**פתרון מבחן ב"מודלים חישוביים " 372.1.2306**

**מועד א' 17/07/16**

מרצה: **פרופ' אריאל פלנר**

מתרגל: **מר דור עצמון**

משך המבחן: שעתיים וחצי

יש לענות על שתי השאלות 1 ו- 2.

יש לענות על שלוש שאלות מתוך 3-6

ניקוד יינתן לכל שאלה כמכלול ולא לפי הסעיפים.

**(שאלה 1, 26 נקודות)**

בעיית ה-Incremental clilque: נתון גרף G ומספר K, האם קיימות בגרף שתי קליקות האחת בגודלK והשנייה בגודל K+1.

לבעייה זו שתי גרסאות:

1. הקליקות לא חייבות להיות זרות
2. הקליקות כן חייבות להיות זרות

הוכיחו במדויק כי שתי הגרסאות הן NP-compelete

אם יש שלבים זהים אנא כתבו אותם רק פעם אחת. בונוס יינתן לכותבי תשובות קצרות וקולעות.

1)

בהינתן שתי קליקות בגודל K ו-K+1 נעבור על כל זוג קודקודים בכל קליקה ונבדוק שאכן עוברת בינהם קשת, בנוסף נבדוק שקיים לפחות קודקוד אחד או קשת אחת המשותפים לשתי הקליקות. - פולינומיאלי.

1. נבחר לבצע רדוקציה מבעייה מוכרת
2. בהינתן מופע () לבעיית ניצור גרף חדש   
   ו- ונעביר לבעיית את .
3. כיוון 1: נניח ו- החזיר , כלומר: קיימת קליקה בגודל ב-, מכיוון שאנו משכפלים את הגרף ומעבירים

, בגרף הזהה תהיה קיימת אותה הקליקה בדיוק בגודל  
 () וכן קליקה שאינה זרה לה בגודל () אשר מוכלת בתוך הקליקה הגדולה יותר.  
כיוון 2: נניח ו- החזיר , כלומר: קיימות קליקות בגודל ובגודל ב-, מבניית הרדוקציה תהיה קיימת   
ב-קליקה בגודל מכיוון ש- ו-, קליקה זו תהיה אותה הקליקה בדיוק שהייתה בגודל שהינה בגודל זהה () ב-.

1. שכפול הגרף המקורי, – פולינומיאלי.

2)

בהינתן שתי קליקות בגודל ו- נעבור על כל זוג קודקודים בכל קליקה ונבדוק שאכן עוברת בינהם קשת, בנוסף נבדוק שלא קיים אף קודקוד או קשת המשותפים לשתי הקליקות. - פולינומיאלי.

1. נבחר לבצע רדוקציה מבעייה מוכרת
2. בהינתן מופע () לבעיית ניצור קליקה בגודל  
    , ניצור גרף חדש ו- ונעביר לבעיית את .
3. כיוון 1: נניח ו- החזיר , כלומר: קיימת קליקה בגודל ב-, מכיוון שאנו משכפלים את הגרף, מוסיפים לו קליקה  
    ומעבירים , בגרף החדש תהיה קיימת אותה הקליקה בגודל () בגרף וכן קליקה בגודל () שנמצאת ב- ואינה קשירה ל- ולכן בודאות זרה לה.  
   כיוון 2: נניח ו- החזיר , כלומר: קיימות קליקות בגודל ובגודל ב-, מבניית הרדוקציה קיימות שלוש אפשרויות:

* שתי הקליקות ב-, מכיוון שאחת מהן בגודל () אז גם  
   יחזיר .
* קליקה בגודל ב- ובגודל ב-, מכיוון שקיימת ב- קליקה בגודל ובה מוכלת קליקה בגודל () אז גם   
   יחזיר .
* קליקה בגודל ב- ובגודל ב-, מכיוון שקיימת ב- קליקה בגודל () אז גם יחזיר .

\* לא קיימת אפשרות ששתי הקליקות יהיו ב- בגלל שגודלה וגודל שתי הקליקות הזרות הינו: .

1. שכפול הגרף המקורי והוספת קליקה, – פולינומיאלי.

טעויות נפוצות:

* חסרה בדיקת זרות/לא זרות בהוכחת .
* חסר הסבר על הקליקה שמוכלת בקליקה גדולה ממנה.
* הוכחת נכונות חלקית, למשל: הנחה שאם (גרסא 2) מחזיר אז קליקה בגודל נמצאת ברכיב אחד וגודל נמצאת בשני.
* חיבור שני רכבי הקשירות.
* העברת ערכי לא נכונים.
* הוכחות מסובכות יותר.
* סטודנטים שביצעו טרנספורמציה עם הוספת קודקוד היו צריכים להסביר בנכונות הרדוקציה שכאשר IC מתחזיר True יכול להיות שבקליקה קיים הקודקוד שהתווסף.

