

Integral definida proposta

$$\int_0^1 \frac{x^{1/2}}{\sqrt{3+2x^3}} dx$$

◆ REGRA 1 — Regra da potência (derivadas e integrais)

Fórmula fundamental

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C (n \neq -1)$$

Exercício 1

$$\int x^{1/2} dx$$

Resolução

Aplicando a fórmula:

$$\int x^{1/2} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3} x^{3/2} + C$$

O que você treinou

- potências fracionárias
- regra mais básica de integração

 Sem isso, nada do resto funciona.

◆ REGRA 2 — Propriedades de radicais

Fórmulas usadas

$$\sqrt{x} = x^{1/2} \sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$

Exercício 2

$$\int \sqrt{x} dx$$

Resolução

Reescrevendo:

$$\int x^{1/2} dx = \frac{2}{3} x^{3/2} + C$$

O que você treinou

- transformar raiz em potência
 - perceber que **integrar raiz = integrar potência**
-

◆ REGRA 3 — Cancelamento algébrico (antes de integrar!)

Fórmula-chave

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

Exercício 3

$$\int \frac{x^2}{x} dx$$

Cancelamento explícito

$$\frac{x^2}{x} = x^{2-1} = x$$

Integral

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$$

O que você treinou

- simplificar antes de integrar
 - evitar integrais desnecessariamente difíceis
-

◆ REGRA 4 — Substituição simples (mudança de variável)

Fórmula geral

Se

$$u = g(x) \Rightarrow du = g'(x) dx$$

Exercício 4

$$\int (3x^2)\sqrt{1+x^3} dx$$

Substituição

$$u = 1 + x^3 \Rightarrow du = 3x^2 dx$$

Integral transformada

$$\int \sqrt{u} du$$

Resolução

$$\int u^{1/2} du = \frac{2}{3} u^{3/2} + C$$

Voltando:

$$\boxed{\frac{2}{3} (1 + x^3)^{3/2} + C}$$

O que você treinou

- reconhecer “algo + derivada dele”
- substituir corretamente

◆ REGRA 5 — Integral logarítmica padrão

Fórmula essencial

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

Exercício 5

$$\int \frac{1}{2x+1} dx$$

Substituição

$$u = 2x + 1 \Rightarrow du = 2dx$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{du}{u}$$

Resolução

$$\boxed{\frac{1}{2} \ln |2x + 1| + C}$$

O que você treinou

- quando aparece **log**
 - por que ele surge naturalmente
-

◆ REGRA 6 — Teorema Fundamental do Cálculo

Fórmula

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Exercício 6

$$\int_1^4 x dx$$

Primitiva

$$F(x) = \frac{x^2}{2}$$

Aplicando os limites

$$F(4) - F(1) = \frac{16}{2} - \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

O que você treinou

- transformar função \rightarrow número
- entender o papel dos limites