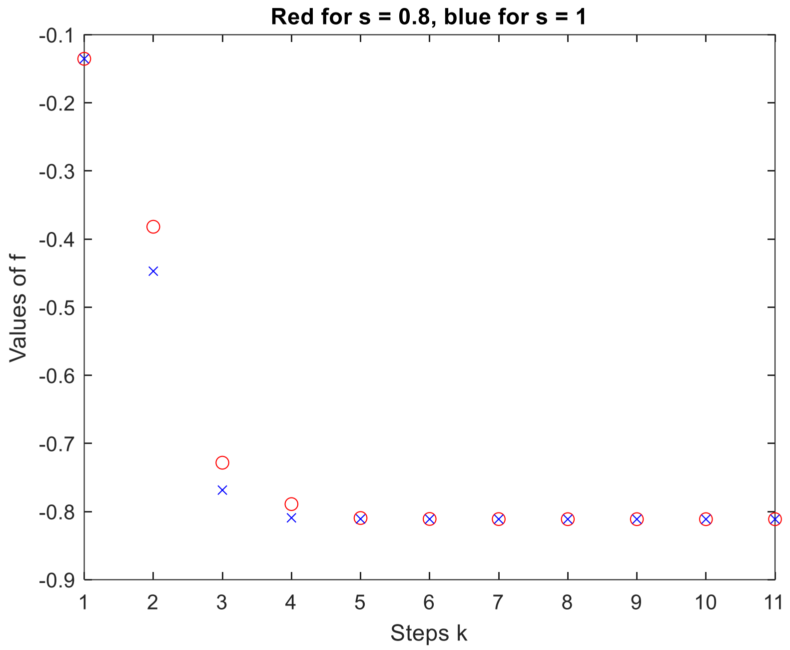
για (1,-1):



Στην επανάληψη της μεθόδου για βέλτιστο γ από το σημείο (1,-1) ο αλγόριθμος τερματίζει μακριά στο επίπεδο.

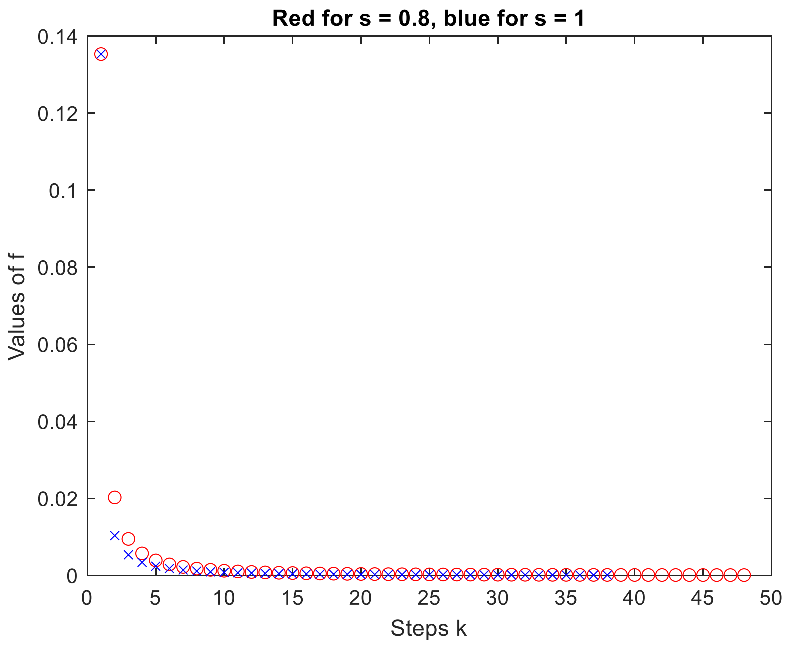
Κανόνας Armijo

για (-1,1):



Παρατηρείται πως με γ επιλεγμένο από την συνάρτηση Armijo η σύγκλιση στο επιθυμητό σημείο είναι τάχιστη.

για (1,-1):



Και πάλι παρατηρείτε ο αλγόριθμος τερματίζει μακριά στο επίπεδο για το (1,-1) και για αυτό δεν θα ξανά εισαχθούν διαγράμματα σχετικά με αυτό το σημείο.

Θέμα 3

Στο 3ο θέμα ζητήθηκε η ελαχιστοποίηση της f με την χρήση της μεθόδου Newton, χρησιμοποιώντας ξανά τα ίδια αρχικά σημεία (x0, y0).

Διαγράμματα

Σταθερό γκ

Βέλτιστο $\gamma\kappa$

Κανόνας Armijo

Και στις τρεις περιπτώσεις το πρόβλημα είναι το ίδιο και δεν μας δίνει αποτέλεσμα. Στον αλγόριθμο της μεθόδου αυτής επιθυμούμε τον Εσσιανό πίνακα να είναι θετικά ορισμένο (ή ημιορισμένος). Στην συγκεκριμένη συνάρτηση ο πίνακας δεν είναι ημιορισμένος άρα αδυνατούμε να βγάλουμε αποτέλεσμα. Ωστόσο, ο αλγόριθμος υλοποιήθηκε.

