

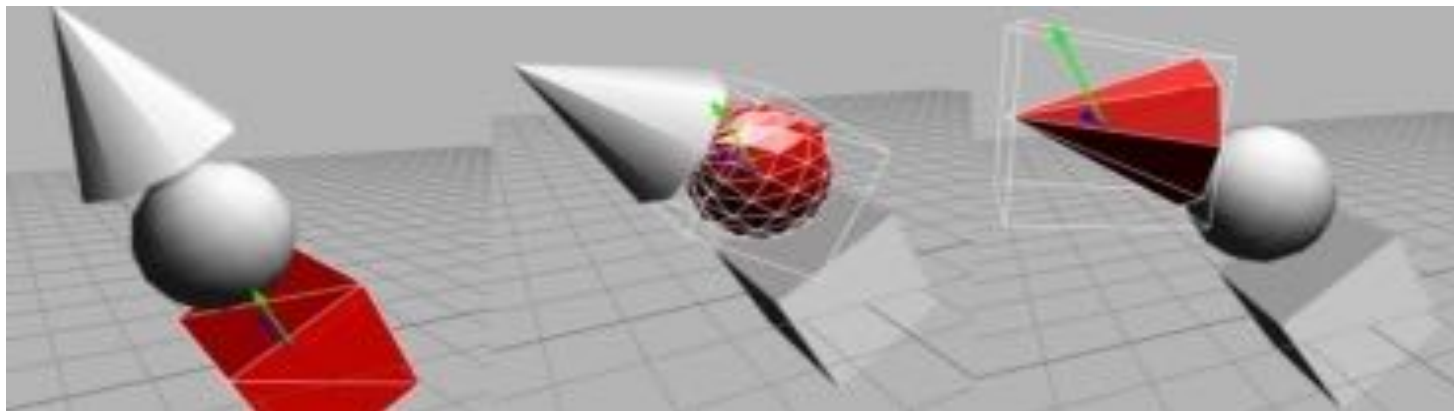
Cinemática directa

Dan Casas

Cinemática directa

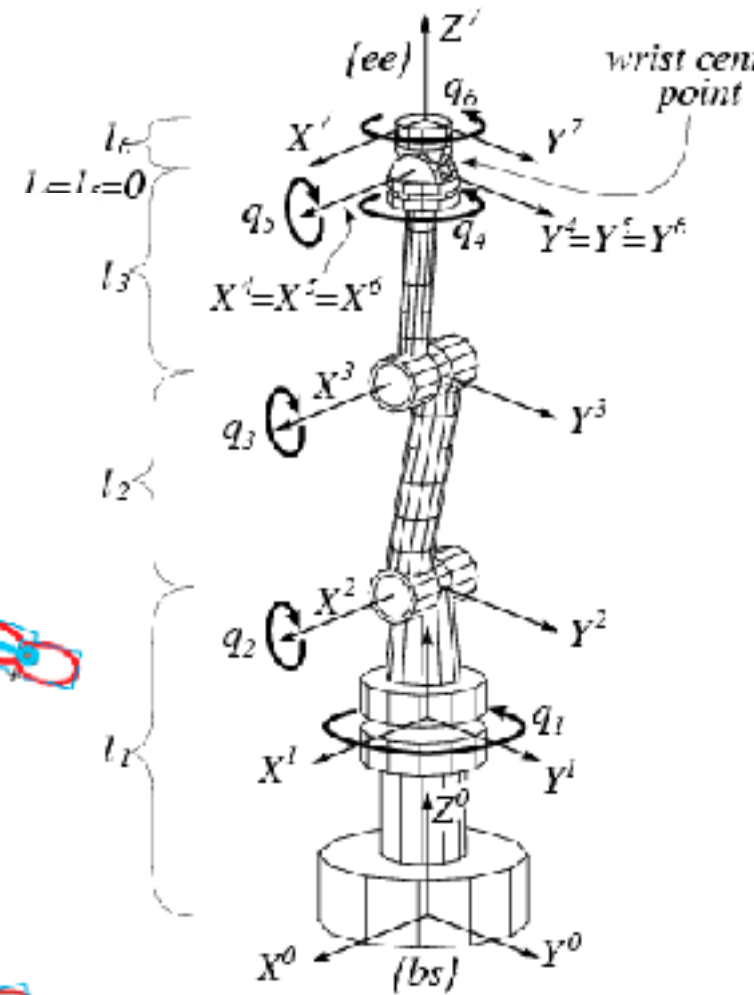
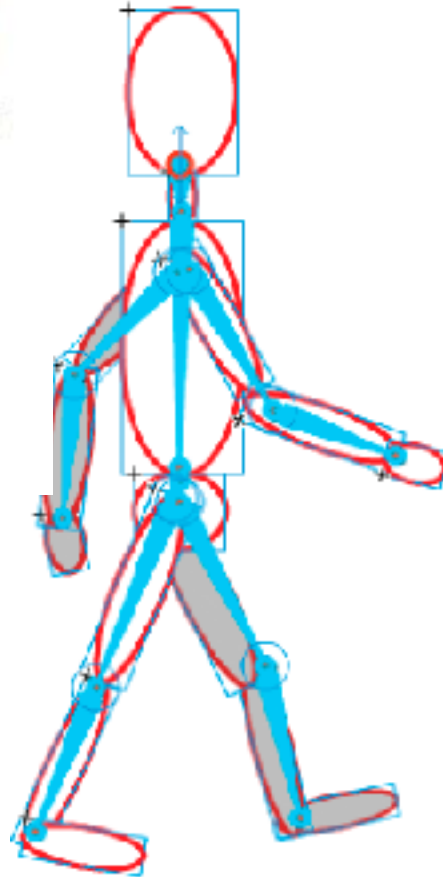
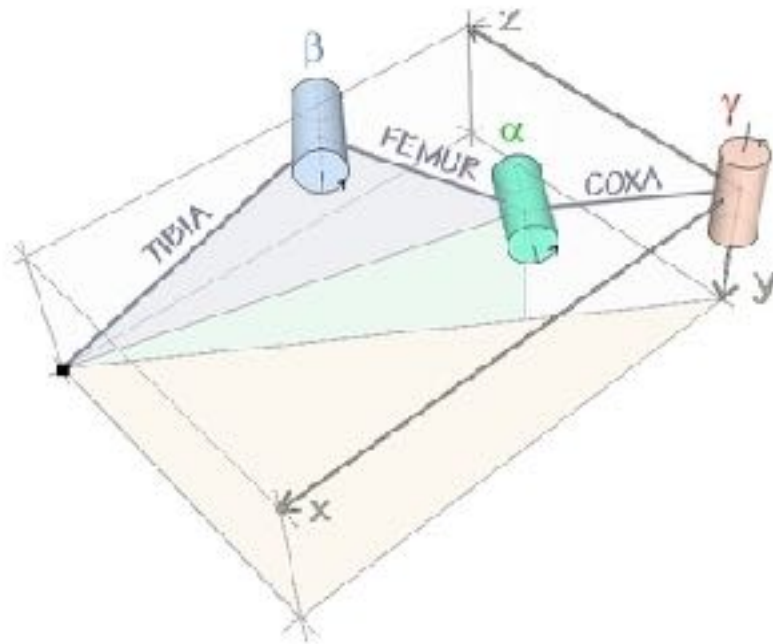
1. Introducción

