

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Campus Ponta Porã

**Análise de Algoritmos I**

**Trabalho Prático II**

# **Problema da Mochila Booleana**

Aluno: Daniel de Leon Bailo da Silva

Professor: Eduardo Theodoro Bogue

Maio  
2019

# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>1</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2 Knapsack Top-Down</b>	<b>3</b>
2.1 Resultados . . . . .	3
<b>3 Knapsack Bottom-Up</b>	<b>5</b>
3.1 Resultados . . . . .	5
<b>4 Análise dos Resultados</b>	<b>7</b>
4.1 Exprimindo Resultados . . . . .	8
4.2 Top-Down . . . . .	8
4.3 Bottom-Up . . . . .	9
<b>5 Resultados Obtidos</b>	<b>10</b>
5.1 Resultados Finais . . . . .	11

## Resumo

Este trabalho consiste em mostrar os resultados obtidos a partir da execução do algoritmo da *Mochilha Booleana* ou *Knapsack 0/1*, em suas versões dinâmicas. Feito isso, dada as instâncias para aplicar os algoritmos, foi comparado o tempo de execução para cada instância nas suas versões dinâmicas, *Top-Down* e *Bottom-Up*.

### Considerar o seguinte ambiente para a obtenção dos resultados:

- Processador: Intel Core™ i5-8250U
  - Número de núcleos 4
  - Número de threads 8
  - Frequência baseada em processador 1.60 GHz
  - Frequência turbo max 3.40 GHz
- Memória: 8GB RAM

Este trabalho foi armazenado num repositório *GitHub* para melhor controle do versionamento do código.

<https://github.com/danbailo/T2-Analise-Algoritmos-I>

# 1 Introdução

Visto que na *Programação Dinâmica* os problemas podem ser abordados de duas formas, o *Top-Down* e o *Bottom-Up*, devemos saber que entre eles existem vantagens e desvantagens quando comparados um com o outro.

## Top-Down

Simplesmente uma recursão normal com a adição de uma tabela *memoization*.

## Bottom-Up

- Prepare uma tabela com o tamanho do número de estados do problema.
- Comece a preencher a tabela através de casos triviais.
- Preencha a tabela de acordo com a ordem topológica do problema.

## Vantagens e Desvantagens

- Top-Down
  - Transformação natural através da recursão.
  - Apenas computa um subproblema se ele for necessário.
  - Mais lento se ocorrerem muitas chamadas a subproblemas devido ao overhead recursivo.
- Bottom-Up
  - Mais rápido se muitos subproblemas são computados.
  - Pode ter uma economia de espaço em alguns casos (não precisar criar uma tabela com todos os subproblemas).
  - Não é tão intuitivo.
  - Computa todos os subproblemas.

## 2 Knapsack Top-Down

Código do algoritmo *Knapsack 0/1 Top-Down* que foi utilizado para obter os resultados onde o mesmo foi escrito na linguagem de programação *Python*.

```
1 def Knapsack(number_items, weight_max, values_items,
2   weight_items):
3     if number_items == 0 or weight_max == 0: return 0
4     if weight_items[number_items-1] > weight_max:
5       return Knapsack(number_items-1, weight_max, values_items,
6   weight_items)
7     if mem[number_items][weight_max] is not False:
8       return mem[number_items][weight_max]
9     temp = max(Knapsack(number_items-1,
10    weight_max-weight_items[number_items-1], values_items,
11    weight_items)+values_items[number_items-1], Knapsack(
12    number_items-1, weight_max, values_items, weight_items))
13    mem[number_items][weight_max] = temp
14    return temp
```

Algoritmo 1: Top-Down

### 2.1 Resultados

Após aplicar o algoritmo [Top-Down](#) nas instâncias propostas pelo professor, os seguintes resultados foram obtidos.

