МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕЛЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА» (БГТУ им. В.Г. Шухова)



ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Лабораторная работа №4.1

по дисциплине: Дискретная математика тема: «Графы»

Выполнил: ст. группы ПВ-221 Лоёк Никита Викторович

Проверили: Бондаренко Татьяна Владимировна Рязанов Юрий Дмитриевич

Лабораторнаяработа№ 4.1

Цель работы: изучить основные понятия теории графов, способы задания графов, научиться программно реализовывать алгоритмы получения и анализа маршрутов в графах.

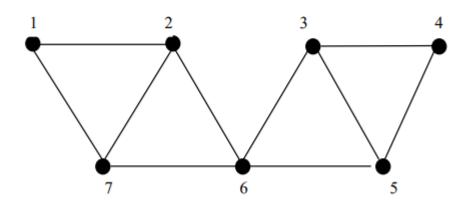
Вариант 12

Вариант 12

а) матрица смежности графа G_1

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \end{pmatrix}$$

диаграмма графа G_2



- б) последовательности вершин
 - 1. (7, 6, 2, 1)
 - 2. (2, 6, 5, 3, 6, 2, 1)
 - 3. (6, 7, 1, 2, 6)
 - 4. (7, 1, 5, 2, 1, 6, 7)
 - $5. \quad (3, 6, 2, 7, 6, 2, 1)$

Задания

1. Представить графы G_1 и G_2 (см. "Варианты заданий", п.а) матрицей смежности, матрицей инцидентности, диаграммой.

Граф G₁:

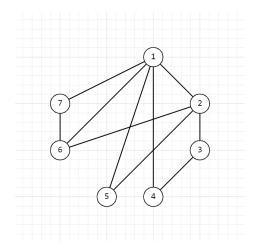
Матрица смежности:

G1	v1	v2	v3	v4	v5	v6	v7
v1	0	1	0	1	1	1	1
v2	1	0	1	0	1	1	0
v3	0	1	0	1	0	0	0
v4	1	0	1	0	0	0	0
v5	1	1	0	0	0	0	0
v6	1	1	0	0	0	0	1
v7	1	0	0	0	0	1	0

Матрица инцидентности:

v1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
v2	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0
v3	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
v4	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
v5	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
v6	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
v7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1

Диаграмма:



Граф G₂:

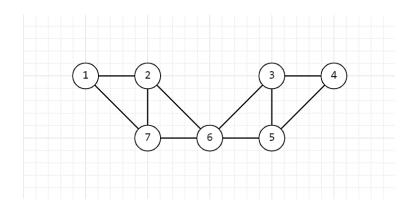
Матрица смежности:

G2	v1	v2	v3	v4	v5	v6	v7
v1	0	1	0	0	0	0	1
v2	1	0	0	0	0	1	1
v3	0	0	0	1	1	1	0
v4	0	0	1	0	1	0	0
v5	0	0	1	1	0	1	0
v6	0	1	1	0	1	0	1
v7	1	1	0	0	0	1	0

Матрица инцидентности:

v1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
v2	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
v3	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
v4	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
v5	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
v6	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
v7	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0

Диаграмма:



- 2. Определить, являются ли последовательности вершин (см. "Варианты заданий", п.б) маршрутом, цепью, простой цепью, циклом, простым циклом в графах G1 и G2 (см. "Варианты заданий", п.а).
 - 6) последовательности вершин

 - (7, 6, 2, 1) (2, 6, 5, 3, 6, 2, 1) (6, 7, 1, 2, 6) (7, 1, 5, 2, 1, 6, 7) (3, 6, 2, 7, 6, 2, 1)
 - 1. 2. 3.
 - 4. 5.

Последовательность:	Графы:		
(7, 6, 2, 1)	G1:	G2:	
Маршрут:	+	+	
Цепь:	+	+	
Простая цепь:	+	+	
Цикл:	1	ı	
Простой цикл:	-	-	

Последовательность:	Графы:		
(2, 6, 5, 3, 6, 2, 1)	G1:	G2:	
Маршрут:	1	+	
Цепь:	ı	ı	
Простая цепь:	1	ı	
Цикл:	1	ı	
Простой цикл:	-	-	

Последовательность:	Графы:		
(6, 7, 1, 2, 6)	G1:	G2:	
Маршрут:	+	+	
Цепь:	+	+	
Простая цепь:	1	ı	
Цикл:	+	+	
Простой цикл:	+	+	

