**מבחן ב"מודלים חישוביים " 372.1.2306**

**מועד ב' 3/8/17**

מרצה: **פרופ' אריאל פלנר**

מתרגל: **מר דור עצמון**

משך המבחן: שעתיים וחצי

יש לענות על כל השאלות 1, 2 ו-3

יש לענות על שתי שאלות מתוך 4-6

ניקוד יינתן לכל שאלה כמכלול ולא לפי הסעיפים.

**(שאלה 1, 26 נקודות - חובה)**

בעיית  *Groups Satisfying (GS)*מוגדרת באופן הבא.

בהינתן:

* *c* קבוצות מספרים
* מספר

האם קיימות קבוצות (מתוך *c* הקבוצות הנתונות) המכילות את כלל המספרים המספרים הקיימים ב- *c*הקבוצות הנתונות.

לדוגמא. בהינתן:



הבעיה תחזיר מכיוון שקיימות קבוצות המכילות את כל המספרים (שתי הקבוצות השמאליות ביותר מכילות את כל המספרים מ- עד ).

הוכיחו במדויק כי *GS* היא בעיה ב- *NPC*.

(רמז: *Vertex cover(G(V,E),k),* גרף ומספר )

**תשובה:**

1. *בהינתן קבוצות מספרים. נעבור על הקבוצות ונבדוק כי כל מספר קיים בלפחות מאחת הקבוצות. מעבר על כל הקבוצות במקרה הגרוע ולכן פולינומיאלי.*
2. נבחר לבצע רדוקציה מבעייה מוכרת *Vertex Cover*
3. בהינתן גרף ומספר , עבור כל קודקוד ניצור קבוצת מספרים ובה נשים את מספרי הקשתות שנפגשות איתו. את קבוצות המספרים   
   ו- נעביר ל-.
4. כיוון 1: נניח ו- מחזיר . כלומר, קיימות קבוצות מספרים המכילות את כלל המספרים. מכיוון שכל אחת מקבוצות אלו נבנתה מקודקוד בגרף וכל מספר נבנה מקשת וכן כל המספרים נמצאים באחת מהקבוצות אזי כל אחת מקשתות הגרף נפגשת עם אחד מ- הקודקודים מהן נבנתה קבוצה שנבחרה ולכן יחזיר .   
   כיוון 2: נניח ו- מחזיר . כלומר, ב- קיימים קודקודים כך שכל קשת בגרף נפגשת עם לפחות אחד מהם. ל- קודקודים אלו נבנה קבוצות ומכיוון שכל קשת בגרף נפגשת עם לפחות אחד מהקודקודים אזי מספר הקשת יהיה בקבוצה שנבנתה עבור הקודקוד המתאים ולכן כל מספר יהיה לפחות באחת מקבוצות אלו ולכן יחזיר .
5. עבור כל קודקוד ניצור קבוצה ובה במקרה הגרוע כל צלעות הגרף ולכן פולינומיאלי.

**(שאלה 2, 5 נקודות - חובה)**

סימון – קבוצה כל הבעיות שניתן לפתור בזמן לינארי

קיימות ארבע בעיות .

עבור כל אחת מהמסקנות הבאות יש לציין **במחברת** האם היא נכונה או לא. תשובה נכונה מזכה בנקודה (1+), תשובה לא נכונה מורידה נקודה (1-).

|  |
| --- |
| 1. אם קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ- ל- אז 2. אם קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ- ל- אז 3. אם קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ- ל- ומ- ל- אז 4. אם אז 5. אם ל- חסם תחתון אקספוננציאלי אז ל- חסם תחתון אקספוננציאלי |

**תשובה:**

א', ב' נכונות

**(שאלה 3, 23 נקודות - חובה)**

*L* היא שפה מעל הא"ב

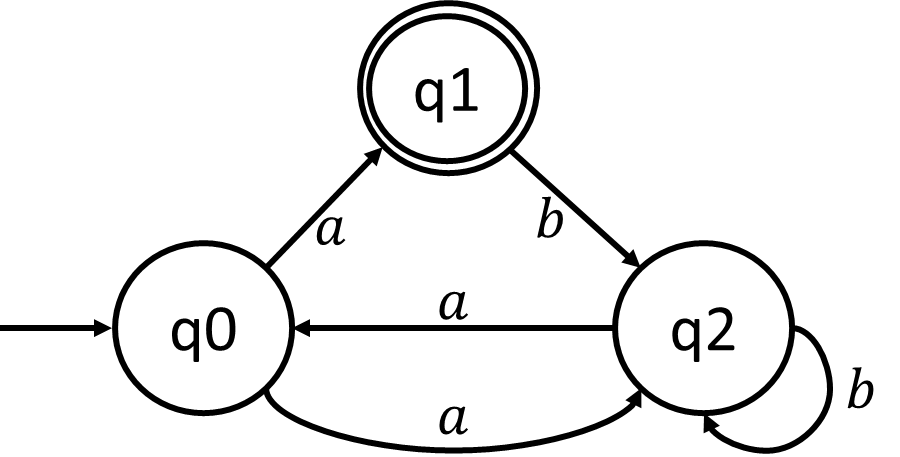
אם רגולרית הראו ביטוי רגולרי או אוטומט סופי מתאים. אם היא לא הוכיחו שלא.