Un modelo jerárquico se compone de varias mallas, relacionadas unas con otras de la misma manera que un esqueleto está compuesto de huesos, excepto que no hay huesos. En su lugar, las propias mallas se hacen girar en su posición.



Cinemática directa

Ejemplos.



Cinemática directa

La evaluación de una jerarquía para recorrer el árbol correspondiente, la cinemática directa, estudia desde la raíz hasta el nodo hoja.

El recorrido luego retrocede hasta el árbol y se van recorriendo cada una de las ramas.

Cada vez que se recorre un arco de vuelta al árbol a un nodo, la transformación de dicho nodo debe ser restaurada antes de recorrido continúe hacia abajo, ya que la transformación de una rama no debe afectar a otras ramas.

Cinemática directa

Cinemática directa y cinemática inversa

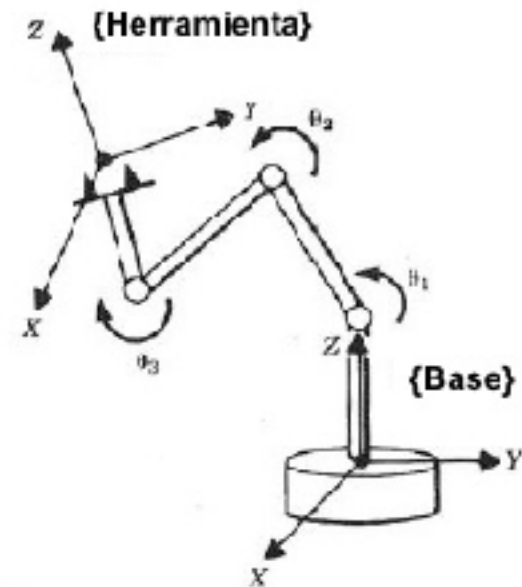
- **Cinemática directa**

- **Conocidos:** Ángulos articulares y geometría de los eslabones
- **Determinar:** Posición y orientación del elemento terminal referido a la base

$$f(\theta) = {}^B_H T = {}^0_N T$$

- **Cinemática inversa**

- **Conocidos:** Posición y orientación del elemento terminal referido a la base
- **Determinar:** Ángulos articulares y geometría de los eslabones para alcanzar la orientación y posición de la herramienta



$$\theta = f^{-1}({}^B_H T) = f^{-1}({}^0_N T)$$

Cinemática directa

2. Modelos jerárquicos.

El **modelado jerárquico** es la aplicación de restricciones de conectividad (o la colocación relativa) entre los objetos organizados en una estructura de árbol.

