Προπτυχιακό Μάθημα: Ρομποτική
Ακαδημαικό έτος: 2023 - 2024
Διδάσκων: Κ.Βλάχος
Ημερομηνία Παράδοσης: 2 Ιουνίου 2024

Μαρκοπούλου Ευτυχία 5281
Χανλαρίδου Δανάη 5386

Άσκηση 1

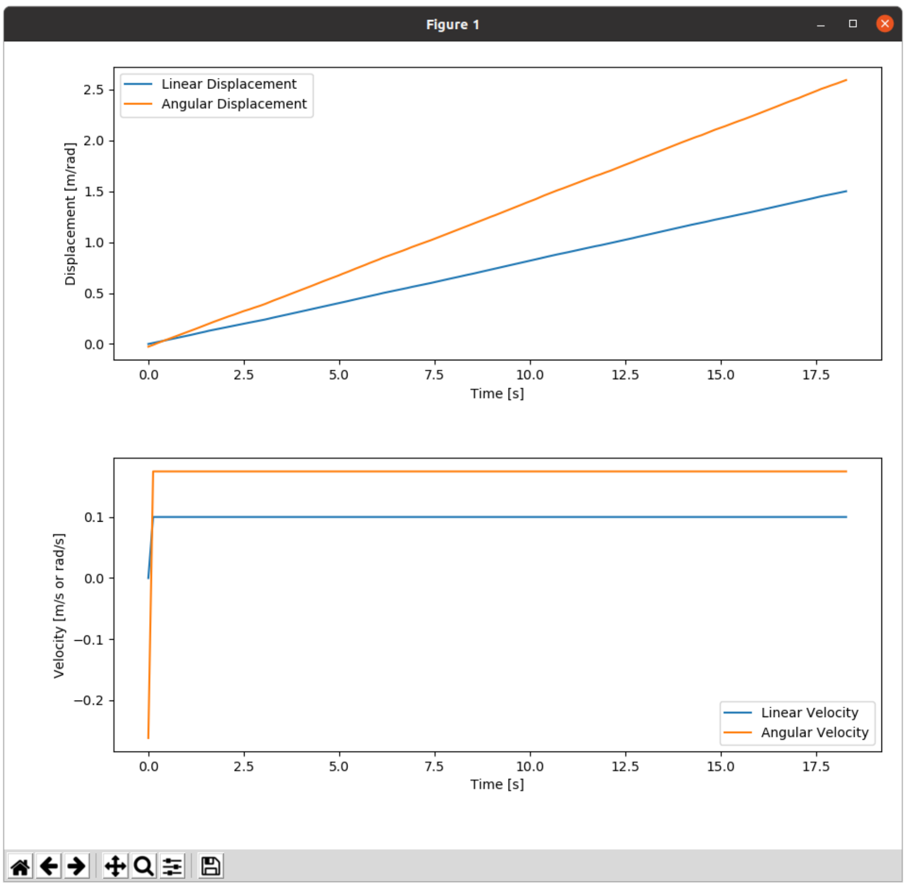
1)

Για $10s$: $u_d = 0m/s$ και $\omega_d = -15°/s$

Για $20s$: $u_d = 0.1m/s$ και $\omega_d = 10°/s$

Το ρομπότ μπορεί να κινηθεί δίνοντας εντολές ταχύτητας στο $/jackal\_velocity\_controller/cmd\_vel$

Η θέση και ο προσανατολισμός παρέχονται στο /οδομετρψ/φιλτερεδ Τα διαγράμματα για την μετατόπιση και την



2)

Αρχική θέση και προσανατολισμός :

$$q_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0m \\ 0m \\ 0rad \end{bmatrix}$$

Τελική θέση και προσανατολισμός :

$$q_f = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ \theta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5m \\ 3m \\ 1.538rad \end{bmatrix}$$

Η μέθοδος που θα χρησιμοποιήσουμε είναι τα κυβικά πολυώνυμα
Ψάχνουμε το t_f έτσι ώστε η ταχύτητα να έχει τη μέγιστη τιμή της
Η τελική θέση βρίσκεται στο $(x_f, y_f) = (5{,}3)$
Έχουμε μηδενικές αρχικές και τελικές ταχύτητες
Έχω 2 σημεία. Αρχικό : $(x_0, y_0) = (0{,}0)$ Τελικό :$(x_f, y_f) = (5{,}3)$ και χρονική διάρκεια t_f.