**(שאלה 2, 5 נקודות)**

קיימות ארבע בעיות .

ידוע כי קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ- ל- ומ- ל-. , **. (שימו לב לקחת בחשבון את העובדות האחרונות. לא לבכות אח"כ שלא שמתם לב)**

עבור כל אחת מהמסקנות הבאות יש לציין **במחברת** האם היא נכונה או לא. תשובה נכונה מזכה בנקודה (1+), תשובה לא נכונה מורידה נקודה (1-).

|  |
| --- |
| 1. אם קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ- ל- אז 2. אם קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ- ל- אז 3. אם קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ- ל- ומ- ל- אז 4. אם אז קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ- ל- 5. אם ל- חסם תחתון אקספוננציאלי אז |

ג', ד', ה' נכונים

**(שאלה 3, 23 נקודות)**

נתונה השפה:

אם L רגולרית הראו ביטוי רגולרי או אוטומט סופי מתאים. אם היא לא הוכיחו שלא.

* נניח שהשפה רגולרית ולכן קיים אוטומט סופי בעל מצבים שמקבל אותה
* נבחר את המילה ()
* נפרק את המילה כך ש:   
  ()
* מלמת הניפוח נובע כי וגם ולכן וגם
* על פי למת הניפוח, מתקיים עבור כל
* עבור : *אך*   
  *לכל* *מכיוון ש:*
  + *עבור ,* בגלל שלא מתקיים .
  + עבור , *בגלל שלא מתקיים .*
* ומכאן שלמת הניפוח לא מתקיימת ולכן סתירה להנחה כי L רגולרית.

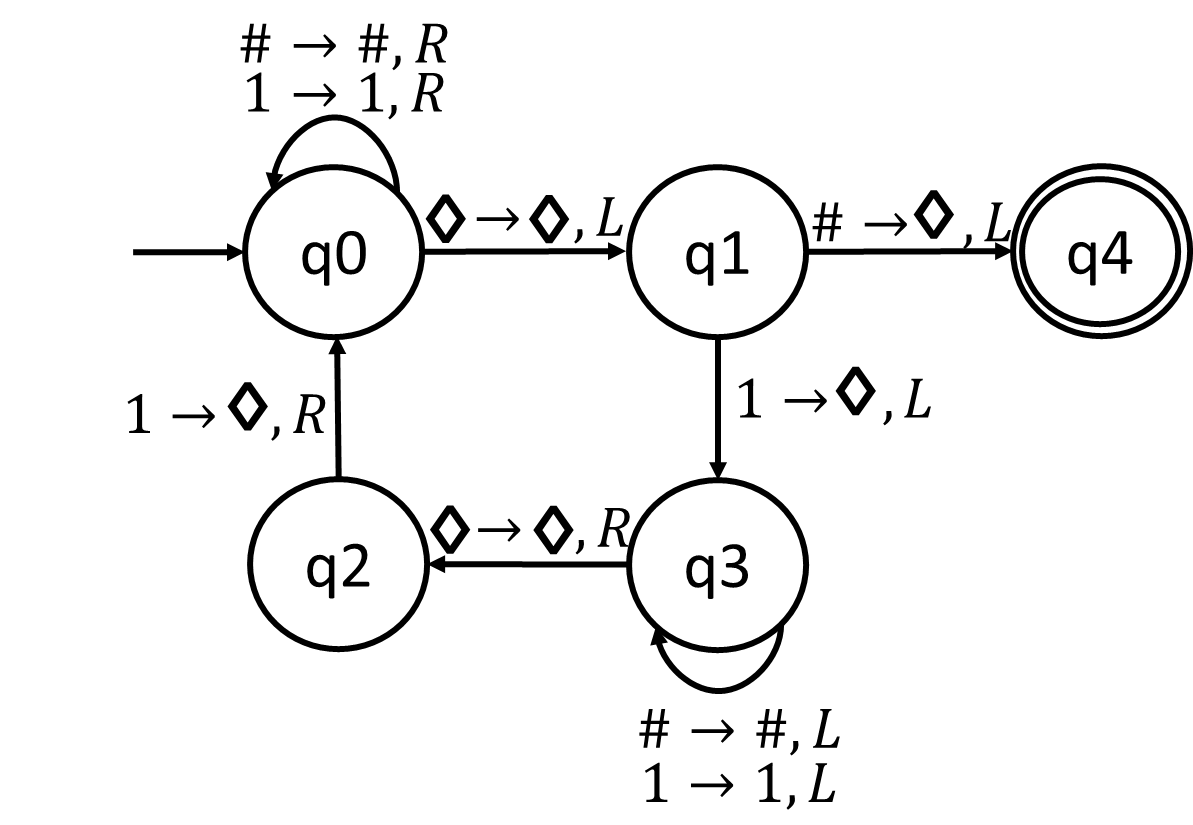
טעויות נפוצות:

* בחירת מילה שלא נמצאת בשפה.
* הוכחת רגולריות.
* נסיון לנפח בלולאה שאינה הראשונה.
* פירוק לא נכון.
* הסקת מסקנות שאינן נכונות.
* הסבר חלקי לאחר הניפוח (מדוע אינה נמצאת בשפה כעת).

**(שאלה 4, 23 נקודות)**

שרטטו מכונת טיורינג המקבלת כקלט שני מספרים אונרים ומחשבת , המכונה מקבלת קלט מהצורה הבאה: .  
למשל: קלט- פלט-   
(אין צורך לבדוק את תקינות הקלט - )

ניתן לרשום שרטוט של מכונת טיורינג או לרשום פסאודוקוד מדויק למכונה. (לא לרשום את שניהם)

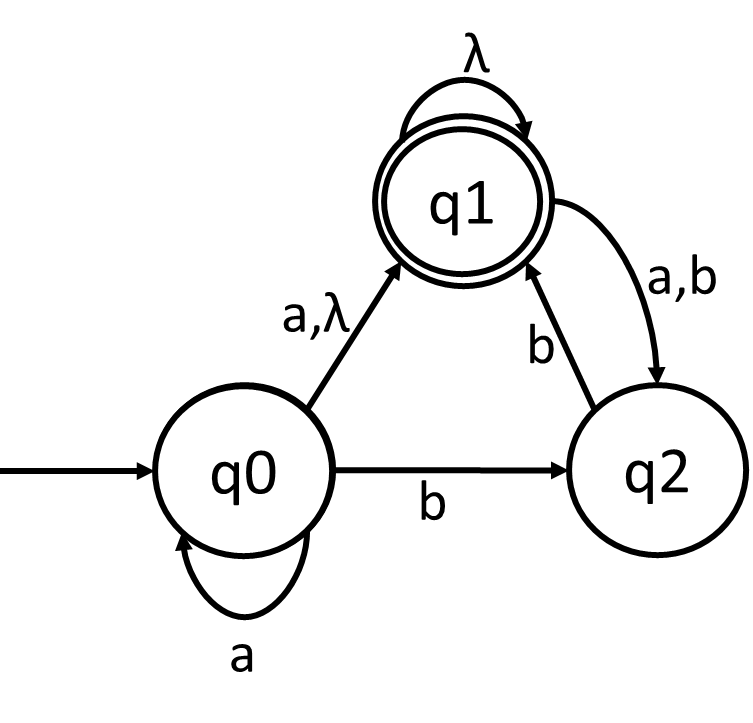
****

טעויות נפוצות:

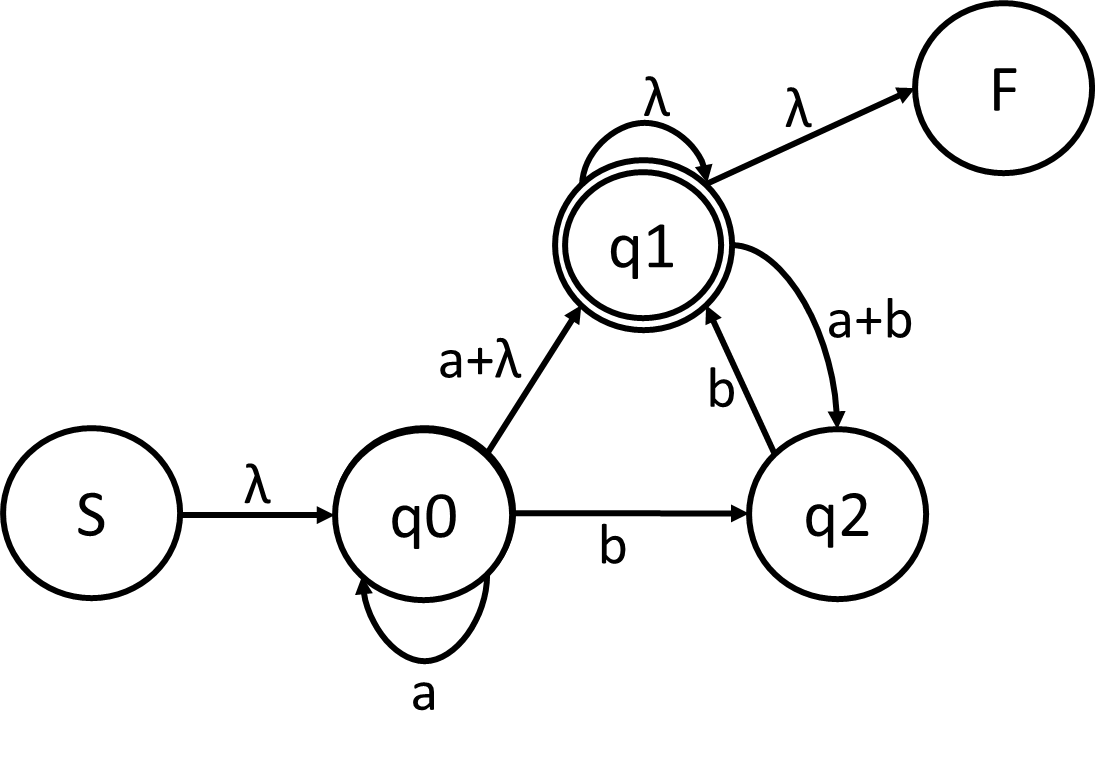
* שימוש במכונה שאינה דטרמיניסטית (בניגוד למה שלמדנו!).
* פסאודו-קוד לא מדויק/לא נכון.
* המשך אחרי מצב מקבל (טעות גדולה).
* השארת תווים שלא אמורים להיום בפלט (כגון: #).
* פתרון מסובך מאוד (מכיל מספר רב מאוד של מצבים).
* מכיל צעדים מיותרים (שניתן לוותר עליהם).
* כתיב לא נכון של מכונת טיורינג.
* המכונה לא מבצעת את הנדרש.

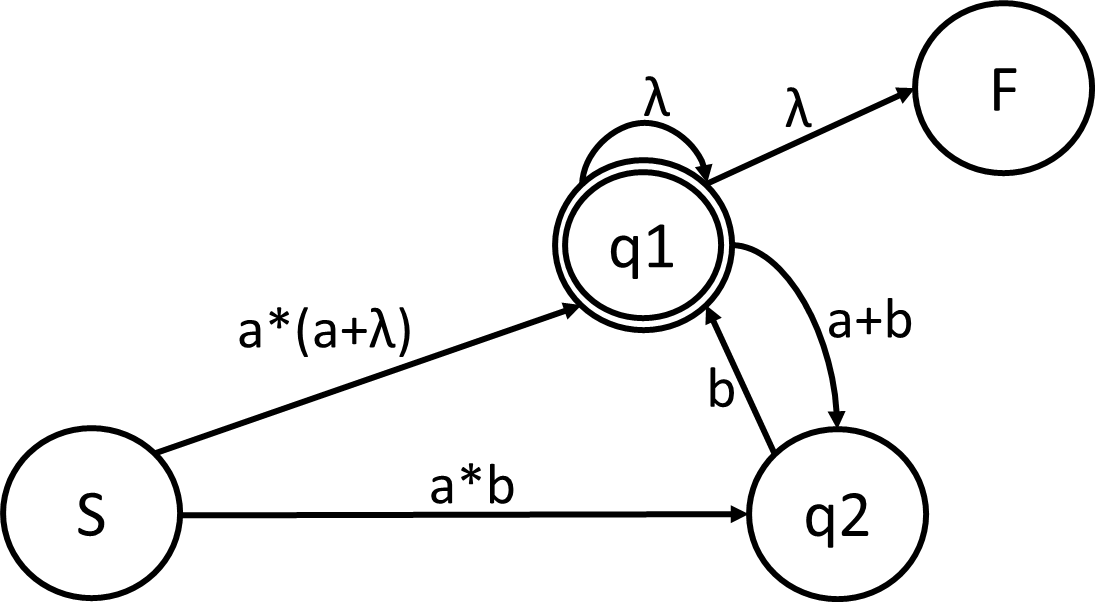
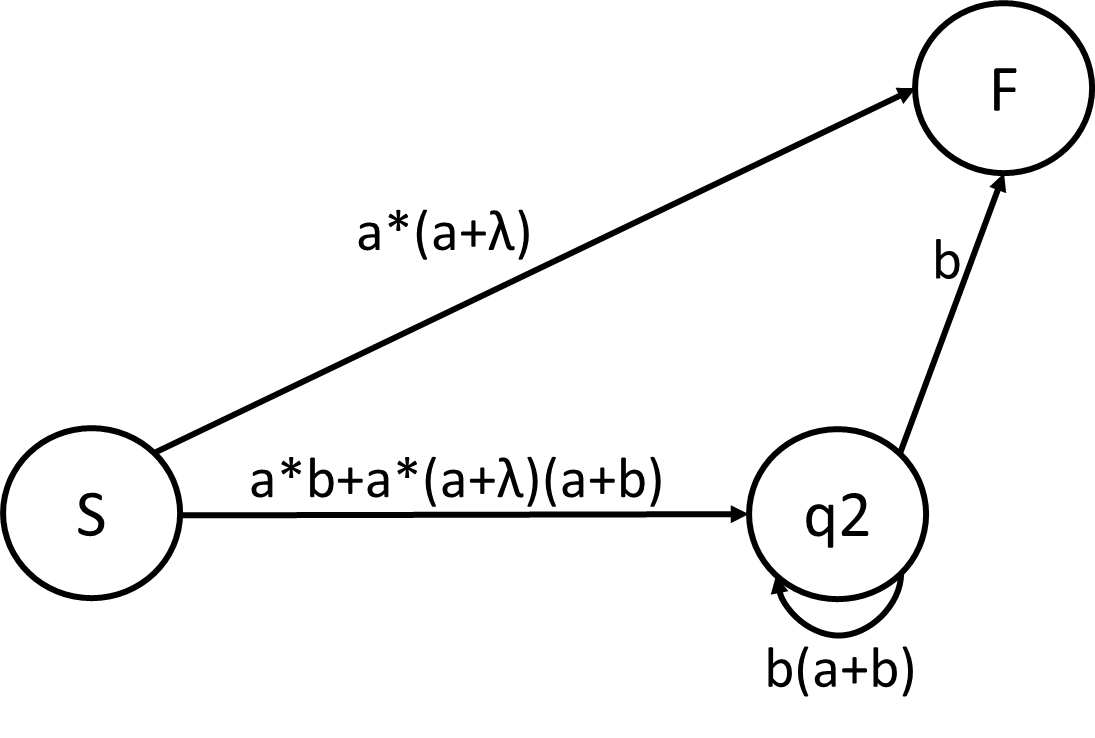
**(שאלה 5, 23 נקודות)**