Un tipo común de modelo jerárquico utilizado en gráficos tiene objetos que están conectados extremo con extremo para formar cadenas articuladas multicuerpo, suponiendo **restricciones en los DOF**.

Tales jerarquías son **útiles para modelar animales y seres humanos** de modo que las articulaciones de las extremidades se manipulan para producir una figura con movimiento de sus apéndices. Esta figura así definida se refiere a menudo como **articulado**.

Cinemática directa

El movimiento de un apéndice se produce mediante el cambio de la configuración/valor de la variable de una articulación.

Debido a que la conectividad de la figura está integrada en la estructura del modelo, **el animador no necesita asegurarse de que los objetos que componen la extremidades permanecer unidos uno a otro.**

Los objetos permanecen unidos mediante la ligadura que representa el correspondiente DOF.

Gran parte del material relativo a la animación de las jerarquías en el ordenador gráficos viene directamente del campo de la robótica .

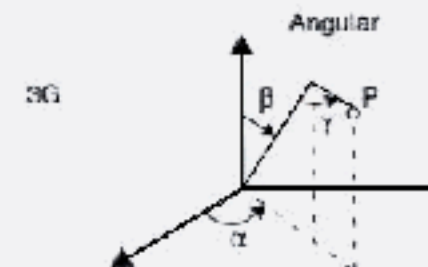
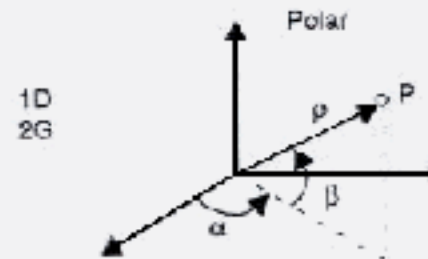
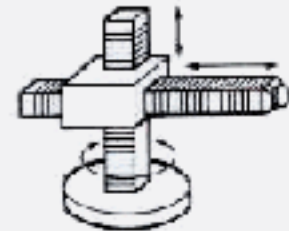
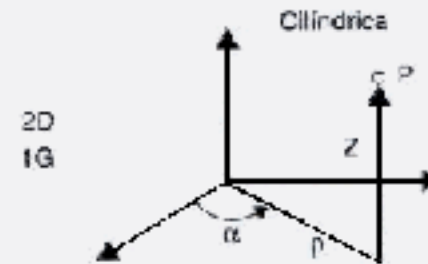
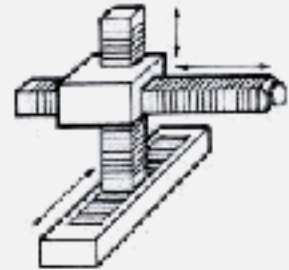
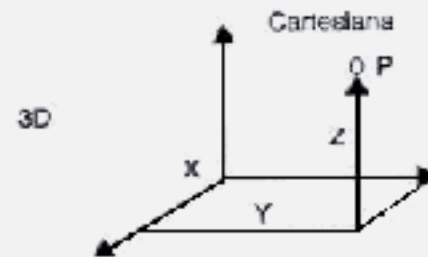
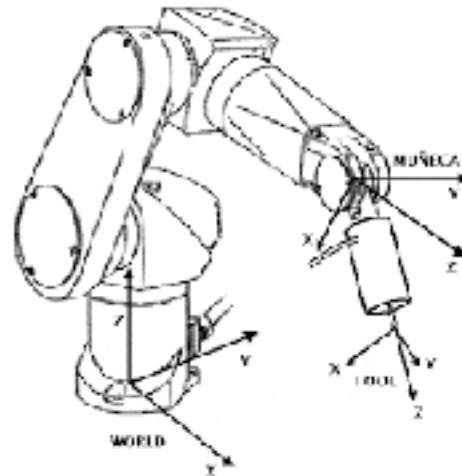
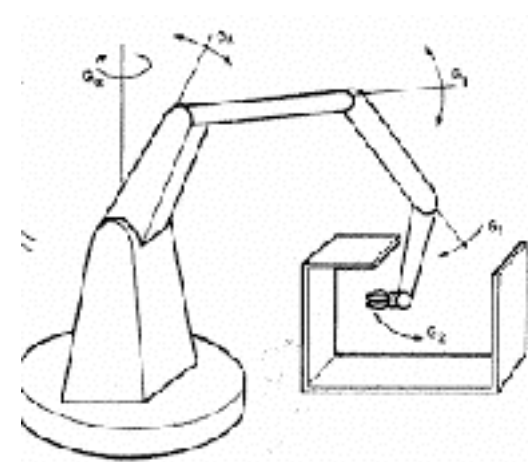
Cinemática directa

En los trabajos de robótica relacionados, se trata el modelado de *manipuladores*, una secuencia de objetos conectados en una cadena por *articulaciones*.