Последовательность:	Графы:		
(7, 1, 5, 2, 1, 6, 7)	G1:	G2:	
Маршрут:	+	ı	
Цепь:	+	ı	
Простая цепь:	ı	ı	
Цикл:	+	-	
Простой цикл:	ı	ı	

Последовательность:	Гра	фы:
(3, 6, 2, 7, 6, 2, 1)	G1:	G2:
Маршрут:	1	+
Цепь:	1	ı
Простая цепь:	1	ı
Цикл:	1	ı
Простой цикл:	-	-

3. Написать программу, определяющую, является ли заданная последовательность вершин (см. "Варианты заданий", п.б) маршрутом, цепью, простой цепью, циклом, простым циклом в графах G1 и G2 (см. "Варианты заданий", п.а).

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
void matrixOutput(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {</pre>
       for (int j = 0; j < matrix.size(); j++) {
    cout << matrix[i][j] << ' ';</pre>
        cout << endl;</pre>
    cout << endl;
void matrixInput(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix.size(); j++) {
            int buf;
            scanf("%d", &buf);
            matrix[i][j] = buf;
bool IsRout(vector<vector<bool>> &matrix, vector<int> &rout) {
    for (int i = 0; i < rout.size() - 1; i++) {
        if (!matrix[rout[i] - 1][rout[i + 1] - 1]) {
            return false;
    return true;
bool IsChain(vector<vector<bool>> &matrix, vector<int> &rout) {
    vector<vector<int>> chain;
    bool isNotChain = false;
    for (int i = 0; i < rout.size() - 1; i++) {
        isNotChain = false;
        for (int j = 0; j < chain.size(); j++) {
            if (chain[j][0] == rout[i] && chain[j][1] == rout[i + 1] ||
                chain[j][1] == rout[i] && chain[j][0] == rout[i + 1]) {
                isNotChain = true;
        if (!matrix[rout[i] - 1][rout[i + 1] - 1] || isNotChain) {
            return false;
        vector<int> buf = {rout[i], rout[i + 1]};
        chain.push back(buf);
    return !isNotChain;
bool IsPrimeChain(vector<vector<bool>> &matrix, vector<int> &rout) {
    if (!IsRout(matrix, rout)) {
        return false;
    for (int i = 0; i < rout.size() - 1; i++) {
        for (int j = i + 1; j < rout.size(); j++) {
```

```
if (rout[i] == rout[j]) {
                  return false;
    return true;
bool IsCycle(vector<vector<bool>> &matrix, vector<int> &rout) {
    if (rout[0] != rout[rout.size() - 1]) {
        return false;
    if (!IsChain(matrix, rout)) {
         return false;
    return true;
bool IsPrimeCycle(vector<vector<bool>> &matrix, vector<int> &rout) {
    if (rout[0] != rout[rout.size() - 1]) {
         return false;
    for (int i = 0; i < rout.size() - 1; i++) {
         for (int j = i + 1; j < rout.size(); j++) {
             if (i == 0 && j == rout.size() - 1) {
                  continue;
              } else if (rout[i] == rout[j]) {
                  return false;
    return true;
void outputVector(vector<int> &v) {
    for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
  cout << v[i] << " ";</pre>
    cout << endl;</pre>
void outputSequenceProperty(vector<vector<bool>> &matrix, vector<int> &sequence) {
    cout << "For ";
    outputVector(sequence);
    cout << "IsRout: " << IsRout(matrix, sequence) << endl;</pre>
    cout << "IsChain: " << IsChain(matrix, sequence) << endl;</pre>
    cout << "IsPrimeChain: " << IsPrimeChain(matrix, sequence) << endl;</pre>
    cout << "IsCycle: " << IsCycle(matrix, sequence) << endl;
cout << "IsPrimeCycle: " << IsPrimeCycle(matrix, sequence) << endl << endl;</pre>
int main() {
    vector<vector<bool>> matrix(7, vector<bool>(7, false));
    matrixInput(matrix);
    vector<int> rout_1 = {7, 6, 2, 1};
    vector<int> rout_2 = {2, 6, 5, 3, 6, 2, 1};
    vector<int> rout_3 = {6, 7, 1, 2, 6};
vector<int> rout_4 = {7, 1, 5, 2, 1, 6, 7};
vector<int> rout_5 = {3, 6, 2, 7, 6, 2, 1};
    outputSequenceProperty(matrix, rout 1);
    outputSequenceProperty(matrix, rout_2);
    outputSequenceProperty(matrix, rout_3);
    outputSequenceProperty(matrix, rout_4);
    outputSequenceProperty(matrix, rout 5);
    return 0;
```

4. Написать программу, получающую все маршруты заданной длины, выходящие из заданной вершины. Использовать программу для получения всех маршрутов заданной длины в графах G1 и G2 (см. "Варианты заданий", п.а).

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
void matrixInput(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {</pre>
        for (int j = 0; j < matrix.size(); j++) {</pre>
            int buf;
            scanf("%d", &buf);
            matrix[i][j] = buf;
    }
void outputVector(vector<int> &v) {
   for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
   cout << v[i] << " ";</pre>
    cout << endl;</pre>
void outputVertex(vector<vector<int>> &v) {
   for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
        outputVector(v[i]);
void GetRoutes (vector<vector<bool>> &matrix, int maxLen, vector<int>> G, vector<vector<int>>
&res) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {</pre>
        if (matrix[i][G[G.size() - 1] - 1]) {
            G.push_back(i + 1);
if (G.size() - 1 == maxLen) {
                res.push back(G);
             } else {
                 GetRoutes (matrix, maxLen, G, res);
            G.pop back();
    }
vector<vector<int>> GetRoutes(vector<vector<bool>> &matrix, int v, int maxLen) {
    vector<vector<int>> routs = {};
    GetRoutes (matrix, maxLen, vector<int>(1, v), routs);
    return routs;
vector<vector<int>> GetAllRoutes(vector<vector<bool>> &matrix, int maxLen) {
    vector<vector<int>> res = {};
    for (int i = 1; i <= matrix.size(); i++) {</pre>
        vector<vector<int>>> buf = GetRoutes(matrix, i, maxLen);
        res.insert(res.end(), buf.begin(), buf.end());
    return res;
int main() {
    vector<vector<bool>> matrix(7, vector<bool>(7, false));
```

```
matrixInput(matrix);

vector<vector<int>> v = GetRoutes(matrix, 1, 2);
outputVertex(v);

return 0;
```