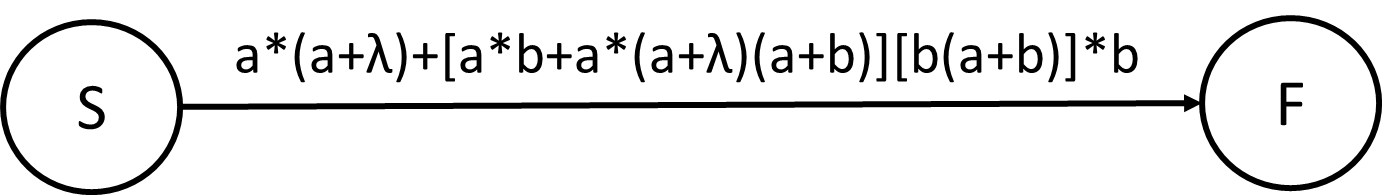
נתון ה-NFA שבציור.



1. הראו שלב אחרי שלב כיצד הופכים אוטומט זה לביטוי רגולרי. בכל שלב, יש לבטל קודקוד. ביטול הקודקודים **חייב** להתבצע לפי סדר המספרים המציינים את הקדקודים. יש להראות רק את אוטומטי הביניים. לא צריך לרשום שום מלל נוסף.
2. מהו הביטוי הרגולרי שהתקבל?



****

ב) a\*+[a\*b+a\*(a+b)][b(a+b)]\*b

טעויות נפוצות:

* סדר שירשור לא נכון של התווים.
* קשת שאמורה להיות בפתרון וחסרה.
* מחסור בסוגריים שחייבים להיות בפתרון.
* הוספת קשת שלא אומרה להיות בפתרון.
* מחסור ב-" \* " בחלקים מחזוריים.

**(שאלה 6 , 23 נקודות)**

נסחו את בעית העצירה (HALT). הוכיחו שהיא אינה ניתנת לפתרון.

כפי שנלמד בהרצאה

טעות נפוצה:

* טעויות שהראו חוסר הבנה ולמידה בעל פה של בעיית העצירה.

בהצלחה