Los objetos rígidos que forman la conexión entre las articulaciones se llaman *links*, y el extremo libre final de la cadena de articulaciones alterna y enlaces se denomina *end effector*.

Cinemática directa

Ejemplos en robótica



Cinemática directa

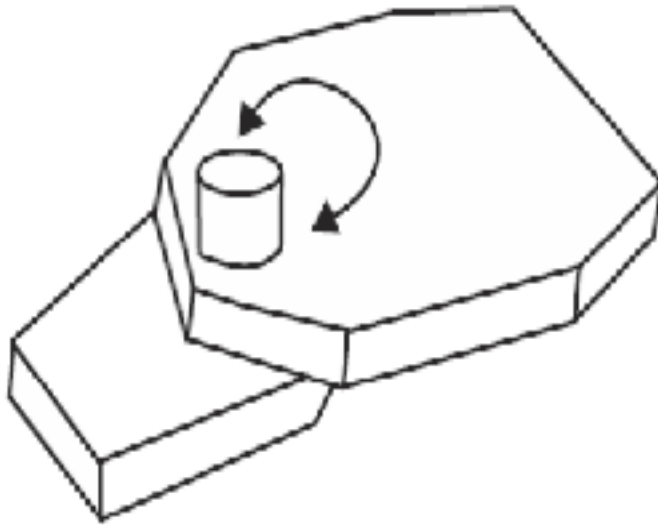
La robótica se ocupa de todo tipo de juntas en la que dos eslabones se mueven en relación el uno con el otro.

En el mundo de los **gráficos**, por otra parte, se trabaja principalmente con las **articulaciones de revolución**, en la que un eslabón gira alrededor de un punto fijo del otro enlace.

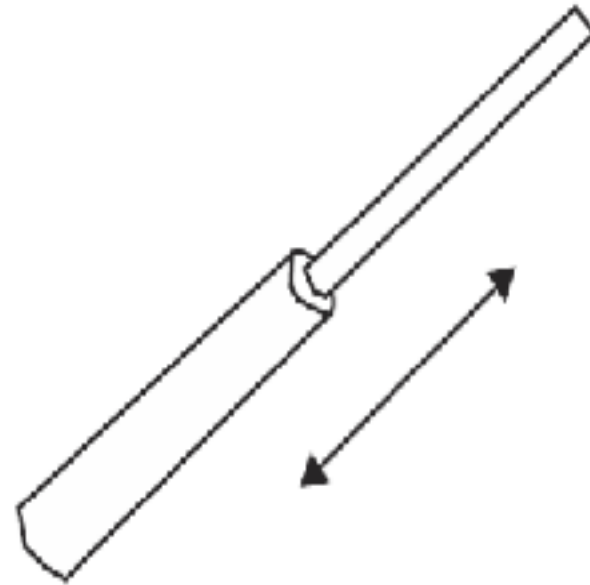
Los links se consideran generalmente sujetos en ese punto con el otro link. El otro tipo de articulación utilizada en la animación por ordenador es la **prismática**, en la que un eslabón se traslada respecto a otro

Cinemática directa

Tipos de articulaciones



Revolute joint



Prismatic joint

Permiten el movimiento en una dirección y se dice que tienen un grado de libertad (DOF).