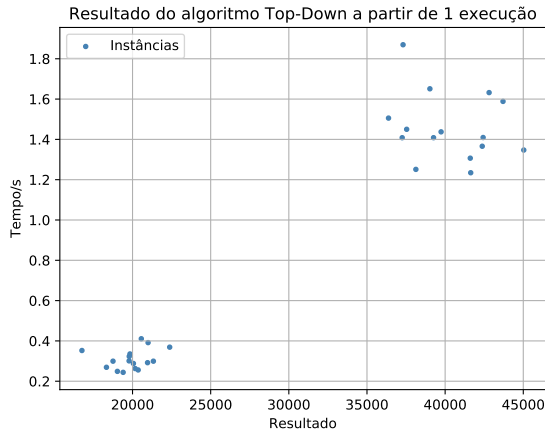
<b>Tempo total para executar todas instâncias:</b>	26.8087 segundos
<b>Média de tempo de execução por instância:</b>	0.8647 segundos
<b>Maior tempo gasto por uma das instâncias:</b>	1.8696 segundos
<b>Menor tempo gasto por uma das instâncias:</b>	0.2439 segundos
<b>Instância com maior tempo de execução:</b>	s025.kp
<b>Instância com menor tempo de execução:</b>	s008.kp

Tabela 1: Resultados Top-Down para 1 execução

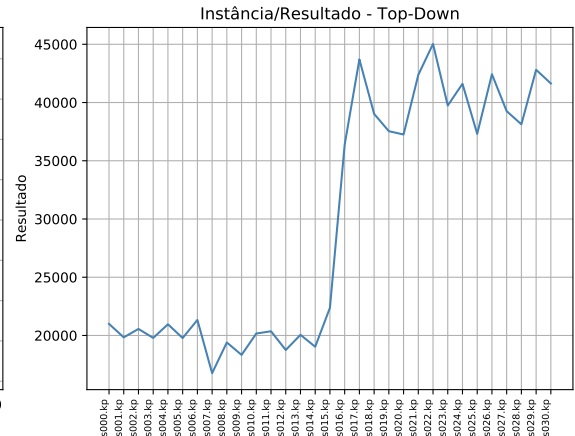
<b>Amplitude:</b>	1.6256 segundos
<b>Erro:</b>	0.1070 segundos
<b>Variância:</b>	0.3437 segundos
<b>Desvio Padrão:</b>	0.5863 segundos
<b>Desvio Absoluto:</b>	0.2471 segundos

Tabela 2: Estatísticas

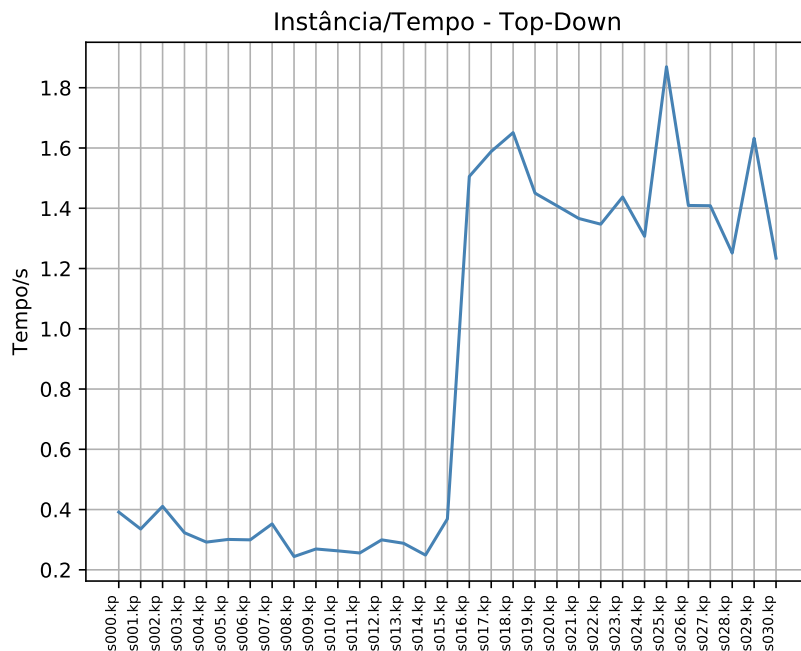
Nos gráficos representados pelas figuras 1 e 2, podemos ver o tempo que cada instâncias demorou para antingir tal resultado e qual resultado foi obtido, respectivamente. Na figura 3 conseguimos vizualizar o tempo de execução para cada instância.