Process finished with exit code 0

```
G1:
                                            G2:
                                 0 1
                                         0
                                             0
                                                0
                                                    0
                                                        1
0 1 0 1 1 1 1
1 0 1 0 1 1 0
                                 1
                                     0
                                         0
                                             0
                                                0
                                                    1
                                                       1
0 1 0 1 0 0 0
                                 0
                                     0
                                         0
                                             1
                                                1
                                                    1
                                                      0
1 0 1 0 0 0 0
1 1 0 0 0 0 0
                                 0
                                    0
                                         1
                                            0
                                               1
                                                    0
                                                      0
1 1
1 0
    0 0 0 0 1
0 0 0 1 0
                                 0
                                     0
                                         1
                                            1 0
                                                    1 0
1 2 1
                                 0
                                    1
                                        1
                                                  0 1
                                           0 1
1 2 3
                                       0 0 0 1 0
                                 1 1
1 2 5
1 2 6
                                 1 2 1
1 4 1
                                 1 2 6
1 4 3
1 5 1
                                 1 2 7
1 5 2
                                 1 7 1
1 6 1
1 6 2
                                 1 7 2
1 6 7
                                 1 7 6
1 7 1
1 7 6
```

Process finished with exit code 0

5. Написать программу, определяющую количество маршрутов заданной длины между каждой парой вершин графа. Использовать программу для определения количества маршрутов заданной длины между каждой парой вершин в графах G1 и G2 (см. "Варианты заданий", п.а).

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
void matrixInput(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {</pre>
        for (int j = 0; j < matrix.size(); j++) {</pre>
           int buf;
            scanf("%d", &buf);
            matrix[i][j] = buf;
void outputSumRoutes(vector<vector<int>> &v) {
    for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < v[i].size(); j++) {
            if (v[i].size() == 1) {
                cout << ": " << v[i][j] << endl;
            } else {
                cout << v[i][j] << " ";
int GetSumRoutes (vector<vector<bool>> &matrix, int maxLen, vector<int> G, int vEnd) {
    int sumRoutes = 0;
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {</pre>
        if (matrix[i][G[G.size() - 1] - 1]) {
            G.push back(i + 1);
            if (G.size() - 1 == maxLen && vEnd == i + 1) {
                return 1;
            } else if (G.size() - 1 != maxLen) {
                sumRoutes += GetSumRoutes (matrix, maxLen, G, vEnd);
            G.pop_back();
    return sumRoutes:
int GetSumRoutes(vector<vector<bool>> &matrix, int v, int maxLen, int vEnd) {
    int sumRoutes = GetSumRoutes(matrix, maxLen, vector<int>(1, v), vEnd);
    return sumRoutes;
vector<vector<int>> GetAllSumRoutes(vector<vector<bool>> &matrix, int maxLen) {
    vector<vector<int>> res = {};
    for (int i = 1; i <= matrix.size(); i++) {</pre>
        for (int j = 1; j \le matrix.size(); j++) {
            int buf = GetSumRoutes(matrix, i, maxLen, j);
            res.push back(vector<int>{i, j});
            res.push back(vector<int>{buf});
    return res;
```

