

# Pokročilé spracovanie obrazu - Fourierová transformácia

Ing. Viktor Kocur  
[viktor.kocur@fmph.uniba.sk](mailto:viktor.kocur@fmph.uniba.sk)

DAI FMFI UK

20.11.2019

# Diskrétna Fourierová transformácia - 1D

## Definícia

$$F_k = \mathcal{F}[\vec{f}]_k = \sum_{n=0}^{N-1} f_n \cdot e^{-\frac{2\pi i n k}{N}}$$

## Inverzne

$$f_n = \mathcal{F}^{-1}[\vec{F}]_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k \cdot e^{\frac{2\pi i n k}{N}}$$

## 2D FFT v matlabe

fft2

fft2(I) - Vráti Fourierovú transformáciu šedotónového obrazu I.

ifft2

ifft2(F) - vráti inverznú Fourierovú transformáciu obrazu F.

fftshift

fftshift(fft2(I)) - Vráti Fourierovú transformáciu obrazu šedotónového obrazu I, tak že nulová frekvencia bude v strede obrazu.

Úloha

Skúste si zobraziť Fourierovú transformáciu zátišia.

# Komplexné čísla

## Problém I - Komplexné čísla

FFT v matlabe vracia komplexné čísla! IFFT vracia komplexné čísla tiež. Musíme sa preto naučiť pracovať s komplexnými číslami.

## Práca s komplexnými číslami

- $i, j$  - konštanty reprezentujúce komplexné číslo - nedá sa použiť ak máme definované premenné s rovnakým menom
- $\text{real}(c)$  - reálna časť komplexného čísla  $c$
- $\text{imag}(c)$  - imaginárna časť komplexného čísla  $c$
- $\text{abs}(c)$  - absolútна hodnota komplexného čísla  $c$
- $\text{angle}(c)$  - uhol komplexného čísla  $c$

# Úloha

## Problém II

Potreba pracovať v double, komplexné čísla, fftshift, hodnoty transformácie sú príliš veľké v (0,0)!

## Funkcia ako riešenie

```
function F = zobrafft(I)
    F = fftshift(fft2(im2double(I)));
    imagesc(log(abs(F)+1));
    colormap(gray);
end
```

# Úloha

## Úloha

Zobrazte si absolútne hodnoty fourierovej transformácie obrázkov pruhyhoriz.pgm, pruhyvert.pgm, pruhysikme.pgm, zatisie.pgm, boat.pgm, waveboat.pgm. Pre niektoré obrázky zobrazte fázy fourierovej transformácie.

## Úloha

Obrázok boat.pgm transformujte a potom použite inverznú transformáciu, ale využíte len informáciu o fáze, alebo len informáciu o absolútnej hodnote, len reálnu časť, alebo len imaginárnu. Skúste v transformovanom obraze zachovať iba jeden z kvadrantov a takýto obraz inverzne transformovať.

# Filtrácia v spektrálnej oblasti - princíp

## Rozloženie frekvencií v matici po transformácii

V spektrálnej oblasti (po transformácii) sú nižšie frekvencie bližsie pri strede a vyššie na okrajoch.

## Význam

Vysoké frekvencie predstavujú detaily. Ak zachováme v obrázku len vysokospektrálne príspevky, tak dostaneme najmä hrany. Ak zachováme len príspevky nízkych frekvencií dostaneme rozmazený obrázok.

# Ideálny highpass a lowpass

## Highpass

Transformujeme obrázok. Hodnoty pre nízke frekvencie vynulujeme. Urobíme inverznú transformáciu.

## Lowpass

Rovnaký proces ale vynulujeme vysoké frekvencie.

## Cut-off frekvencia

Frekvencia od (do) ktorej nulujeme hodnoty sa nazýva frekvencia.

# Butterworthov filter

## Butterworthov filter

$$H = \frac{1}{1 + (\sqrt{2} - 1) \left(\frac{d}{D}\right)^{2n}}$$

D je Euklidovská vzdialenosť od stredu.

d je cutoff frekvencia, alebo od hraničnej vzdialenosť od stredu, za ktorou chceme frekvencie odfiltrovať.

## Funkcia na highpass Butterworthov filter

Otvorte si butterhigh.m zo zipu.

## Úloha

Zobrazte si pomocou imagesc tento filter. Použite tento filter na nejaký obrázok v spektrálnej oblasti. Upravte funkciu aby sme ju mohli použiť na lowpass filter.

# Ideálny highpass a lowpass

Ideal high pass:  $H(u, v) = \begin{cases} 0 & D(u, v) \leq d \\ 1 & D(u, v) > d \end{cases}$

## Úloha

Vytvorte funkcie ktoré vrátia ideálny highpass a ideálny lowpass filter. Použite časť kódu z butterhigh.m.

## Úloha

Aplikujte filtre s rôznymi cut-off frekvenciami na boat.pgm a zatisie.pgm.

# Filtrácia periodického šumu

## Periodický šum

Periodický šum sa vo Fourierovom obraze prejaví ako pári, alebo viac oblastí kde je zvýšená amplitúda. Vďaka tomu môžeme Fourierov obraz upraviť a previesť inverznú transformáciu. Vo výslednom obraze bude periodický šum potlačený.

## Úloha

Pre obrázok tree.png, waveboat.pgm a periodic.png potlačte pomocou Fourierovej transformácie periodický šum.