**Figura 1:** Tempo/Resultado



**Figura 2:** Resultado/Instância



**Figura 3:** Gráfico do Tempo/Instância

### 3 Knapsack Bottom-Up

Código do algoritmo *Knapsack 0/1 Bottom-Up* que foi utilizado para obter os resultados onde o mesmo foi escrito na linguagem de programação *Python*.

```
1 def Knapsack(number_items, weight_max, values_items,
2   weight_items):
3     K = [[0 for x in range(weight_max + 1)] for x in range(
4       number_items + 1)]
5     for i in range(number_items + 1):
6       for w in range(weight_max + 1):
7         if i == 0 or w == 0: K[i][w] = 0
8         elif weight_items[i-1] <= w:
9           K[i][w] = max(values_items[i-1]+K[i-1][w-
10            weight_items[i-1]], K[i-1][w])
11         else: K[i][w] = K[i-1][w]
12     return K[number_items][weight_max]
```

**Algoritmo 2:** Bottom-Up

#### 3.1 Resultados

Após aplicar o algoritmo [Bottom-Up](#) nas instâncias propostas pelo professor, os seguintes resultados foram obtidos.

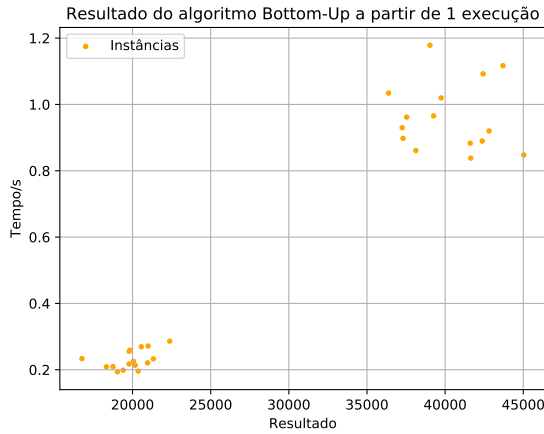
<b>Tempo total para executar todas instâncias:</b>	18.1289 segundos
<b>Média de tempo de execução por instância:</b>	0.5848 segundos
<b>Maior tempo gasto por uma das instâncias:</b>	1.1784 segundos
<b>Menor tempo gasto por uma das instâncias:</b>	0.1937 segundos
<b>Instância com maior tempo de execução:</b>	s018.kp
<b>Instância com menor tempo de execução:</b>	s014.kp

**Tabela 3:** Resultados Bottom-Up para 1 execução

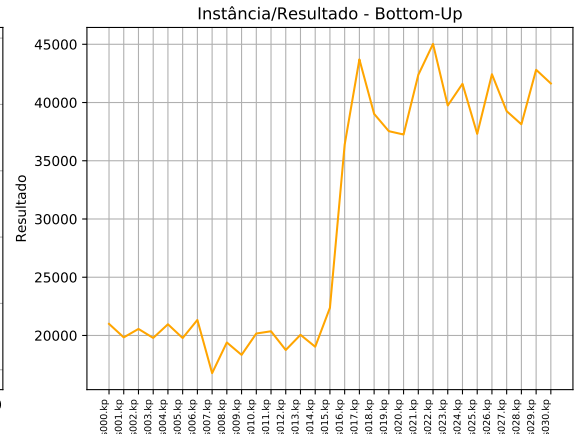
<b>Amplitude:</b>	0.9847 segundos
<b>Erro:</b>	0.0680 segundos
<b>Variância:</b>	0.1390 segundos
<b>Desvio Padrão:</b>	0.3728 segundos
<b>Desvio Absoluto:</b>	0.1371 segundos