```
int main() {
    vector<vector<bool>> matrix(7, vector<bool>(7, false));
matrixInput(matrix);
    cout << "5 -> 1 : " << GetSumRoutes(matrix, 5, 3, 1) << endl;</pre>
    return 0;
```

			G1:				G2:
0	1	0	1	1	1	1	0 1 0 0 0 0 1
1	0	1		1	1	0	1 0 0 0 0 1 1
0	1	0		0	0	0	0 0 0 1 1 1 0
1	0	1	0	0	0	0	0 0 1 0 1 0 0
1	1	0	0	0	0	0	0 0 1 1 0 1 0
1	1	0	0	0	0	1	0 1 1 0 1 0 1
1	0	0	0	0	1	0	1 1 0 0 0 1 0
5	-> 1	: 7					5 -> 1 : 2

Process finished with exit code 0 Process finished with exit code 0

6. Написать программу, определяющую все маршруты заданной длины между заданной парой вершин графа. Использовать программу для определения всех маршрутов заданной длины между заданной парой вершин в графах G1 и G2 (см. "Варианты заданий", п.а).

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
void matrixInput(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {</pre>
        for (int j = 0; j < matrix.size(); j++) {</pre>
            int buf;
            scanf("%d", &buf);
            matrix[i][j] = buf;
void outputVector(vector<int> &v) {
    for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
  cout << v[i] << " ";</pre>
    cout << endl;</pre>
void outputVertex(vector<vector<int>> &v) {
   for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
       outputVector(v[i]);
void GetPairRoutes_(vector<vector<bool>> &matrix, int maxLen, vector<int> G, int vEnd,
vector<vector<int>> &res) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {</pre>
        if (matrix[i][G[G.size() - 1] - 1]) {
            G.push back(i + 1);
            if (G.size() - 1 == maxLen && vEnd == (i + 1)) {
                res.push back(G);
             } else if (\overline{G.size}() - 1 != maxLen) {
                GetPairRoutes_(matrix, maxLen, G, vEnd, res);
            G.pop back();
    }
vector<vector<int>> GetPairRoutes(vector<beol>> &matrix, int v, int maxLen, int vEnd) {
   vector<vector<int>> routs = {};
    GetPairRoutes (matrix, maxLen, vector<int>(1, v), vEnd, routs);
    return routs;
vector<vector<int>> GetAllPairRoutes(vector<vector<bool>> &matrix, int maxLen) {
    vector<vector<int>> res = {};
    for (int i = 1; i <= matrix.size(); i++) {</pre>
        for (int j = 1; j <= matrix.size(); j++) {</pre>
            vector<vector<int>>> buf = GetPairRoutes(matrix, i, maxLen, j);
            res.insert(res.end(), buf.begin(), buf.end());
```

```
return res;
}

int main() {
    vector<vector<bool>> matrix(7, vector<bool>(7, false));
    matrixInput(matrix);

    vector<vector<int>> vertexArray = GetPairRoutes(matrix, 5, 3, 1);
    outputVertex(vertexArray);

    return 0;
}
```

```
G1:
                                           G2:
    0 1 1 1 1
0 1
                                0
                                    1
                                        0
                                                    0
                                                        1
                                            0
                                                0
1
  0
     1
        0
          1
             1
                0
                                1
                                    0
                                        0
                                            0
                                                0
                                                    1
                                                        1
0 1
     0 1 0 0
                0
1 0 1 0 0 0 0
                                0
                                    0
                                        0
                                            1
                                                1
                                                    1
                                                        0
1
    0 0 0 0
 1
                                0
                                    0
                                        1
                                            0
                                                1
                                                    0
                                                        0
1
  1
    0
       0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0
                                0
                                        1
                                                    1
                                            1
                                                0
                                                        0
5 1 2 1
                                0
                                    1
                                        1
                                            0
                                                1
                                                    0
                                                        1
5 1 4 1
                                1
                                    1
                                        0
                                            0
                                              0
                                                    1
                                                        0
5 1 5 1
5 1 6 1
                                5 6 2 1
5 1 7 1
                                5 6 7 1
5 2 5 1
5 2 6 1
```

