1. תהי דגימה מקרית $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$

נמצא MLE , בעזרת $LL(x, \lambda)$,

$$LL(x,\lambda) = \ln\left(\prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x_i}}{x_i!}\right) = \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{e^{-\lambda}\lambda^{x_i}}{x_i!}\right) = \sum_{i=1}^{n} \ln\left(e^{-\lambda}\right) + \ln(\lambda^{x_i}) - \ln(x_i!)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\left(e^{-\lambda}\right) + \sum_{i=1}^{n} \ln(\lambda^{x_i}) - \sum_{i=1}^{n} \ln(x_i!)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} -\lambda + \sum_{i=1}^{n} \ln(\lambda^{x_i}) - \sum_{i=1}^{n} \ln(x_i!)$$
$$= -n\lambda + \sum_{i=1}^{n} \ln(\lambda^{x_i}) - \sum_{i=1}^{n} \ln(x_i!)$$

$$\frac{d}{d\lambda}\left(-n\lambda + \sum_{i=1}^{n} \ln(\lambda^{x_i}) - \sum_{i=1}^{n} \ln(x_i!)\right) = 0$$
$$-n + \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n} x_i = 0 \to \lambda = \bar{x}\left(mean\ of\ (x_1, \dots, x_n)\right)$$

2. ידוע כי

$P(A) = 0.4, P(B) = 0.2, P(C) = 0.3, P(D) = 0.1$

נסמן את ההסתברות שספינה אותרה $P(S)$,

ידוע, $P(S|D) = 0.75$,$P(S|C) = 0.5$,$P(S|B) = 0.3$,$P(S|A) = 0.4$

א. ההסתברות שספינה תאותר היא לפי נוסחת ההסתברות השלמה היא:

$$P(S) = P(S \cap A) + P(S \cap B) + P(S \cap C) + P(S \cap D)$$

לפי נוסחת בייס ניתן לחשב:

$$P(T|R) = \frac{P(T \cap R)}{P(R)} \to P(R)P(T|R) = P(T \cap R)$$

$$P(S \cap A) = 0.4 * 0.75 = 0.3$$
$$P(S \cap B) = 0.2 * 0.5 = 0.1$$
$$P(S \cap C) = 0.3 * 0.3 = 0.09$$
$$P(S \cap D) = 0.1 * 0.4 = 0.04$$

ולכן

$$P(S) = 0.53$$

ב.

$$P(C|S) = \frac{P(S \cap C)}{P(S)} = \frac{0.09}{0.53} = \frac{9}{53} = 0.1698$$

ג.

$$P(D|S) = \frac{P(S \cap D)}{P(S)} = \frac{0.04}{0.53} = \frac{9}{53} = 0.0754$$

.3

$X=k$ / $Y=l$	$1 \le k \le 5$	$6 \le k \le 10$	$P(X=k)$
$1 \le l \le 5$	0.18	0.12	0.3
$6 \le l \le 10$	0.12	0.58	0.7
$P(Y=l)$	0.3	0.7	1

מהיות ו- $P(1 \le X \le 5, 1 \le Y \le 5) = 0.18, P(1 \le X \le 5) * P(1 \le Y \le 5) = 0.09$ ניתן לראות כי X, Y תלויים.

$X=k$ / $c=m$	$1 \le k \le 5$	$6 \le k \le 10$
0	0.4	0.6
1	1	0

$Y=l$ / $c=m$	$1 \le l \le 5$	$6 \le l \le 10$
0	0.4	0.6
1	1	0

$P(X=k, Y=l|C=m) = P(X=k|C=m) * P(Y=l|C=m)$, ולכן $\forall k, l, c$, X, Y ב"ת בהינתן C מסויים.

$X=k$	$Y=l$	$C=m$	$P(X=k, Y=l, C=m) = P(X=k, Y=l\|C=m) * P(C=m) = \frac{1}{2} * P(X=k) * P(Y=l)$
$1 \le X \le 5$	$1 \le Y \le 5$	0	0.08
$1 \le X \le 5$	$6 \le Y \le 10$	0	0.12
$6 \le X \le 10$	$1 \le Y \le 5$	0	0.12
$6 \le X \le 10$	$6 \le Y \le 10$	0	0.18
$1 \le X \le 5$	$1 \le Y \le 5$	1	0.5
$1 \le X \le 5$	$6 \le Y \le 10$	1	0
$6 \le X \le 10$	$1 \le Y \le 5$	1	0
$6 \le X \le 10$	$6 \le Y \le 10$	1	0

4.

נגדיר X מספר הארוחות ההוגנות.

$X \sim B(5,0.65)$

א.

$$P(X=3)=\binom{5}{3}*(0.65)^3*(0.35)^2=0.3364$$

ב.

$$P(X\geq 2) \overset{\text{משלים}}{=} 1-P(X<2)=1-[P(X=0)+P(X=1)]$$

$$1-\binom{5}{1}*(0.65)^1*(0.35)^4-\binom{5}{0}*(0.65)^0*(0.35)^5=0.9459$$

ג.

מהיות ויש לנו 300 סטודנטים במהלך 5 ימים סה"כ 1,500 סטודנטים . לכן

$Y \sim B(1500,0.65)$

$E(Y)=1500*0.65=975$

נחלק ב-300 על מנת למצוא את המספר הארוחות שכל סטודנט קיבל במהלך השבוע

$$\frac{975}{300}=3.25$$

.5

$\mu_1 = 0.51164$

$\mu_2 = -2.011801$

$\sigma_1 = 0.99302$

$\sigma_1 = 0.9969$

$\rho = 0.66196$