這次作業剛好遇到期中考周，因此寫作業的流程使用 Backward Induction，先看完題目不會的再回頭看講義

初探：

大致上看完老師給的解釋之後推測用來計算的股價S-hat應該是S扣掉到期日前發放之所有股利的折現值。

接下來根據 d_1 的算法推測這可能是根據 Normal distribution 得出的結果(因為過程有點像標準化)，接著繼續往下看發現真的是 Normal Distribution，根據 CDF 求機率並得出 put price 以及 call price ➔特別注意這裡還是要花時間慢慢理解所以後來又回去看整個推導過程！

$$D = \$1\,e^{-0.06\left(\frac{1}{12}\right)} + \$1\,e^{-0.06\left(\frac{4}{12}\right)} \cong \$1.9752.$$

Thus, $\hat{S} = S - D \cong \$75 - \$1.9752 \cong \$73.02.$

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\ln(\widehat{S}/X) + (\mathrm{r} + \frac{1}{2}\sigma^2)\,\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \\ &\cong \frac{\ln(73.02/65.00) + (0.06 + \frac{1}{2}0.35^2)\,\frac{6}{12}}{0.35\sqrt{\frac{6}{12}}} \\ &\cong 0.715 \\ d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{\tau} \\ &\cong 0.715 - 0.35\sqrt{\frac{6}{12}} \\ &\cong 0.468. \end{aligned}$$

$N(-0.715) \cong 0.2373$ and $N(-0.468) \cong 0.3199$, so

$$\begin{aligned} p &= Xe^{-\mathrm{r}\,\tau}\,N(-d_2) - \widehat{S}\,N(-d_1) \\ &\cong \$65\,e^{-0.06\left(\frac{6}{12}\right)}\,(0.3199) - \$73.02\,(0.2373) \\ &\cong \$20.179 - \$17.328 \\ &\cong \$2.85. \end{aligned}$$

程式實作：

先代入參數並一步一步套用公式，檢驗每個步驟都能得出像上面表格中的數值，確定自己沒有在語法輸入以及數學邏輯上有混淆之處。

接下來一步一步放寬限制，首先把 round(四捨五入功能)解除，以求出更精確的答案；接下來加入輸入基本資料功能，讓程式可以跑不只一種模式，過程中為求方便將每期股利發放數設為一樣，以簡化程式。

```
import math
import numpy as np
from scipy.stats import norm

s = 75
sigma = 0.35
n = 2
d = [1, 4]
r = 0.06
m = 65
maturity = 6

#求D
D = 0
for i in d:
    D += 1 * math.exp(-r*(i/12))
    D = round(D, 4)
print(D)

#計算 Shat, d1, d2
sh = round(s - D, 2)

d1 = (math.log(sh/m) + (r + (1/2)*sigma**2)*(maturity/12) ) / (sigma* (maturity/12)**(1/2))
print(d1)
d2 = d1 - sigma*(maturity/12)**(1/2)
print(d2)

#計算put price
p = round(m * math.exp(-r*(maturity/12)) * norm.cdf(-d2) - sh * norm.cdf(-d1), 2)
print(p)

#計算call price
c = round(sh*norm.cdf(d1) - m*math.exp(-r * (maturity/12)) *norm.cdf(d2), 3)
print(c)
```

```
1.9752
0.7150712534933675
0.4675838800780759
2.86
12.803
```

實作結果：

實作過程還算順利，但還需要回去多複習整體內容，搞懂來龍去脈。

```python
import math
import numpy as np
from scipy.stats import norm

#錄入基本資料
print("請輸入當前股價")
s = float(input())
print("請輸入股票波動率(variance) %")
sigma = float(input()) / 100
print("請輸入年配息次數")
n = int(input())
print("請分別輸入幾個月後發放股利")
d = []
for i in range(n):
    d.append(int(input()))
print("請每次股利發放多少錢")
dm = float(input())
print("請輸入年利率 %")
r = float(input()) /100
print("請輸入到期價格")
m = float(input())
print("請輸入到期時間(月)")
maturity = int(input())

#求D
D = 0
for i in d:
    D += dm * math.exp(-r*(i/12))


#計算 Shat, d1, d2
sh = s - D

d1 = (math.log(sh/m) + (r + (1/2)*sigma**2)*(maturity/12) ) / (sigma* (maturity/12)**(1/2)

d2 = d1 - sigma*(maturity/12)**(1/2)


#計算put price
p = round(m * math.exp(-r*(maturity/12)) * norm.cdf(-d2) - sh * norm.cdf(-d1), 2)
print("put price = $" + str(p))
#計算call price
c = round(sh*norm.cdf(d1) - m*math.exp(-r * (maturity/12)) *norm.cdf(d2), 2)
print("call price = $" + str(c))
```

```
請輸入當前股價
75
請輸入股票波動率(variance) %
35
請輸入年配息次數
2
請分別輸入幾個月後發放股利
1
4
請每次股利發放多少錢
1
1
請輸入年利率 %
6
請輸入到期價格
65
請輸入到期時間(月)
6
put price = $2.86
call price = $12.81
```