Cinemática directa

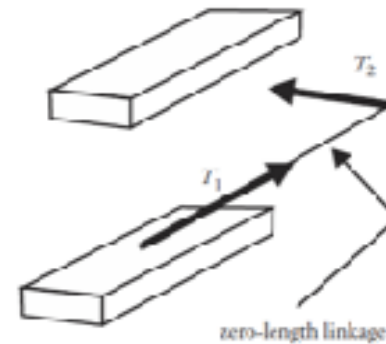
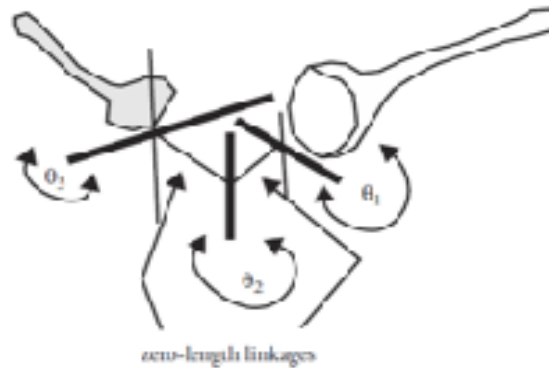
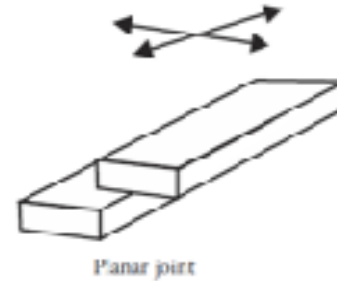
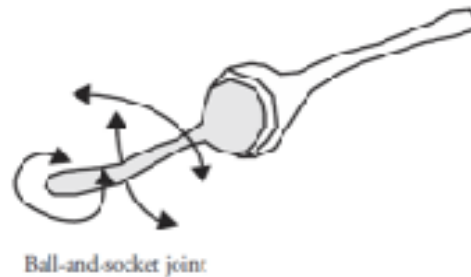
Las articulaciones de los de la figura anterior permiten el movimiento en una dirección y se dice que tienen **un grado de libertad (DOF)**.

Estructuras en las que existe más de un grado de libertad se llaman articulaciones complejas.

Como ejemplos de articulaciones complejas tenemos la junta plano y la articulación de bola y cavidad, más conocida como rótula.

Cinemática directa

Tipos de articulaciones



Más de un grado de libertad (DOF).