Το t_f θα πρέπει να έχει τέτοια τιμή ώστε: $u_{max} = 0.2m/s$ και $\omega_{max} = 30°/s$.
Το $t_{\min}$ βρίσκεται όταν το ρομπότ φτάσει την u_{max} και ω_{max}.
Η απόσταση που πρέπει να διανύσει το ρομπότ είναι μια ευθεία απόσταση.Το μήκος της απόστασης είναι :

$$\Delta_s = \sqrt{(5-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{34} \approx 5.83m.$$

Άρα :

$$t_{f\gamma\rho} = \frac{\Delta_s}{u_{\max}} = \frac{5.83}{0.2} \approx 29.15 seconds$$

Θα ορίσουμε τους συντελεστές a_i που περιγράφουν την τροχιά
$a_2 = \frac{3}{29^2}(\theta_f - \theta_0) = \frac{3 \times 1.538}{841} = \frac{4.614}{841} \approx 0.0054$
$a_3 = -\frac{2}{29^3}(\theta_f - \theta_0) = -\frac{2 \times 1.538}{24389} = -\frac{3.076}{24839} \approx -0.00012$

Για να περιγράψουμε την τροχιά του (α) ερωτήματος, δηλαδή την περιστροφή του ρομπότ από τη αρχική θέση (0,0) ώστε να ¨κοιτάξει' τη τελική θέση (5,3) αρκεί να βρούμε τον χρόνο περιστροφής, δεδομένου ότι $\omega_{max} = 30°/s$ περίπου $1,032 rad/s$

$$\theta = arctan\frac{5}{3} = 30.96°$$

Επομένως, ο χρόνος της πρώτης τροχίας (της περιστροφής) είναι:

$$t_{f\gamma\omega\nu} = \frac{\theta}{\omega_{max}} = \frac{30.96}{30} = 1.032\,s$$

Η τροχιά θα περιγράφεται από τις εξίσωσεις:

$$\theta(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3$$

$$\dot{\theta}(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2$$

$$\ddot{\theta}(t) = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 t$$

Έχουμε μηδενικές αρχικές και τελικές συνθήκες, δηλαδή το ρομπότ ξεκινάει απο την ακινησία και σταματάει όταν φτάσει τη τελική θέση του.

Οι συντελεστές α_i δίνονται από τους τύπους:

$$\alpha_0 = \theta_0 = 0$$

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{3(\theta_f - \theta_0)^2}{t_{f\gamma\omega\nu}}$$

$$\alpha_3 = \frac{-2(\theta_f - \theta_0)^3}{t_{f\gamma\omega\nu}}$$

Μετά από αντικατάσταση προκτύπτει ότι:

$$\alpha_2 = 4.332$$

και

$$\alpha_3 = -2.798$$

Άρα, οι εξισωσεις που περιγράφουν την πρώτη τροχιά του ρομπότ είναι:

$$\theta(t) = 4.332t^2 - 2.798t^3$$

$$\dot{\theta}(t) = 8.664t - 8.394t^2$$

$$\ddot{\theta}(t) = 8.664 - 16.788t$$

(β) Γραμμική κίνηση από $(0,0) \rightarrow (5,3)$

Δεδομένα: $x(0) = 0$, $y(0) = 0$, $x_f(t_{f\gamma\rho}) = 5$, $y_f(t_{f\gamma\rho}) = 3$.

Πρέπει να βρω το $t_{f\gamma\rho}$ δηλαδή τον χρόνο που θα κάνει το ρομπότ ώστε να διανύσει αυτήν την απόσταση. Το μήκος της απόστασης είναι:

$$\Delta_s = \sqrt{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)} = \sqrt{34} = 5.83m$$

Επομένως, ο χρόνος θα υπολογίζεται ως:

$$t_{f\gamma\rho} = \frac{\Delta_s}{u_m ax} = \frac{5.83}{0.2} = 29.15s$$

Θα ¨σπάσουμε¨την κίνηση του ρομπότ σε άξονα ξ και άξονα ψ και θα εφαρμόσουμε τη μέθοδο των κυβικών πολυωνύμων σε κάθε άξονα ξεχωριστά.