Process finished with exit code 0

Process finished with exit code 0

7. Написать программу, получающую все простые максимальные цепи, выходящие из заданной вершины графа. Использовать программу для получения всех простые максимальных цепей, выходящих из заданной вершины в графах G1 и G2 (см. "Варианты заданий", п.а).

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
void matrixInput(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {</pre>
        for (int j = 0; j < matrix.size(); j++) {</pre>
            int buf;
            scanf("%d", &buf);
            matrix[i][j] = buf;
void outputVector(vector<int> &v) {
   for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
   cout << v[i] << " ";</pre>
    cout << endl;</pre>
void outputVertex(vector<vector<int>> &v) {
   for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
        outputVector(v[i]);
void GetMaxChains (vector<vector<bool>> &matrix, vector<int> G, vector<vector<int>> &res) {
    bool areNoWaysToAnyPoint = true;
    for (int i = 0; i < matrix.size() && G.size() <= matrix.size(); i++) {
        if (matrix[i][G[G.size() - 1] - 1]) {
            bool isNoPointInG = true;
            for (int j = 0; j < G.size() && isNoPointInG; j++) {</pre>
                if (G[j] == (i + 1)) {
                    isNoPointInG = false;
            areNoWaysToAnyPoint = areNoWaysToAnyPoint && !isNoPointInG;
            if (isNoPointInG)
                G.push back(i + 1);
                GetMaxChains_(matrix, G, res);
                G.pop_back();
    if (areNoWaysToAnyPoint) {
        res.push_back(G);
vector<vector<int>> GetMaxChains(vector<vector<bool>> &matrix, int v) {
   vector<vector<int>> res = {};
    GetMaxChains (matrix, vector<int>(1, v), res);
    return res;
```

```
vector<vector<int>> GetAllMaxChains(vector<vector<bool>> &matrix) {
    vector<vector<int>> res = {};

    for (int i = 1; i <= matrix.size(); i++) {
        vector<vector<int>> buf = GetMaxChains(matrix, i);
        res.insert(res.end(), buf.begin(), buf.end());
    }

    return res;
}

int main() {
    vector<vector<bool>> matrix(7, vector<bool>(7, false));
    matrixInput(matrix);

    vector<vector<int>> vertexArray = GetMaxChains(matrix, 1);
    outputVertex(vertexArray);

    return 0;
}
```

```
G2:
         G1:
                                            0 1 0 0 0 0 1
                                            1 0 0 0 0 1 1
                                            0 0
                                                 0 1 1 1
0 1 0 1 0 0 0
                                            0
                                              0
                                                 1
                                                    0
                                                      1
                                                         0
1 0 1 0 0 0 0
                                            0
                                               0
                                                 1
                                                    1
                                                         1
                                            0
                                               1
                                                 1
                                                    0
                                                      1
1 1 0 0 0 0 0
                                            1 1 0 0 0 1 0
1 1 0 0 0 0 1
                                            1 2 6 3 4 5
1 0 0 0 0 1 0
                                            1 2 6 3 5 4
                                            1 2 6 5 3 4
1 2 3 4
                                            1 2 6 5 4 3
1 2 5
                                            1 2 6 7
1 2 6 7
                                            1 2 7 6 3 4 5
1 4 3 2 5
                                            1 2 7 6 3 5 4
                                            1 2 7 6 5 3 4
1 4 3 2 6 7
                                            1 2 7 6 5 4 3
1 5 2 3 4
                                            1726345
1 5 2 6 7
                                            1726354
                                            1726534
1 6 2 3 4
                                            1726543
1 6 2 5
                                            1 7 6 2
1 6 7
                                            176345
                                            176354
1 7 6 2 3 4
                                            176534
1 7 6 2 5
                                            176543
                                           Process finished with exit code 0
Process finished with exit code 0
```

Вывод

Вывод: в ходе работы я изучил основные понятия теории графов, способы задания графов, научился программно реализовывать алгоритмы получения и анализа маршрутов в графах.