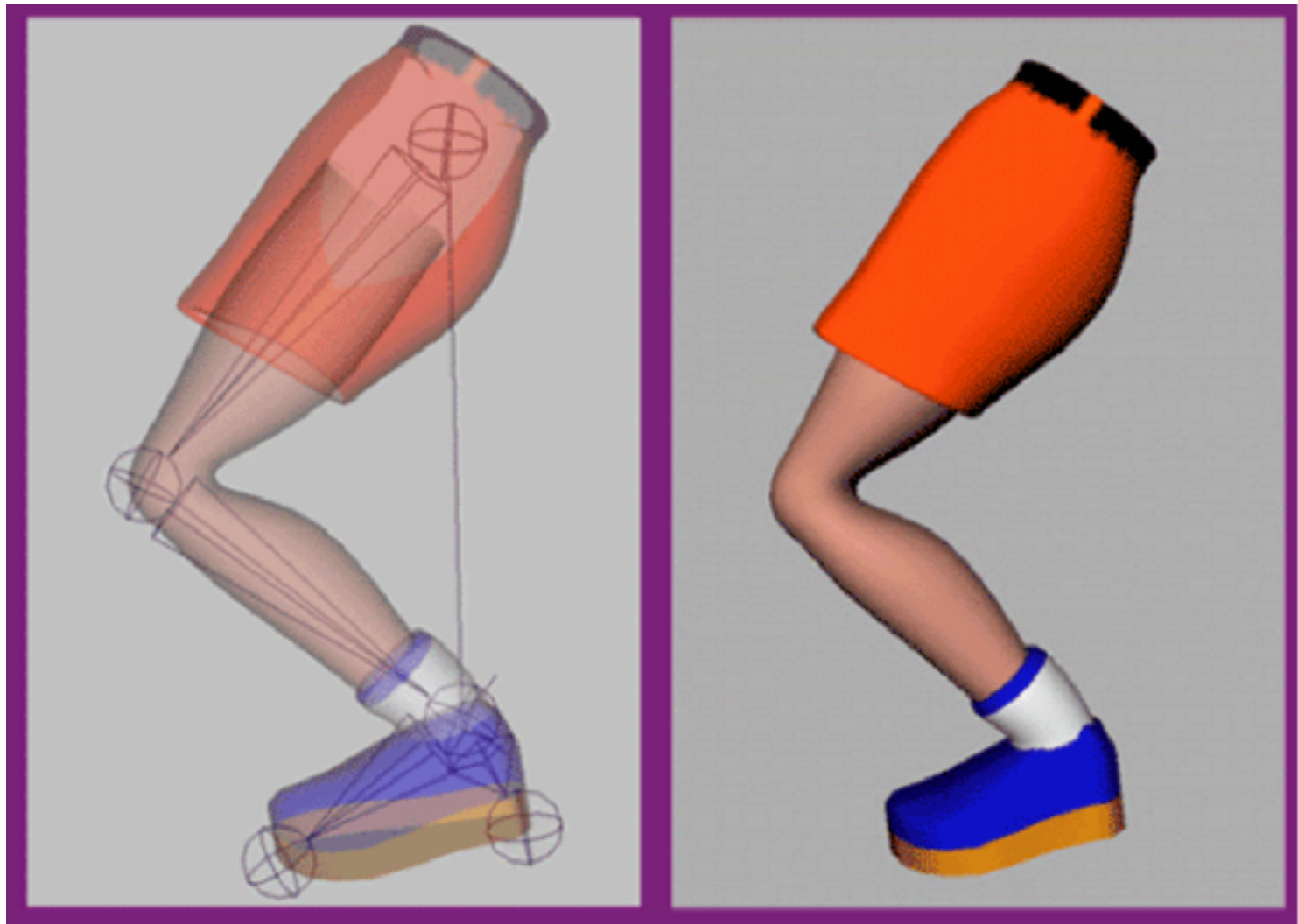
Cinemática directa

Representation jerárquica del cuerpo humano

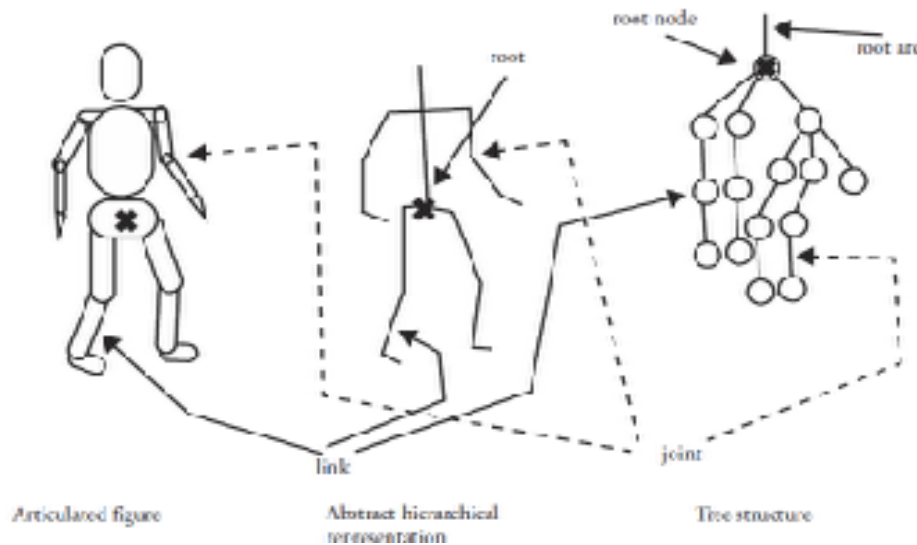
3 DOF

1 DOF





Cinemática directa



Las figuras humanas y de animales están convenientemente modeladas como enlaces jerárquicos.

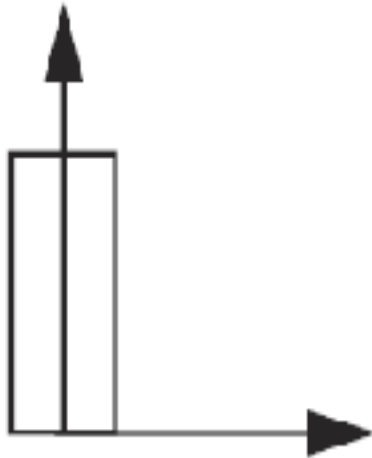
El nodo superior del árbol es el nodo ***raíz***

Un nodo desde el que no hay arcos se extienden hacia abajo se conoce como un nodo ***hoja***.

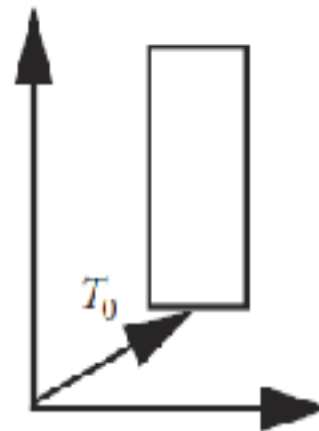
Cuándo tenemos dos nodos del árbol conectados por un arco, el superior en la jerarquía se conoce como el **nodo padre**, y el de más abajo en la jerarquía es referido como el **nodo hijo**

Cinemática directa

3. Ejemplo.



Original definition of root object
(Link 0)

