amos resolver o sistema de filas M/M/5 com os parâmetros fornecidos:

- Número de servidores (guichês): $s = 5$
- Taxa de chegadas: $\lambda = 36$ clientes/hora
- Taxa de atendimento por servidor: $\mu = 9$ clientes/hora

1. Carga oferecida (intensidade de tráfego)

$$a = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{36}{9} = 4,0$$

2. Utilização (ocupação média por servidor)

$$\rho = \frac{a}{s} = \frac{4}{5} = 0,8 \quad (80\%)$$

Como $\rho < 1$, o sistema é estável.

3. Probabilidade de que não haja clientes no sistema (P_0)

A fórmula para P_0 em um sistema M/M/s é:

$$P_0 = [\sum_{k=0}^{s-1} \frac{a^k}{k!} + \frac{a^s}{s!} \cdot \frac{1}{1-\rho}]^{-1}$$

Substituindo $s = 5$, $a = 4$, $\rho = 0,8$:

$$P_0 = [\sum_{k=0}^{4} \frac{4^k}{k!} + \frac{4^5}{5!} \cdot \frac{1}{1-0,8}]^{-1}$$

Calculemos cada termo:

- $k = 0$: $\frac{4^0}{0!} = 1$
- $k = 1$: $\frac{4^1}{1!} = 4$
- $k = 2$: $\frac{4^2}{2!} = \frac{16}{2} = 8$
- $k = 3$: $\frac{4^3}{3!} = \frac{64}{6} \approx 10,6667$
- $k = 4$: $\frac{4^4}{4!} = \frac{256}{24} \approx 10,6667$

Somando:

$$\sum_{k=0}^{4} \frac{4^k}{k!} = 1 + 4 + 8 + 10,6667 + 10,6667 = 34,3334$$

Agora o segundo termo:

$$\frac{4^5}{5!} = \frac{1024}{120} = 8,5333$$

$$\frac{1}{1-0,8} = \frac{1}{0,2} = 5$$

$$\frac{4^5}{5!} \cdot \frac{1}{1-\rho} = 8,5333 \times 5 = 42,6665$$

Portanto:

$$P_0 = [34,3334 + 42,6665]^{-1} = [76,9999]^{-1} \approx 0,012987$$

(Valor exato: $P_0 = \frac{1}{77} \approx 0,012987$)

4. Número médio de clientes na fila (L_q)

$$L_q = P_0 \cdot \frac{a^s \rho}{s!(1-\rho)^2}$$

Substituindo:

$$L_q = 0,012987 \cdot \frac{4^5 \cdot 0,8}{5! \cdot (0,2)^2}$$

Calculemos:

- $4^5 = 1024$
- $5! = 120$
- $(0,2)^2 = 0,04$

Então:

$$\frac{1024 \cdot 0,8}{120 \cdot 0,04} = \frac{819,2}{4,8} = 170,6667$$

Portanto:

$$L_q = 0,012987 \times 170,6667 \approx 2,216$$

5. Número médio de clientes no sistema (L)

$$L = L_q + a = 2,216 + 4 = 6,216$$

6. Tempo médio na fila (W_q)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{2,216}{36} \approx 0,06156 \text{ horas} \approx 3,69 \text{ minutos}$$

7. Tempo médio no sistema (W)

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{6,216}{36} \approx 0,1727 \text{ horas} \approx 10,36 \text{ minutos}$$

Ou:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} = 0,06156 + \frac{1}{9} \approx 0,06156 + 0,11111 = 0,17267 \text{ horas}$$

8. Probabilidade de um cliente ter que esperar na fila (P_{wait})

$$P_{wait} = \frac{a^s}{s!(1-\rho)} P_0$$

Substituindo:

$$P_{wait} = \frac{1024}{120 \cdot 0,2} \cdot 0,012987 = \frac{1024}{24} \cdot 0,012987 = 42,6667 \cdot 0,012987 \approx 0,554$$

(ou 55,4%)

Resumo dos resultados:

- **Utilização por guichê**: $\rho = 0,8$ (80%)
- **Probabilidade de sistema vazio (P_0)**: $\approx 0,01299$ (1,3%)
- **Nº médio na fila (L_q)**: $\approx 2,216$ clientes
- **Nº médio no sistema (L)**: $\approx 6,216$ clientes
- **Tempo médio na fila (W_q)**: $\approx 0,0616$ h (3,69 min)
- **Tempo médio no sistema (W)**: $\approx 0,1727$ h (10,36 min)
- **Probabilidade de esperar (P_{wait})**: $\approx 0,554$ (55,4%)

Verificação com fórmulas exatas (frações):

$a = 4$, $s = 5$, $\rho = 4/5$.

$P_0 = \frac{1}{77}$ (exato).

$L_q = P_0 \cdot \frac{a^s \rho}{s!(1-\rho)^2} = \frac{1}{77} \cdot \frac{4^5 \cdot (4/5)}{120 \cdot (1/5)^2} = \frac{1}{77} \cdot \frac{1024 \cdot (4/5)}{120 \cdot (1/25)} = \frac{1}{77} \cdot \frac{819{,}2}{4{,}8} = \frac{1}{77} \cdot 170,6 = \frac{170{,}6}{77} = \frac{512}{231} \approx 2,21645$

Os demais seguem proporcionalmente.