

Vetores Econômicos e Dinâmica de Indicadores: Uma Análise Conceitual

Nesta análise, foram considerados dois indicadores econômicos — PIB per capita e taxa de desemprego — referentes ao ano de 2023 para cinco países: Brasil, Estados Unidos, Alemanha, Japão e África do Sul. Os dados foram obtidos de fontes como o Banco Mundial e a OCDE. Cada país pode ser representado por um vetor bidimensional $X = (x_1, x_2)$, em que x_1 corresponde ao PIB per capita e x_2 à taxa de desemprego. Esses vetores aleatórios expressam o estado econômico de cada nação, com variabilidade decorrente de políticas, ciclos econômicos e choques externos.

A média vetorial representa o ponto central do sistema, refletindo a tendência global de renda e emprego, enquanto a matriz de covariância descreve o grau de correlação entre os dois indicadores — geralmente negativa, pois países com alto PIB per capita tendem a apresentar menores taxas de desemprego. Geometricamente, a dispersão dos dados pode ser visualizada como uma elipse de confiança, cujos eixos revelam a direção e intensidade da variabilidade conjunta.

Se o comportamento desses vetores ao longo do tempo obedecesse a uma transformação linear, políticas públicas e choques econômicos poderiam ser modelados como matrizes que transformam o estado econômico de um ano para o seguinte. A estabilidade do sistema estaria associada a autovalores menores que 1, indicando tendência de convergência a um equilíbrio. No entanto, crises ou políticas ineficientes podem gerar anomalias e instabilidades, desviando o vetor da trajetória esperada. Assim, o modelo multivariado fornece um arcabouço conceitual para compreender, de forma integrada, a evolução e a interação entre renda e emprego nas economias nacionais.

1. Dados utilizados (aproximados — fontes: Banco Mundial / OCDE 2023)

País	PIB per capita (US\$)	Desemprego (%)
Brasil	10.400	7.9
EUA	76.300	3.6
Alemanha	55.400	3.2
Japão	34.000	2.6
África do Sul	6.800	32.1

Cada país é um vetor bidimensional:

$$X_i = (x_{1i}, x_{2i})$$

onde x_{1i} é o PIB per capita e x_{2i} é a taxa de desemprego.

2. Cálculos à mão

(a) Média vetorial

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \left(\frac{1}{n} \sum x_{1i}, \frac{1}{n} \sum x_{2i} \right) \\ \bar{x}_1 &= \frac{10400 + 76300 + 55400 + 34000 + 6800}{5} = \frac{182900}{5} = 36.580 \\ \bar{x}_2 &= \frac{7.9 + 3.6 + 3.2 + 2.6 + 32.1}{5} = \frac{49.4}{5} = 9.88 \\ \Rightarrow \bar{X} &= (36.580, 9.88)\end{aligned}$$

(b) Matriz de covariância

$$S = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})'$$

Primeiro, calculamos os desvios:

País	$x_1 - \bar{x}_1$	$x_2 - \bar{x}_2$
Brasil	-26.180	-1.98
EUA	+39.720	-6.28
Alemanha	+18.820	-6.68
Japão	-2.580	-7.28
África do Sul	-29.780	+22.22

Agora, os produtos:

$$\begin{aligned}S_{11} &= \frac{\sum (x_1 - \bar{x}_1)^2}{4} = \frac{(-26180)^2 + (39720)^2 + (18820)^2 + (-2580)^2 + (-29780)^2}{4} = \frac{3.854 \times 10^9}{4} \\ &= 963.5 \times 10^6 \\ S_{22} &= \frac{\sum (x_2 - \bar{x}_2)^2}{4} = \frac{(-1.98)^2 + (-6.28)^2 + (-6.68)^2 + (-7.28)^2 + (22.22)^2}{4} = \frac{629.7}{4} = 157.4 \\ S_{12} &= \frac{\sum (x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2)}{4} \\ &= \frac{(-26180)(-1.98) + (39720)(-6.28) + (18820)(-6.68) + (-2580)(-7.28) + (-29780)(22.22)}{4} \\ &= \frac{51836 - 249762 - 125626 + 18782 - 661132}{4} = \frac{-1011902}{4} = -252,975 \\ \Rightarrow S &= \begin{bmatrix} 9.635 \times 10^8 & -2.53 \times 10^5 \\ -2.53 \times 10^5 & 157.4 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

(c) Correlação

$$\rho = \frac{S_{12}}{\sqrt{S_{11}S_{22}}} = \frac{-2.53 \times 10^5}{\sqrt{(9.635 \times 10^8)(157.4)}} \approx -0.64$$

→ **Correlação negativa moderada**, ou seja, quanto maior o PIB per capita, menor tende a ser o desemprego.



3. Interpretação

- A elipse de dispersão teria eixo principal inclinado negativamente.
- O sistema é **estável** se as variações no PIB e desemprego tendem a se compensar (autovalores < 1).
- África do Sul é uma **anomalia**: baixo PIB e desemprego muito alto, fora da elipse principal.