

Conceito e Explicação Didática das Questões sobre Equipolência

A **relação de equipolência** entre segmentos orientados é uma noção fundamental na geometria vetorial. Dois segmentos orientados (A,B) e (C,D) são **equipolentes** se:

1. Têm o mesmo **comprimento** (módulo);
2. Têm a mesma **direção** (são paralelos ou colineares);
3. Têm o mesmo **sentido** (não são opostos).

Isso significa que, geometricamente, eles representam o mesmo **vetor**, mesmo que estejam em posições diferentes no espaço.

Propriedades da Equipolência (Relação de Equivalência)

A Proposição 1 afirma que a equipolência é uma **relação de equivalência**, ou seja, satisfaz três propriedades:

1. **Reflexiva:** Todo segmento orientado é equipolente a si mesmo.
 - $(A,B) \sim (A,B)$
2. **Simétrica:** Se $(A,B) \sim (C,D)$, então $(C,D) \sim (A,B)$.
3. **Transitiva:** Se $(A,B) \sim (C,D)$ e $(C,D) \sim (E,F)$, então $(A,B) \sim (E,F)$.

Como Resolver Questões sobre Equipolência?

Para provar relações de equipolência, usamos essas três propriedades. Vejamos um exemplo:

Exemplo:

Prove que se $(A,B) \sim (P,Q)$ e $(C,D) \sim (P,Q)$, então $(A,B) \sim (C,D)$.

Passo a Passo:

1. Sabemos que $(A,B) \sim (P,Q)$ (dado).
2. Sabemos que $(C,D) \sim (P,Q)$ (dado).
3. Pela **propriedade simétrica**, $(P,Q) \sim (C,D)$.
4. Agora temos:
 - $(A,B) \sim (P,Q)$
 - $(P,Q) \sim (C,D)$
5. Pela **propriedade transitiva**, concluímos que $(A,B) \sim (C,D)$.

10 Questões sobre Equipolência (para Praticar)

1. Prove que $(A,B) \sim (A,B)$ usando a definição de equipolência.
2. Se $(A,B) \sim (C,D)$, mostre que $(C,D) \sim (A,B)$.
3. Dado que $(A,B) \sim (C,D)$ e $(C,D) \sim (E,F)$, prove que $(A,B) \sim (E,F)$.
4. Se $(A,B) \sim (C,D)$ e $(C,D) \not\sim (E,F)$, o que podemos concluir sobre (A,B) e (E,F) ?
5. Mostre que se $(A,B) \sim (P,Q)$ e $(B,C) \sim (Q,R)$, então $(A,C) \sim (P,R)$.
6. Se $(A,B) \sim (C,D)$ e $(A,B) \sim (E,F)$, podemos afirmar que $(C,D) \sim (E,F)$? Justifique.
7. Dados três pontos colineares A, B, C tais que $(A,B) \sim (B,C)$, o que podemos dizer sobre o ponto B em relação a A e C ?
8. Se $(A,B) \sim (C,D)$ e (C,D) é equipolente a um segmento nulo (P,P) , o que podemos concluir sobre (A,B) ?
9. Mostre que a relação de equipolência preserva soma de vetores: se $(A,B) \sim (C,D)$ e $(B,E) \sim (D,F)$, então $(A,E) \sim (C,F)$.
10. Se $(A,B) \sim (C,D)$ e (A,B) tem sentido oposto a (E,F) , podemos dizer que $(C,D) \sim (E,F)$? Explique.

Essas questões ajudam a fixar as propriedades da equipolência e sua aplicação em problemas geométricos e vetoriais. Tente resolvê-las usando as três propriedades (reflexiva, simétrica e transitiva)!