Άξονας ξ

$$x(t) = \alpha_0 x + \alpha_1 xt + \alpha_2 xt^2 + \alpha_3 xt^3$$

$$\dot{x}(t) = \alpha_{1x} + 2\alpha_{2x}t + 3\alpha_{3x}t^2$$

$$\ddot{x}(t) = 2\alpha_{2x}t + 6\alpha_{3x}t$$

Οι συντελεστές α_i δίνονται από τους τύπους:

$$\alpha_{0x} = 0$$

$$\alpha_{1x} = 0$$

$$\alpha_{2x} = \frac{3(x_f - x_0)}{t_{f\gamma\rho}^2}$$

$$\alpha_{3x} = \frac{-2(x_f - x_0)}{t_{f\gamma\rho}^3}$$

Μετά από αντικατάσταση προκτύπτει ότι:

$$\alpha_{2x} = 0.0178$$

και

$$\alpha_{3x} = -0.00041$$

Άρα, οι εξισωσεις που περιγράφουν την πρώτη τροχιά του ρομπότ στον άξονα x είναι:

$$x(t) = 0.0178t^2 - 0.00041t^3$$

$$\dot{x}(t) = 0.0356t - 0.00123t^2$$

$$\ddot{x}(t) = 0.0356 - 0.00246t$$

Άξονας y

$$y(t) = \alpha_{0y} + \alpha_{1y}t + \alpha_{2y}t^2 + \alpha_{3y}t^3$$

$$\dot{y}(t) = \alpha_{1y} + 2\alpha_{2y}t + 3\alpha_{3y}t^2$$

$$\ddot{y}(t) = 2\alpha_{2y}t + 6\alpha_{3y}t$$

Οι συντελεστές α_i δίνονται από τους τύπους:

$$\alpha_{0y} = y_0 = 0$$

$$\alpha_{1y} = 0$$

$$\alpha_{2y} = \frac{3(y_f - y_0)}{t_{f\gamma\rho}^2}$$

$$\alpha_{3y} = \frac{-2(y_f - y_0)}{t_{f\gamma\rho^3}}$$

Μετά από αντικατάσταση προκτύπτει ότι:

$$\alpha_{2y} = 0.0107$$

και

$$\alpha_{3y} = -0.00024$$

Άρα, οι εξισωσεις που περιγράφουν την πρώτη τροχιά του ρομπότ στον άξονα y είναι:

$$y(t) = 0.0107t^2 - 0.00024t^3$$

$$\dot{y}(t) = 0.0214t - 0.00072t^2$$

$$\ddot{y}(t) = 0.0214 - 0.00144t$$

(γ) Περιστροφή ρομπότ με τελικό προσανατολισμό το $\theta_f = 1.538rad$

Από το ερώτημα (α) έχουμε ότι $\theta_0 = \theta_1 = 0$ και επιπλέον πρέπει να ισχύει ότι: $\dot{\theta}(t_f) = 0$
Η διάρκεια της τρίτης κίνησης είναι:

$$t_f = \frac{\theta}{\omega_{max}} = 1.538/30 = 2.85s$$

Η τροχιά θα περιγράφεται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\theta(t) = \alpha_0 + \alpha_{1t} + \alpha_{2t}^2 + \alpha_{3t}^3$$

$$\dot{\theta}(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2$$

$$\ddot{\theta}(t) = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 t$$

Οι συντελεστές α_i δίνονται από τους τύπους:

$$\alpha_0 = \theta_0 = \theta_1 = 1.534$$

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{3(\theta_f - \theta_1)}{t_f^2}$$

$$\alpha_3 = \frac{-2(\theta_f - \theta_1)}{t_f^3}$$

Μετά από αντικατάσταση προκτύπτει ότι:

$$\alpha_2 = 0.00014$$

και

$$\alpha_3 = -0.00034$$

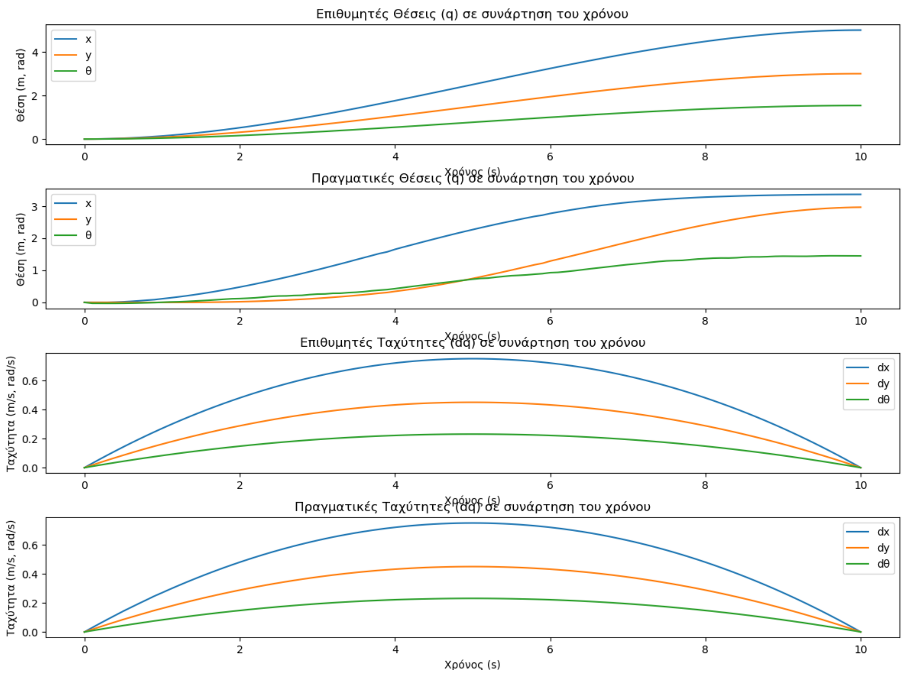
Άρα, οι εξισωσεις που περιγράφουν την πρώτη τροχιά του ρομπότ είναι:

$$\theta(t) = 1.534 + 0.00014t^2 - 0.00034t^3$$

$$\dot{\theta}(t) = 0.00028t - 0.00102t^2$$

$$\dot{\theta}(t) = 0.00028 - 0.00204t$$

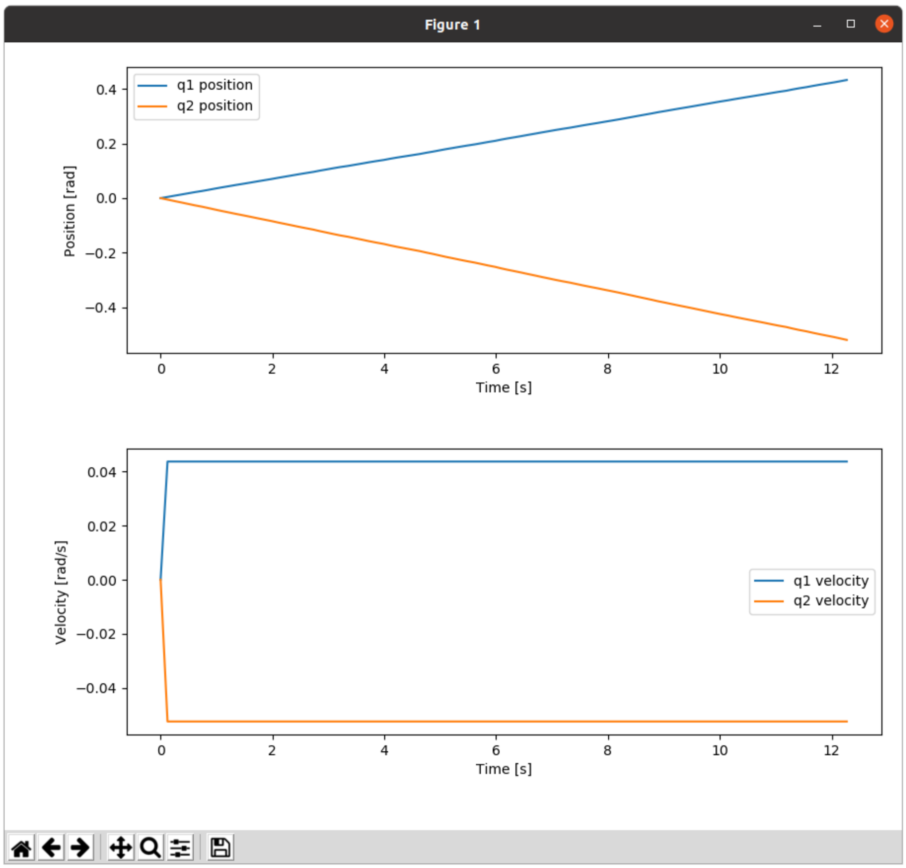
Τα διαγράμματα για τη πραγματική και την επιθυμητή θέση, αλλά και για την επιθυμητή και την πραγματική γωνι
Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα η επιθυμητή γωνιακή ταχύτητα ταυτίζεται με



την πραγματική.
Σχετικά με τη θέση όμως βλεπουμε ότι έχει μια μικρή απόκλιση στον άξονα του ξ

Άσκηση 2

1)
Για $q1$ η αρχική γωνία είναι 0° και η τελική επιθυμητή γωνία θα είναι 25°
Για $q2$ η αρχική γωνία είναι 0° και η τελική επιθυμητή γωνία θα είναι −30°
Ορομποτικός βραχίονας μπορεί να κινηθεί με την εντολή $rostopicpub/rrbot/joint1_{p}osition_{c}ontroller/command$ 0.7”
Τα διαγράμματα για την μετατόπιση και την ταχύτητα του βραχίονα ειναι :



