**מבחן ב"מודלים חישוביים " 372.1.2306**

**מועד א' 7/7/13**

מרצה: **פרופ' אריאל פלנר**

מתרגל: **מר גוני שרון**

משך המבחן: שעתיים וחצי

יש לענות על כל השאלות.

ניתן לענות על שאלה 1 האלטרנטיבית והיא תשמש כמגן (הגבוה משניהם)

ניקוד ינתן לכל שאלה כמכלול ולא לפי הסעיפים.

**(שאלה 1 , 30 נקודות)**

**בעיית Perfect Two-way Number Partitioning (PNP2):**

קלט - קבוצת מספרים שלמים S

פלט - TRUE אם ורק אם ניתן לחלק את כל המספרים מ-S לשתי קבוצות S1 ו S2 כך שסכום המספרים בכל קבוצה זהה. כלומר sum(S1)=sum(S2)

ידוע שבעיית Two-way Number Partitioning Perfect שייכת לNPC

**בעיית Perfect Three-way Number Partitioning (PNP3):**

קלט: קבוצת מספרים שלמים S.

פלט: TRUE אם ורק אם ניתן לחלק את כל המספרים מ-S לשלוש קבוצות S1, S2 , S3 שוות בסכומן, כלומר (sum(S1)=sum(S2)=sum(S3

1. הוכיחו במדויק ש PNP3 ∈ NPC.
2. בהינתן פתרון לבעיה נסכום את האברים בכל קבוצה ונבדוק אם הקבוצות שוות סה"כ O(N)
3. נבצע רדוקציה מ 2PNP
4. בהנתן בעיית 2PNP הקלט עבור בעיית 3PNP יהיה S יחד עם איבר נוסף שערכו sum(s)/2 אם איבר זה אינו שלם נחזיר מיד FALSE
5. אם 2PNP יחזיר TRUE עבור S ע"י חלוקה ל-1S, 2S כלשהם ששווים בסכומם גם בעיית 3PNP תחזיר TRUE ע"י חלוקה ל 1S 2S זהים ובנוסף 3S קבוצה שתכלול רק את האיבר החדש שהוספנו. שלושת הקבוצות שוות sum(s)/2

אם 3PNP תחזיר TRUE אז בהכרח קיימות אצלה 3 קבוצות שכולן שוות sum(s)/2 הקבוצה שכוללת את האיבר החדש יכולה להכיל איברים נוספים אך סכומם חייב ליהיות שווה 0. לכן ניתן לצרף אותם לכל אחת מהקבוצות האחרות מבלי לשנות את נכונות התשובה. חלוקה כזו תביא למצב של שתי קבוצות שלא כוללות את האיבר החדש ושוות בסכומן ולכן מהוות גם פתרון עבור 2PNP

1. הטרנספורמציה כוללת סכימת על האיברים O(N) והוספת איבר רחד חדש סה"כ O(N)

ב. נתון K≥3 (K מספר שלם). הראו מה צריך לשנות בהוכחה בסעיף א כדי להוכיח ש Perfect K-way Number Partitioning (PNPK) גם כן שייך לNPC. נמקו.

בשלב הטרנספורמציה במקום להוסיף איבר אחד מהסוג sum(s)/2 נוסיף K-2 אברים כאלה.

**(שאלה 1 אלטרנטיבית , 30 נקודות)**

1. הגדירו את בעיית subset-sum.
2. הוכיחו במדוייק ובקפדנות שהיא שייכת לNPC

רמז: ידוע ש 3CNF-SAT שייך לNPC

היה צריך לפרט את ההוכחה במלואה על כל חמשת השלבים. הפתרון מופיע במצגות ובספר.

**(שאלה 2, 14 נקודות, 2 לכל סעיף נכון.)**

נתונות שלוש בעיות:

A∈ P

B∈ NP

C∈ NP-C

עבור כל אחת מהקביעות הבאות, ציינו אם נכונה או לא. ענו תחת ההנחה שבעיית P=NP עדיין פתוחה.

א. בהכרח קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ B ל C נכון

ב. בהכרח קיימת רדוקציה לינארית מ A ל C לא נכון

ג. בהכרח קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ A ל B לא נכון

ד. אם קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ B ל A אז בהכרח NP=P לא נכון

ד. אם הוכיחו שלא יכולה להיות קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ B ל A אז בהכרח NP≠P לא נכון

ה. אם C∈P אז בהכרח גם B∈ P נכון

ו. אם B∈ NP-C אז בהכרח NP=P לא נכון

ז. אם תפותח מכונה חישובית לא דטרמיניסטית אז זה יוביל בהכרח ל NP=P נכון

**(שאלה 3, 22 נקודות)**

נתונה השפה  האם L רגולרית? אם כן, תנו ביטוי רגולרי או אוטומט סופי. אם לא, הוכיחו.

לא רגולרית

נניח שכן ולכן קיים אוטומט סופי בעל m מצבים המקבל אותה

נבחר מילה w=a^(m+1)b^(m+1) (כל חזקה גדולה ממש מ-m הייתה עובדת עבור הוכחה זו)

w שייכת ל L

|w|>=m

נפרק את המילה לשלוש:

X=a^i

Y=a^j : 1<=j<=m, i+j<=m

Z=a^(k)b^(m+1)

i+j+k=m+1

האוטומט יקבל כל מילה מהסוג a^(i)a^(j\*t)a^(k)b^(m+1) : t>=0

עבור t=2 נקבל a^(i+2j+k)b^(m+1)=a^(m+1+j)b^(m+1)

כיוון ש- 1<= j<=m אז בהכרח (m+1+j)%(m+1)=j<>0

ולכן הגענו למילה שאיננה בשפה משמע לא קיים כזה אוטומט.

**(שאלה 4, 22 נקודות)**

נתון האוטומט NFA הבא (0 הוא המצב ההתחלתי). הראו את האוטומט DFA השקול שהתקבל לפי שלבי האלגוריתם שנלמד בכיתה. **שימו לב:** יש לכתוב במחברת **רק** את האוטומט שהתקבל בסוף ולציין בתוך כל קודקוד מיהם קודקודי המקור אותם הוא מייצג.

**(שאלה 5, 12 נקודות)**

עבור כל אחת מהקביעות הבאות, ציינו אם נכונה או לא.

שימו לב: בכל הסעיפים שקילות רק במובן של ניתן לחישוב (לא יעילות או סיבוכיות)

א. אוטומט סופי דטרמיניסטי שקול בכוחו לאוטומט סופי לא דטרמיניסטי. נכון

ב. אוטומט מחסנית דטרמיניסטי שקול בכוחו לאוטומט מחסנית לא דטרמיניסטי. לא נכון

ג. מכונת טיורינג דטרמיניסטית שקולה בכוחה למכונת טיורינג לא דטרמיניסטית. נכון

ד. מכונת טיורינג שקולה בעוצמתה למחשב מודרני. נכון

ה. מכונת טיורינג יכולה לפתור כל בעיה חישובית בהינתן זמן וזיכרון אין סופיים קיבלנו את שתי התשובות

ו. מכונת טיורינג בעלת Random Access Memory (RAM) חזקה יותר ממכונת טיורינג בעלת זיכרון סידרתי לא נכון