**תשובה:**

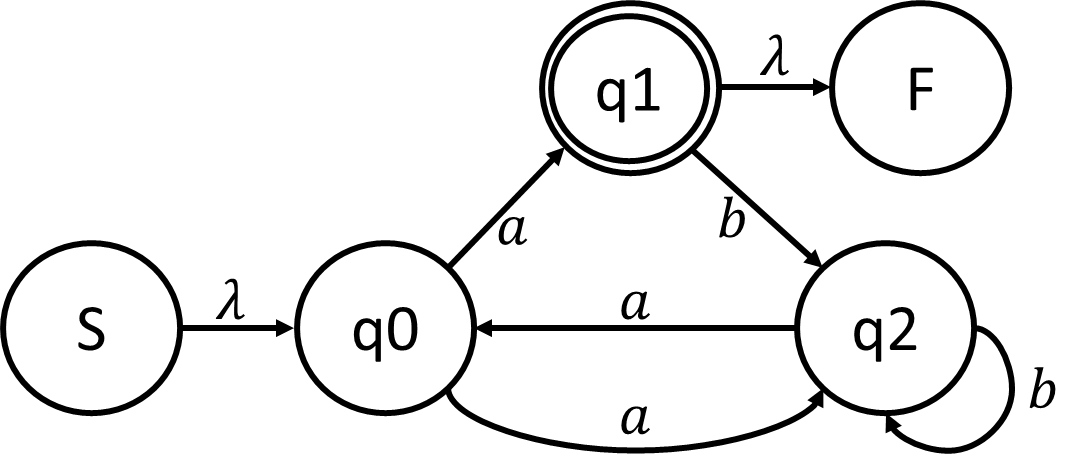
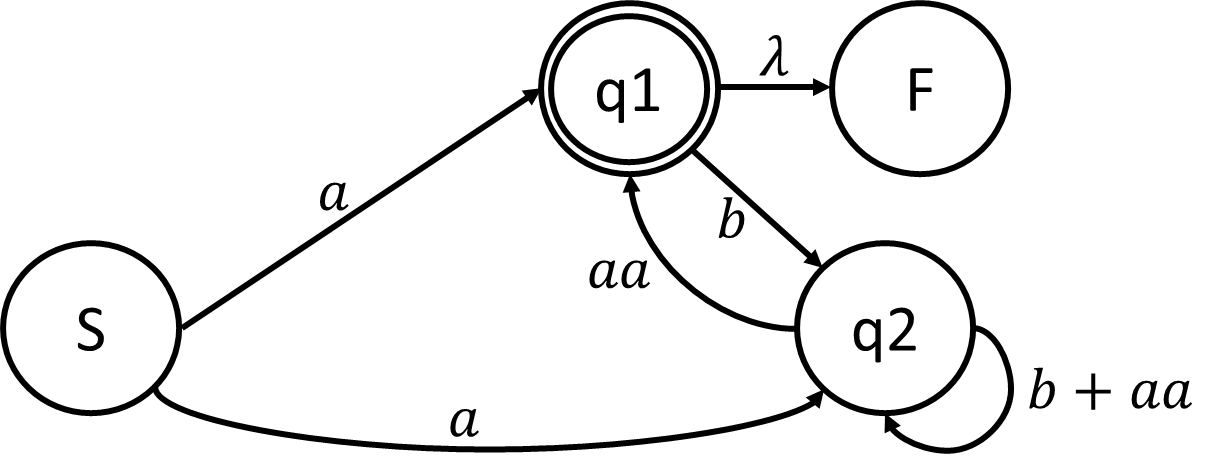
* נניח שהשפה רגולרית ולכן קיים אוטומט סופי בעל מצבים שמקבל אותה
* נבחר את המילה ()
* נפרק את המילה כך ש:  
   ()
* מלמת הניפוח נובע כי וגם ולכן וגם
* על פי למת הניפוח, מתקיים עבור כל :
* עבור : *אך*   
  *לכל* *מכיוון שכעת-*
* ומכאן שלמת הניפוח לא מתקיימת ולכן סתירה להנחה כי L רגולרית.