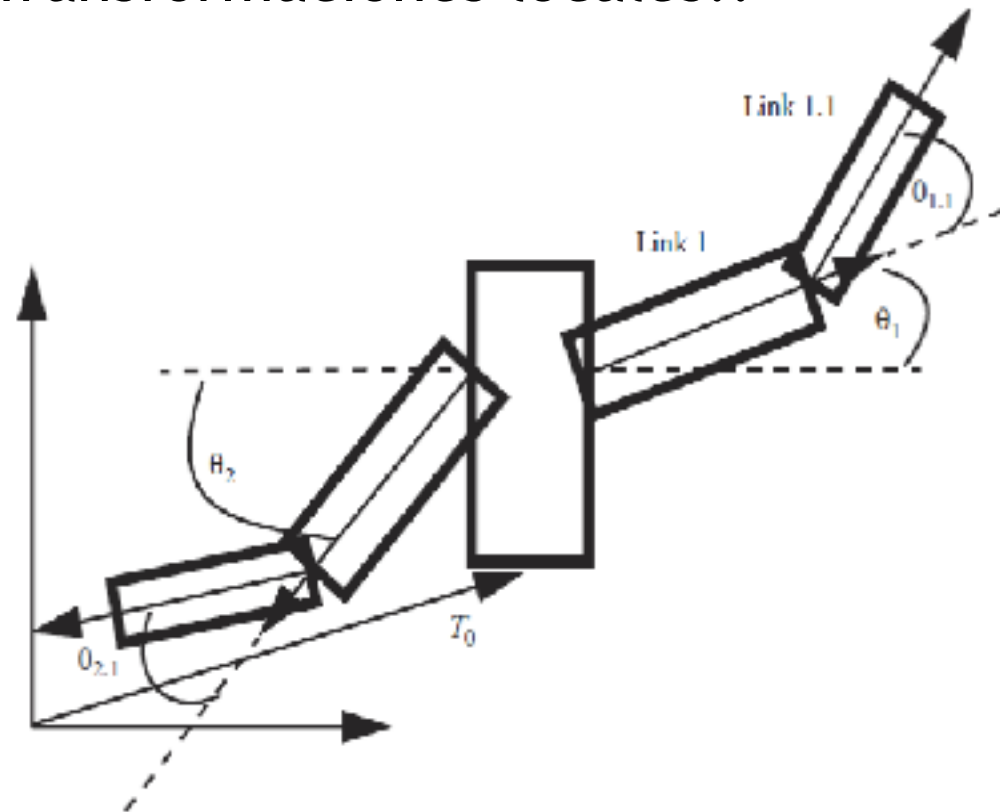
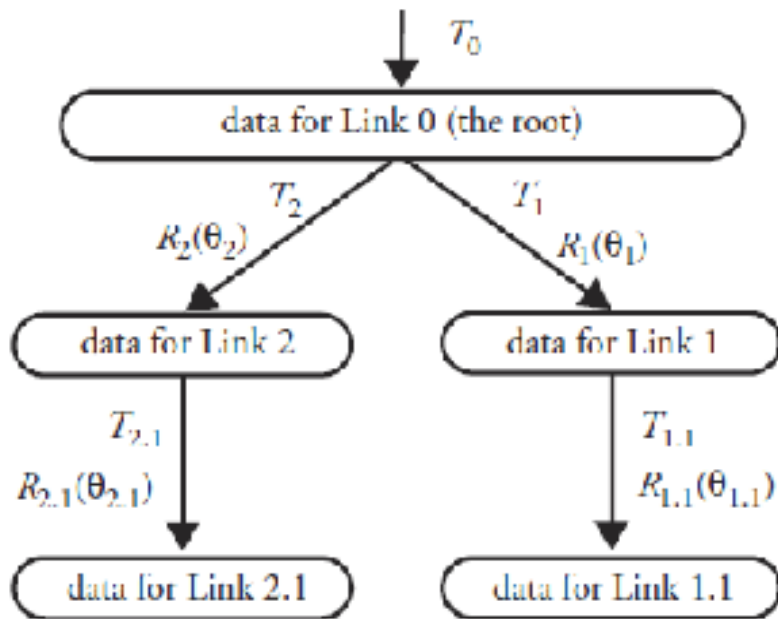


Root object (Link 0) transformed
(translated and scaled) by T_0 to some
known location in global space

Cinemática directa

Estructura de árbol correspondiente a la jerarquía con dos apéndices .

Transformaciones locales!!

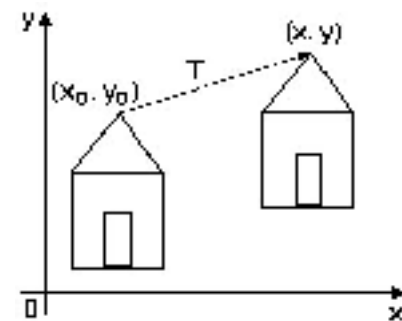


Cinemática directa

Parametrización de las rotaciones con en 2D

Translation

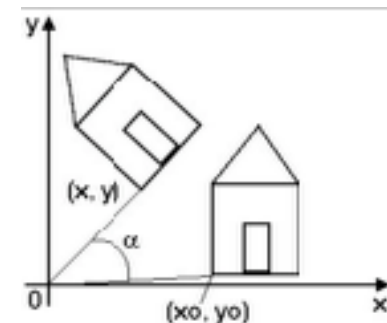
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ 1 \end{bmatrix}$$