2)
Γραμμικές Συναρτήσεις με Παραβολικά Τμήματα
Δεδομένα: $\theta_{1,0}(0) = 0, \theta_{2,0}(0) = 0, \theta_{1,(t_f)} = 67, \theta_{2,f(t_f)} = -45$
Ο χρόνος της κίνησης t_fείναι ίδιος και για τις δύο αρθρώσεις.
Θα βρούμε ξεχωριστά για τις δύο αρθρώσεις τον χρόνο που κάνει η κάθε μια ώστε να φτάσει στην τελική επιθυμητή γωνία και έπειτα θα πάρουμε το μέγιστο χρόνο ο οποίος θα είναι και ο t_f.
Επομένως, έχουμε:

$$t_f1 = \frac{q1}{\dot{q}_{1max}} = \frac{67}{9} = 7.45s$$

$$t_f2 = \frac{q2}{\dot{q}_{2max}} = \frac{-45}{11} = 4.09s$$

Επομένως,

$$t_f = 7.45s$$

Για την εύρεση του t_b χρησιμοποιούμε τον εμπειρικό κανόνα ¨το t_b είναι ίσο με το 10 % του $\dot{t_f}$και προκύπτει ότι:

$$t_b = 0.745s$$

Από τον παρακάτω τύπο μπορούμε να βρούμε το ϑ' ως εξής:

$$t_b = \frac{t_f}{2} - \frac{\sqrt{\ddot{\theta}^2 t_f^2 - 4\ddot{\theta}(\theta_f - \theta_0)}}{2\ddot{\theta}}$$

Λύνοντας ως προς $\ddot{\theta}$, υπολογίζουμε τα $\ddot{\theta}_1$ και $\ddot{\theta}_2$και με αντικατάσταση προκύπτει ότι:

$$\ddot{\theta}_1 = 13.41°/s$$

$$\ddot{\theta} = -9°/s$$

Έχοντας όλα τα παραπάνω, μπορούμε πλεον να περιγράψουμε τις τροχιες για τις αρθρώσεις έτσι ώστε ταυτόχρονα να ξεκινούν από τις αρχικές γωνίες και να σταματούν σε κάποιες τελικές επιθυμητές γωνίες. Οι εξισώσεις είναι:

Για την άρθρωση 1:

$$\theta_1(t) = \begin{cases} \theta_{1,0} + \frac{1}{2}\ddot{\theta}_{1,0}t^2, & \text{για } 0 \le t \le t_b \\ \theta_{1,0} + \frac{1}{2}\ddot{\theta}_{1,0}t_b^2 + \ddot{\theta}_{1,0}t_b(t - t_b), & \text{για } t_b < t \le t_f - t_b \\ \theta_{1,f} - \frac{1}{2}\ddot{\theta}_{1,0}(t_f - t)^2, & \text{για } t_f - t_b < t \le t_f \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 + \frac{1}{2}13.41t^2 \\ 0 + \frac{1}{2}13.41 \times (0.745)^2 + 13.41 \times 0.745(t - 0.745) \\ 67 - \frac{1}{2}13.41(7.45 - t)^2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 6.705t^2, 0 \le t \le 0.745 \\ 3.721 + 9.99(t - 0.745), 0.745 < t \le 6.705 \\ 67 - 6.705(7.45 - t)^2, 6.705 < t \le 7.45 \end{cases}$$

Για την άρθρωση 2:

$$\theta_2(t) = \begin{cases} \theta_{2,0} + \frac{1}{2}\ddot{\theta}_{2,0}t^2, & \text{για } 0 \le t \le t_b \\ \theta_{2,0} + \frac{1}{2}\ddot{\theta}_{2,0}t_b^2 + \ddot{\theta}_{2,0}t_b(t - t_b), & \text{για } t_b < t \le t_f - t_b \\ \theta_{2,f} - \frac{1}{2}\ddot{\theta}_{2,0}(t_f - t)^2), & \text{για } t_f - t_b < t \le t_f \end{cases}$$

$$
= \begin{cases} 0 + \frac{1}{2}(-9)t^2 \\ 0 + \frac{1}{2}(-9) \times 0.745^2 + (-9) \times 0.745(t - 0.745) \\ 67 - \frac{1}{2}(-9)(7.45 - t)^2 \end{cases}
$$

$$
= \begin{cases} -4.5t^2, 0 \leq t \leq 0.745 \\ 2.45 - 6.705(t - 0.745), 0.745 < t \leq 6.705 \\ -45 + 4.5(7.45 - t)^2, 6.705 < t \leq 7.45 \end{cases}
$$

Τα διαγράμματα για την μετατόπιση και την ταχύτητα του βραχίονα με τα δεδομένα που βρήκαμε ειναι :