**מבחן ב"מודלים חישוביים ואלגוריתמים" 372.1.2306**

**מועד ב' 1/8/12**

מרצה: **ד"ר אריאל פלנר**

מתרגל: **מר גוני שרון**

משך המבחן: שלוש שעות

יש לענות על חלק א' בשלמותו.

יש לענות על 4 השאלות בחלק ב'. (אין בחירה)

ניתן לענות על שאלת הבונוס 8 בנוסף לשאלות מחלק ב. (היא תשמש כמגן)

ניקוד יינתן לכל שאלה כמכלול ולא לפי הסעיפים.

**חלק א' (חובה) 32 נקודות**

(שאלה 1 , 24 נקודות)

1. הגדירו את בעיית subset-sum
2. הוכיחו הוכחה מפורטת שהבעיה הנ"ל היא NP-complete

תשובה: הכל לפי מה שנלמד בכיתה וכתוב בספר. כל השלבים צריכים להיות נכונים. הרוב קיבלו פה 24/24.

(שאלה 2, 8 נקודות)

נניח כי קיים אלגוריתם דטרמיניסטי הפותר את בעיית clique בזמן ריצה של O(n4) ב worst case. n הוא מספר הקודקודים בגרף.

לפניכם ארבעה הגידים. עבור כל אחד רשמו האם הוא נכון או לא נכון. תשובה נכונה מזכה ב (2+), תשובה לא נכונה מורידה (2-). סעיף ללא תשובה יקבל אפס נקודות. נא לכתוב במחברת את התשובות שבחרתם.

**שימו לב:** נא לנמק את תשובותיכם. תשובות נכונות עם נימוקים לא נכונים או ללא נימוקים לא יקבלו נקודות (וגם לא ירדו נקדות)

א. P=NP (נכון) (לא נכון)

תשובה: נכון. הסבר: די ברור

ב. קיים אלגוריתם דטרמיניסטי לvertex-cover

הרץ ב (O(n4 (נכון) (לא נכון)

תשובה: נכון. הסבר: הרדוקציה שלמדנו בין הבעיות הללו לא מגדילה את הגרף (למרות שרצה בn^2). ולכן n^4 נשאר כחסם עליון.

1. קיים אלגוריתם דטרמיניסטי ל3-CNF-SAT הרץ ב (O(n4 (נכון) (לא נכון)

תשובה: נכון. הסבר: רדוקציה שלמדנו בין הבעיות לא מגדילה את הקלט (למרות שרצה בn^2). ולכן n^4 נשאר כחסם עליון.

ד. נניח כי השאלה היתה על בעיית 3-COLOR (ולא על clique).

קיים אלגוריתם דטרמיניסטי ל3-CNF-SAT

הרץ ב (O(n4 (נכון) (לא נכון)

תשובה: נכון. הסבר: הרדוקציה השלישית הרלונטית שלמדנו לא מגדילה את הקלט (למרות שרצה בn^2). ולכן n^4 נשאר כחסם עליון.

רבים טעו. הבדיקה היתה רחמנית.

**חלק ב' (68 נקודות)**

יש לענות בדיוק על 4 השאלות 3-6 (17 נקודות לשאלה).

(שאלה 3, 17 נקודות)

נתונה השפות:







האם  רגולרית?

אם השפה רגולרית הראו אוטומט (דטרמנסטי או לא דטרמנסטי) או ביטוי רגולרי עבורה. אם השפה אינה רגולרית – הוכיחו.

לא רגולרית

נניח שכן ולכן קיים אוטומט סופי בעל m מצבים המקבל אותה

נבחר מילה w=a^(p)b^(p)

כך ש p>=m 2\*p%3≠0

w שייכת ל L

|w|>=m

נפרק את המילה לשלוש:

X=a^i

Y=a^k : 1<=k<=m

Z=a^(j)b^(p)

i+j+k=p

האוטומט יקבל כל מילה מהסוג a^(i+k\*t+j) b^(p) : t>=0

עבור t=2 נקבל a^(i+2k+j)b^(p)=a^(p+k)b^(p)

המילה לא שייכת ל L2 אך ייתכן ששייכת ל L1. אם היא שייכת ל L1 ז"א ש (2p+k)%3=0 כיוון ש 2\*p%3≠0 מתקיים בהכרח ש k%3≠0 ולכן ניפוח נוסף ז"א t=3 בהכרח יוביל למילה שלא שייכת ל L1 וגם לא ל L2 ומכאן שלא שייכת ל L3

(שאלה 4, 17 נקודות)

נתון האוטומטNFA שבציור. הראו שלב אחרי שלב כיצד הופכים אוטומט זה לביטוי רגולרי. בכל שלב, יש לבטל קודקוד. ביטול הקודקודים חייב להתבצע לפי סדר המספרים המציינים את הקודקודים.

מהו הביטוי הרגולרי שהתקבל?

הורדו ברחמנות נקודות על בטויים לא נכונים.

(שאלה 5, 17 נקודות)

תארו בפסאדו-קוד מכונת טיורינג המקבלת כקלט מספר אונרי (אחדות בלבד) ומחזירה (על הסרט) מספר אונרי השווה ל-

תשובה: ישנם ברבה דרגים. צריך להראות כיצד בדיוק מעתיקים את המספר האונרי ולא לקצר. אלה שקצרו, למשל שאמרו שהם שומרים counter ומורידים אותו נקנסו (ברחמנות).

(שאלה 6 , 17 נקודות)

א) רשמו את האלגוריתם של Floyd-Warshal.

ב) מה זמן הריצה שלו?

ג) הראו כיצד ניתן להשתמש באלגוריתם זה למציאת סגור טרנזיטיבי. (Transitive Clousre)

ד) הראו כיצד ניתן להשתמש באלגוריתם זה למציאת מספר הצלעות הקטן ביותר במסלול כלשהו המחבר בין כל שני קודקודים.

תשובה: א-ג נלמדו בכיתה. (א – נקודה. ב- נקודה. ג- 7 נקודות. ד- 8 נקודות)

ד: פשוט לתת קלט אינסוף אם אין צלע ו1 אם יש צלע ולהריץ כרגיל. גם תשובות אחרות נכונות התקבלו.

(שאלה 8 רשות\בונוס , 20 נקודות)

שאלה זו תוכל להחליף כל שאלה אחרת מחלק ב. כלומר אם ענינם על 4 שאלות מחלק ב וגם על שאלה זו, ייבחרו ארבע התשובות עם הניקוד הגבוהה ביותר.

1. הוכיחו את נכונותו של UCS (כפי שכתוב במאמר)

תשובה: יש שלשה אינוואריאנטים שצריך להראות. מי שסתם כתב טענות (נכונות) על האלגוריתם נקנס. לא הוכיח נכונות.

1. מדוע הוכחה כזאת בעייתית עבור DA?

תשובה: האינוריאנטים הללו לא עובדים ישירות בDA, כי אין לו open list

1. נניח שהגרף הוא שלם (complete) (כלומר כל הקודקודים מחוברים זה לזה). דונו בשאלה האם גם כעת יהיו הבדלים בזמן ובזכרון (לא באספקטים אחרים) בין UCS לDA

תשובה: אחרי הצעד הראשון, לא יהיה הבדל כי כל הקודקודים כבר נכנסו לרשימה.

רבים כתבו דברים נכונים על האלגוריתמים אבל מה שכתבו לא עונה על השאלה. חבל. הבנת הנקרא.