**Tabela 4:** Estatísticas

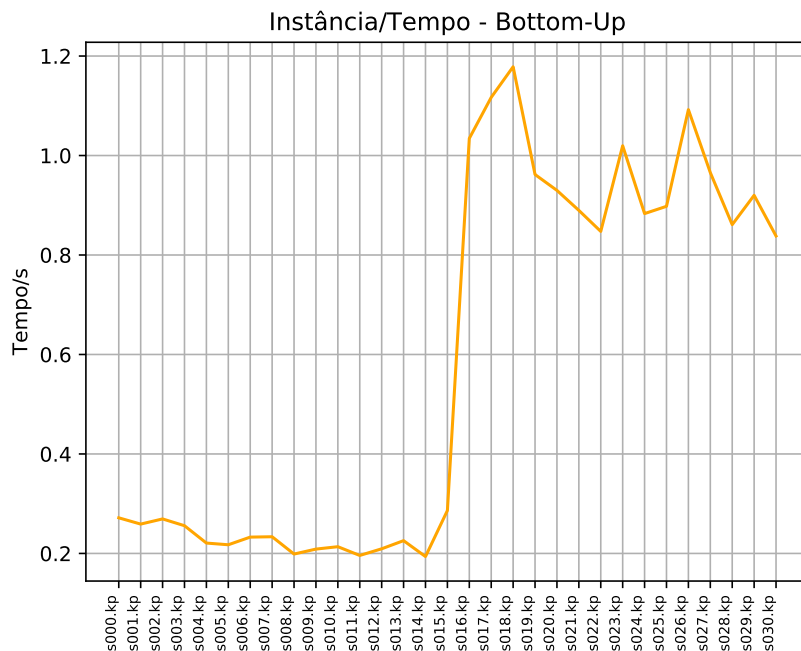
Nos gráficos representados pelas figuras 1 e 2, podemos ver o tempo que cada instâncias demorou para antingir tal resultado e qual resultado foi obtido, respectivamente. Na figura 3 conseguimos vizualizar o tempo de execução para cada instância.



**Figura 4:** Tempo/Resultado



**Figura 5:** Resultado/Instância



**Figura 6:** Gráfico do Tempo/Instância



## 4 Análise dos Resultados

Como podemos ver abaixo, na figura 7, que é responsável por mostrar os resultados atingidos para cada instância, os gráficos estão sobrepostos e isso se deve pelo fato de que, independente dos algoritmos serem escritos e abordarem ideias diferentes, o objetivo final é o mesmo.

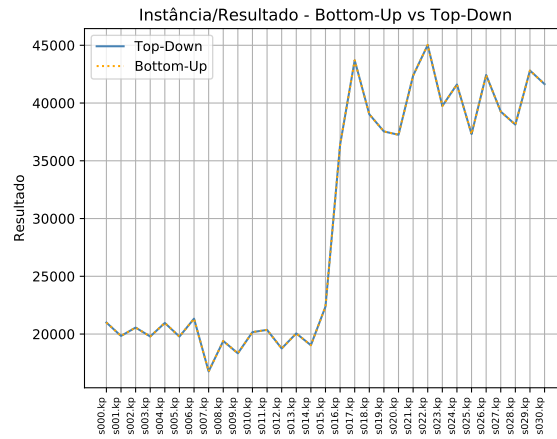


Figura 7: Gráfico do Resultado/Instância

Como podemos ver, o tempo necessário para atingir os mesmos resultados são bem maiores quando comparamos o [Knapsack Top-Down](#) ao [Knapsack Bottom-Up](#), computacionalmente falando. Porém, era de se esperar um resultado como esse, como vimos na página 2 as características de cada um.

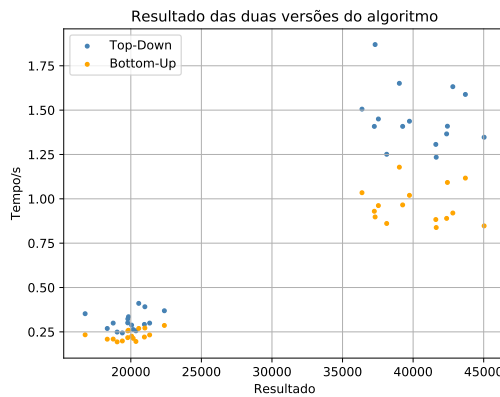


Figura 8: Gráfico do Tempo/Resultado

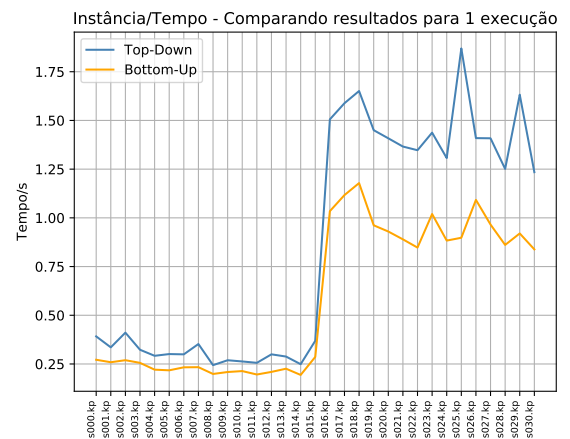


Figura 9: Gráfico do Tempo/Instância

## 4.1 Exprimindo Resultados

A fim de comprovar o comportamento dos gráficos, decidi executar **100 vezes** as instâncias com o objetivo de minimizar a variação do tempo de execução de cada instância.