matrix de transformación A
en formato homogéneo

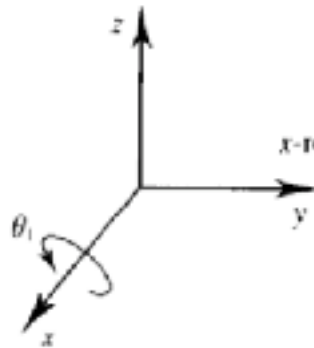
Rotation

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ 1 \end{bmatrix}$$



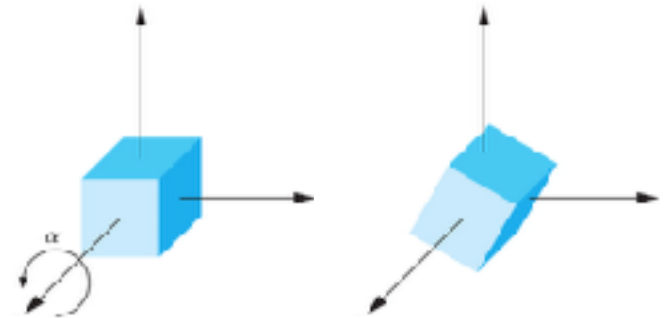
Cinematica directa

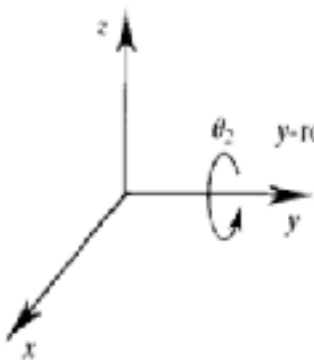
Parametrización de las rotaciones con en 3D Euler Angles



A 3D coordinate system with axes x, y, and z. The x-axis is rotated by an angle θ_1 around the z-axis. A curved arrow indicates the direction of rotation.

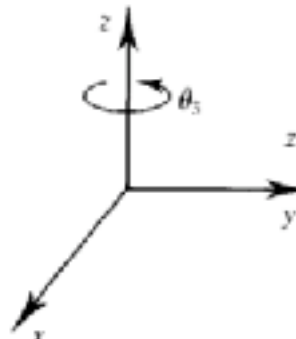
$$x\text{-roll } (\theta_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 & 0 \\ 0 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$





A 3D coordinate system with axes x, y, and z. The y-axis is rotated by an angle θ_2 around the x-axis. A curved arrow indicates the direction of rotation.

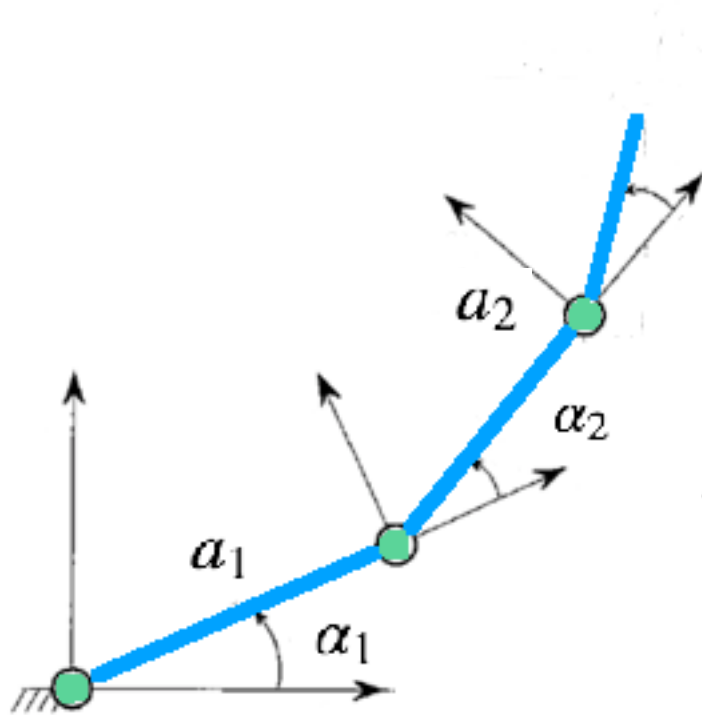
$$y\text{-roll } (\theta_2) = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



A 3D coordinate system with axes x, y, and z. The z-axis is rotated by an angle θ_3 around the y-axis. A curved arrow indicates the direction of rotation.

$$z\text{-roll } (\theta_3) = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Cinemática directa



$$T_n^0 = A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot A_3^2 \cdot \dots \cdot A_n^{n-1}$$

$$A_1^0 = \mathbf{R}_1^0 \cdot \mathbf{T}_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & -\sin(\alpha_1) & 0 \\ \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_1^x \\ 0 & 1 & a_1^y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Notación de Denavit-Hartenberg: permite cinemática directa acumulando transformaciones en una sola matrix de transformación homogénea

MATLAB Demo