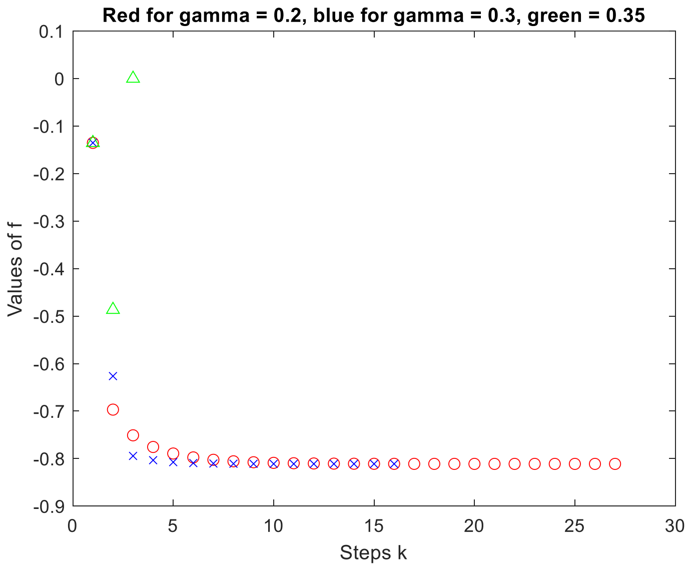
Θέμα 4

Στο 4ο θέμα ζητήθηκε η ελαχιστοποίηση της f με την χρήση της μεθόδου Levenberg-Marquardt, χρησιμοποιώντας ξανά τα ίδια αρχικά σημεία (x0, y0).

Διαγράμματα

Σταθερό γκ

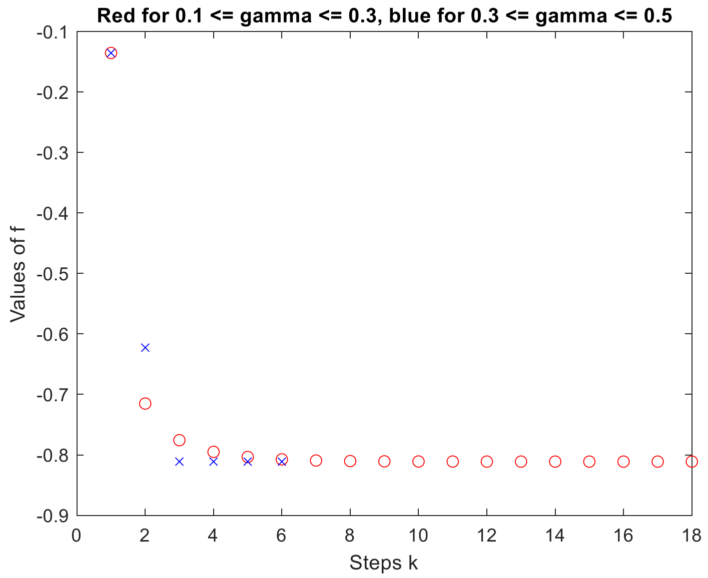
για (-1,1):



Η μέθοδος Levenberg-Marquardt αποδείχθηκε σαφώς πιο γρήγορη από την αντίστοιχη της ελαχίστου καθόδου.

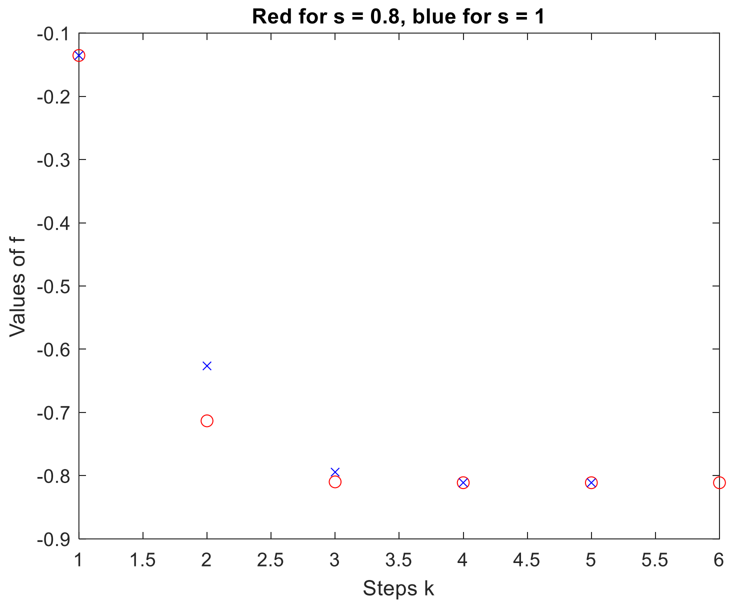
Βέλτιστο $γκ$

για (-1,1):



Κανόνας Armijo

για (-1,1):



Συμπεράσματα

Από την ανάλυση και τα αποτελέσματα των αλγορίθμων μπορούν να βγουν διάφορα συμπεράσματα. Αρχικά μπορούμε να δούμε ότι και οι τρεις μέθοδοι είναι πολύ γρήγοροι. Η εξαίρεση βρίσκεται στην επιλογή σταθερού γκ στην μέθοδο μέγιστης καθόδου, όπου και απαίτησε αρκετά παραπάνω βήματα σε σχέση με τις άλλες μεθόδους και κανόνες. Από την άλλη μπορεί να επισημανθεί η σημασία του σημείου εκκίνησης αφού μπορεί να καταλήξει στο 0, που δεν είναι το καλύτερο ελάχιστο, μπορεί να μην ξεκινήσει καν αν ξεκινήσει από κάποιο ελάχιστο και θα παγιδευτεί εκεί η συνάρτηση, ενώ μπορούμε να πάμε στο ολικό ελάχιστο αν ξεκινήσουμε από άλλα σημεία.