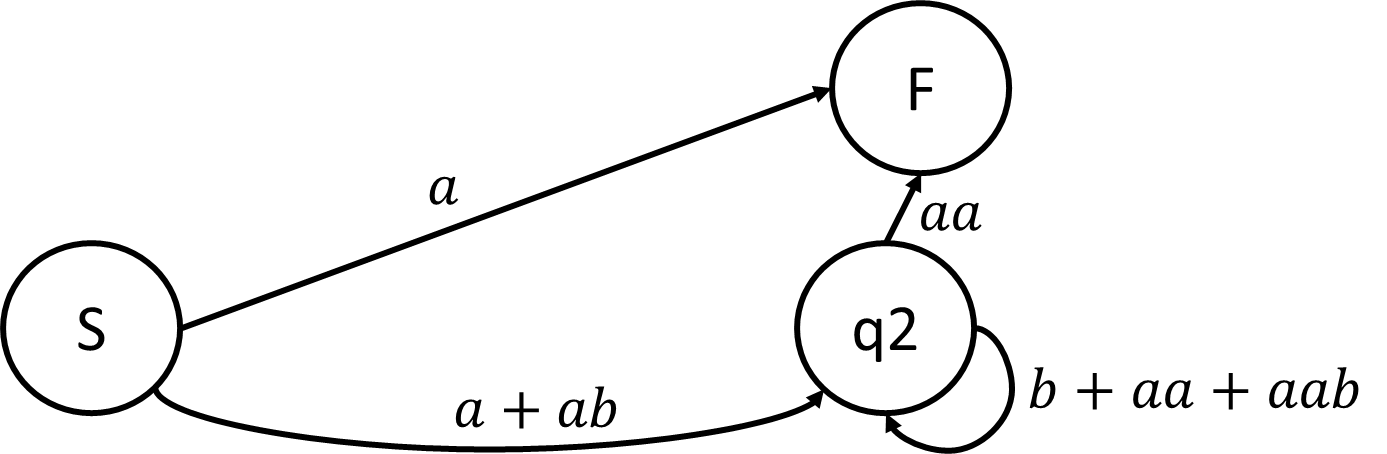
**(שאלה 4, 23 נקודות - בחירה)**

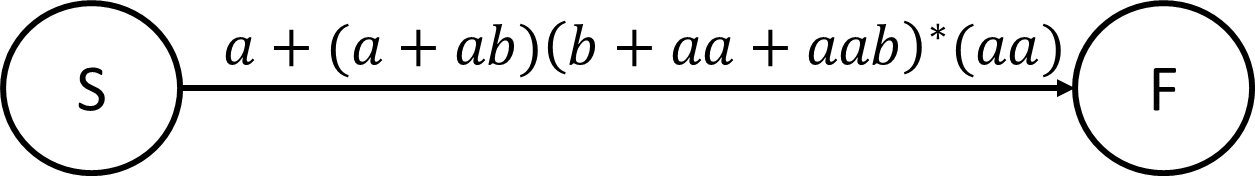
נתון ה-NFA שבציור. הראו שלב אחרי שלב כיצד הופכים אוטומט זה לביטוי רגולרי.

****

**תשובה:**

****

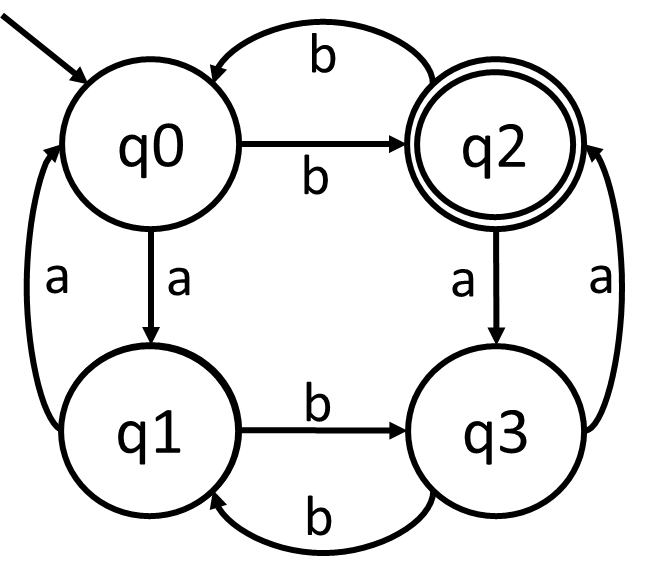
****

****

הביטוי שמתקבל:

**(שאלה 5, 23 נקודות - בחירה)**

נתון האוטומט הבא:



א. הגדרו מהי השפה המיוצגת על ידי האוטומט?

ב. רשום דקדוק חסר הקשר המייצג שפה זו.

**תשובה:**

א.

ב.

**(שאלה 6 , 23 נקודות - בחירה)**

נתונה השפה:

בנו מכונת טיורינג המגדירה את השפה .

- מספר הפעמים ש- מופיע במילה