Para cada instância é armazenado seu tempo de execução individual, logo, foi necessário a cada execução somar o tempo de cada instância para obter o tempo gasto para esse algoritmo para uma única execução. Feito isso, bastou repetir o mesmo processo para todas iterações. Assim, obtive o tempo total de execução para os dois algoritmos. O tempo médio é em relação ao tempo que uma única instância gastou em 100 execuções.

## 4.2 Top-Down

**Tempo total de execução:** 39 minutos

**Tempo médio gasto por cada instância no total:** 1 minuto e 25 seg

**Tabela 5:** Tempo total

Após coletar os dados de todas as execuções, foi se calculado a média total para cada item e obtido um resultado mais exprimido a fim de minimizar a variação.

**Tempo de execução minimizado:** 23.4056 segundos

**Média de execução por instância:** 0.7550 segundos

**Maior tempo gasto por uma das instâncias:** 1.3737 segundos

**Menor tempo gasto por uma das instâncias:** 0.2419 segundos

**Instância com maior tempo de execução:** s027.kp

**Instância com menor tempo de execução:** s014.kp

**Tabela 6:** Resultados a partir de 100 execuções

**Amplitude:** 1.1317 segundos

**Erro:** 0.0905 segundos

**Variância:** 0.2457 segundos

**Desvio Padrão:** 0.4957 segundos

**Desvio Absoluto:** 0.1431 segundos

**Tabela 7:** Estatísticas

### 4.3 Bottom-Up

**Tempo total de execução:** 29 minutos

**Tempo médio gasto por cada instância no total:** 55.9276 segundos

**Tabela 8:** Tempo total

O mesmo processo foi realizado para se obter os dados expressos para o *Bottom-Up*.

**Tempo de execução minimizado:** 17.3375 segundos

**Média de execução por instância:** 0.5592 segundos

**Maior tempo gasto por uma das instâncias:** 0.9883 segundos

**Menor tempo gasto por uma das instâncias:** 0.1929 segundos

**Instância com maior tempo de execução:** s027.kp

**Instância com menor tempo de execução:** s014.kp

**Tabela 9:** Resultados a partir de 100 execuções

**Amplitude:** 0.7953 segundos

**Erro:** 0.0635 segundos

**Variância:** 0.1209 segundos

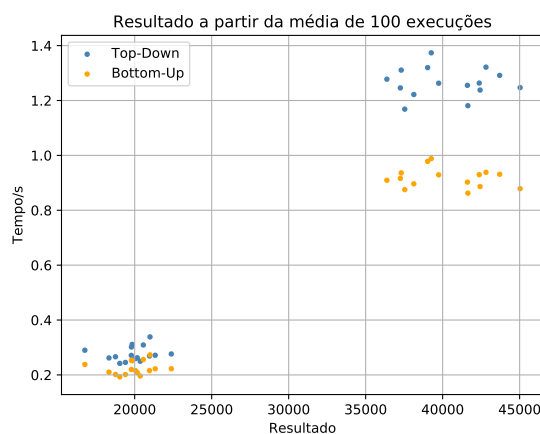
**Desvio Padrão:** 0.3478 segundos

**Desvio Absoluto:** 0.1188 segundos

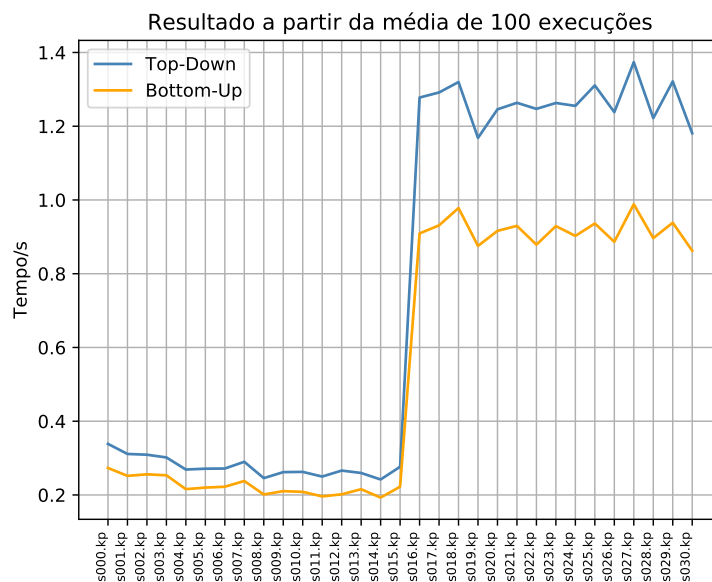
**Tabela 10:** Estatísticas

## 5 Resultados Obtidos

Ao analisar as tabelas 1, 3 que mostram os resultados a partir da execução de uma única instância, podemos ver que mesmo após 100 execuções, o comportamento geral se mantém, como podemos ver nas tabelas 6 e 9. Tendo estes resultados ...

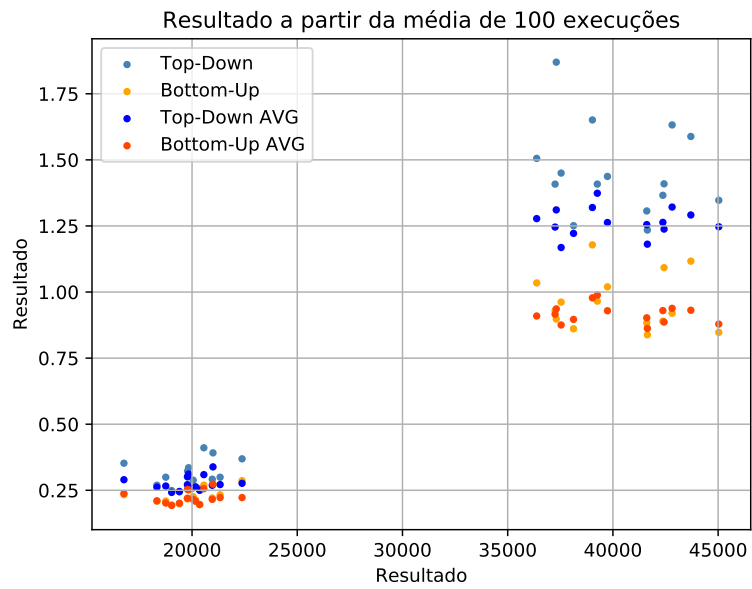


**Figura 10:** Gráfico do Resultado/Instância



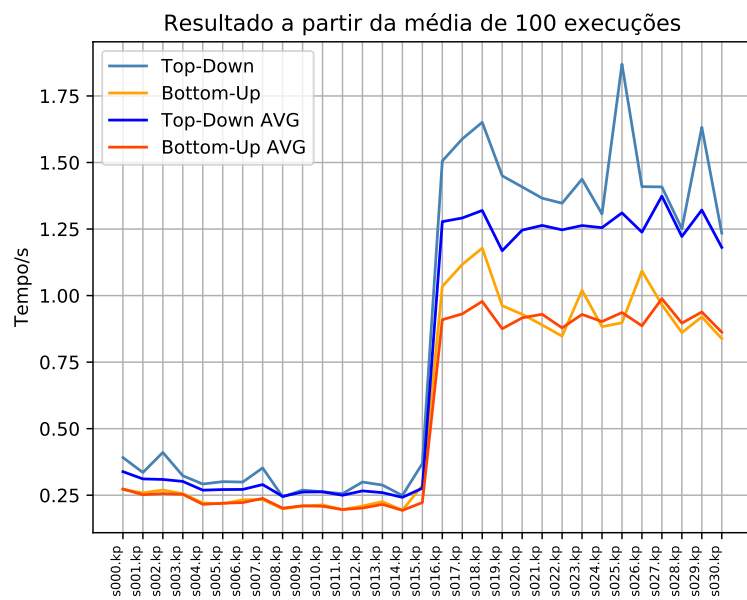
**Figura 11:** Gráfico do Resultado/Instância

## 5.1 Resultados Finais



**Figura 12:** Gráfico do Resultado/Instância

falar dos dados estatísticos e comparar o tempo do max e min, antes de fazer a media .....



**Figura 13:** Gráfico do Resultado/Instância