

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»  
(БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и  
автоматизированных систем

**Лабораторная работа №3.1**  
по дисциплине: Дискретная математика  
тема: «Отношения и их свойства»

Выполнил: ст. группы ПВ-221  
Лоёк Никита Викторович

Проверили:  
Бондаренко Татьяна Владимировна  
Рязанов Юрий Дмитриевич

Белгород 2023 г.

## Лабораторная работа № 3.1

**Цель работы:** изучить способы задания отношений, операции над отношениями и свойства отношений, научиться программно реализовывать операции и определять свойства отношений.

### Вариант 12

$$а) A = \{(x,y) \mid x \in N \text{ и } y \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } x + y \text{ кратно } x\}$$

$$B = \{(x,y) \mid x \in N \text{ и } y \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } (x,y) \in \{2,4,6,8\} \times \{1,7,9\}\}$$

$$(x,y) \in \{2,4,6,8\} \times \{1,7,9\}\}$$

$$C = \{(x,y) \mid x \in N \text{ и } y \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } x \nmid y \text{ — чётно и } x \cdot y < 20\}$$

$$б) D = A \circ B \circ C - A^{-1} \Delta C$$

### Задания

#### Часть 1. Операции над отношениями

1.1. Представить отношения (см. Варианты заданий II, п.а) графиком, графом и матрицей.

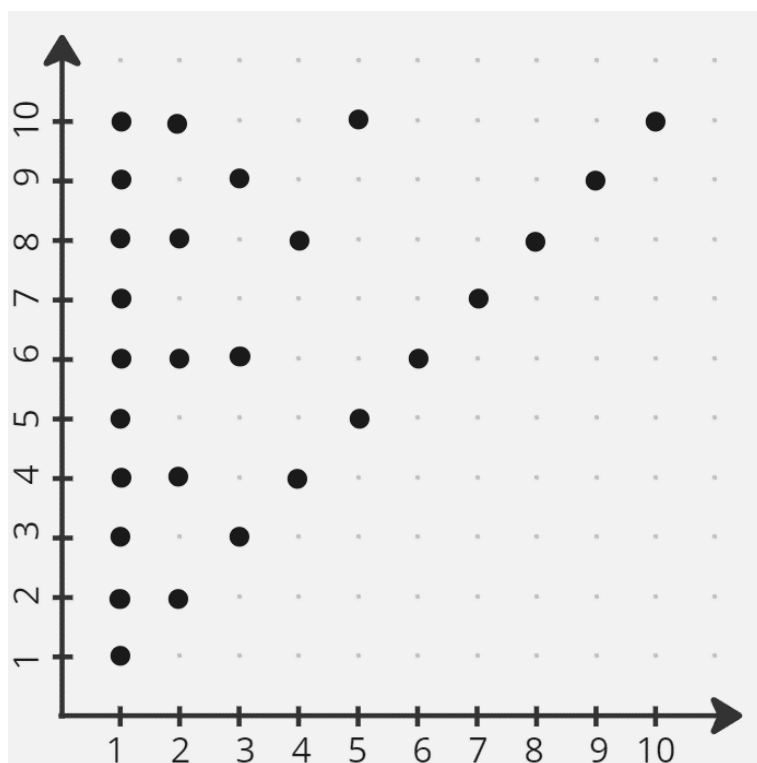
$$а) A = \{(x,y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } x + y \text{ кратно } x\}$$

$$B = \{(x,y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } (x,y) \in \{2,4,6,8\} \times \{1,7,9\}\}$$

$$C = \{(x,y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } x + y \text{ чётно и } x \cdot y < 20\}$$

Отношение  $A = \{(x,y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } x + y \text{ кратно } x\}$ :

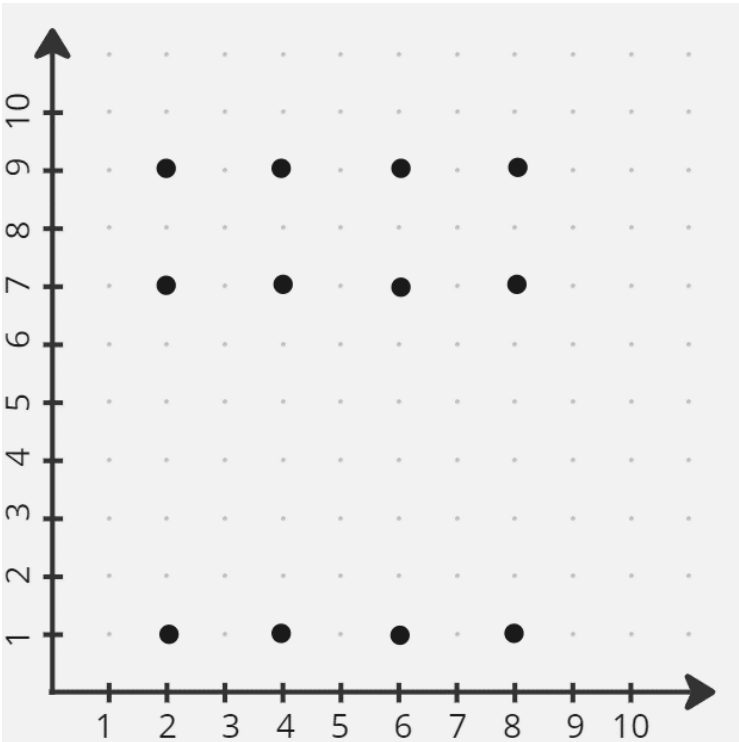
График:



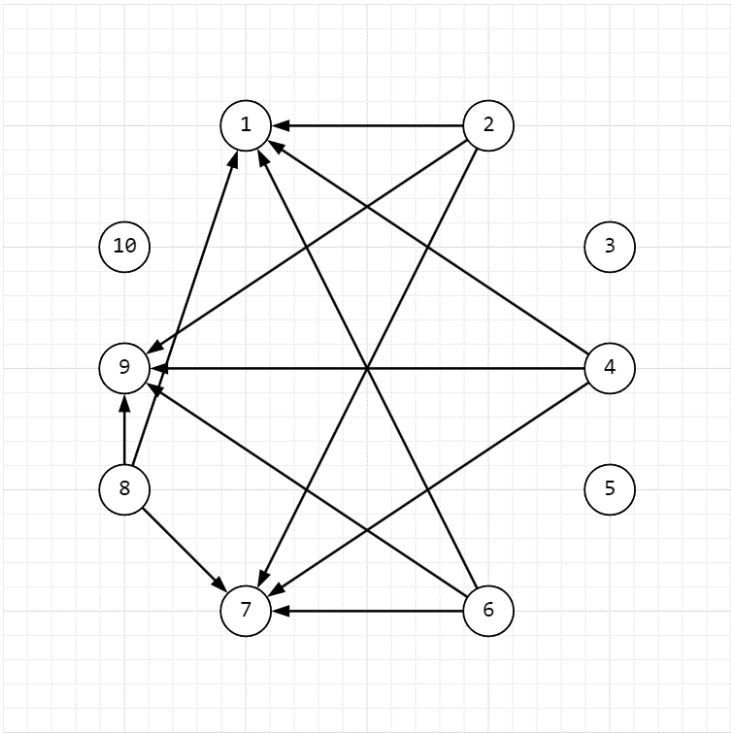


Отношение  $B = \{(x, y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } (x, y) \in \{2, 4, 6, 8\} \times \{1, 7, 9\}\}$ :

График:



Граф:

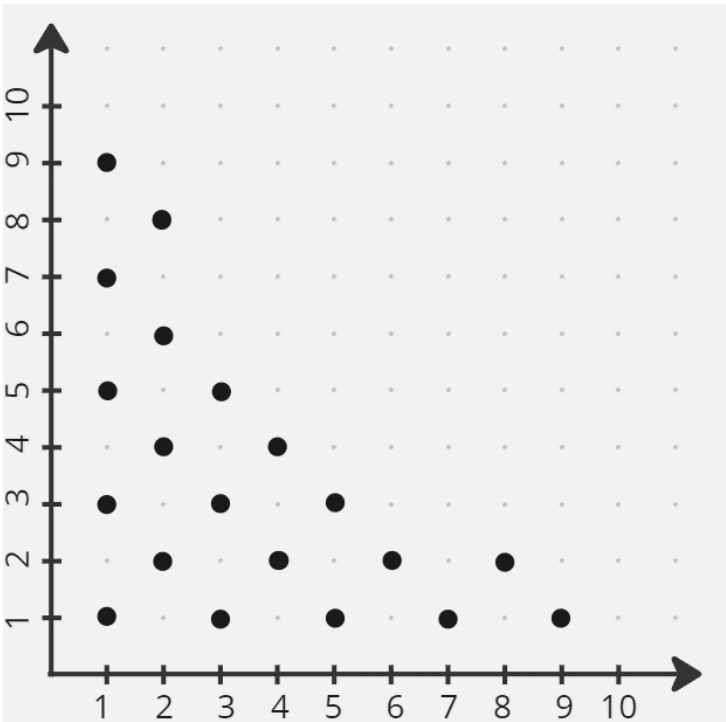


Матрица:

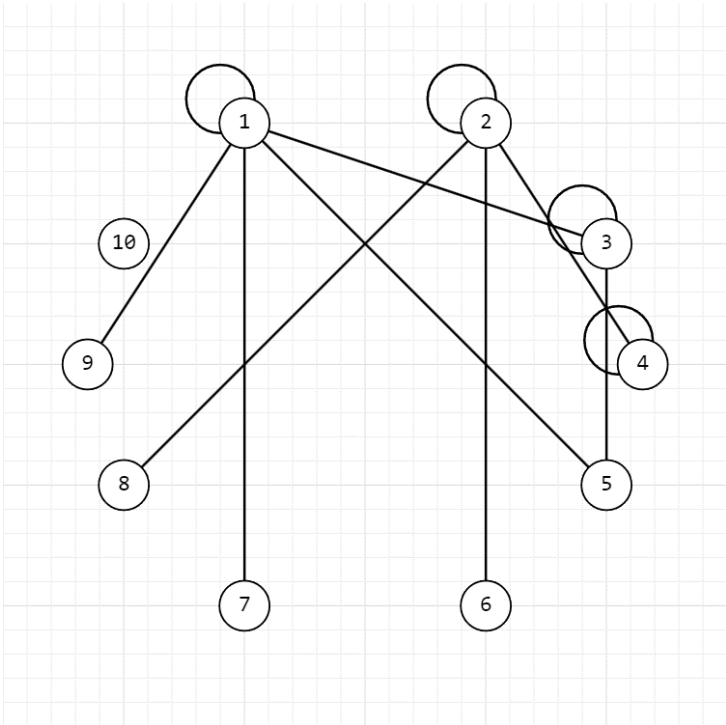


Отношение  $C = \{(x, y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } x + y \text{ чётно и } x \cdot y < 20\}$ :

График:



Граф:



Матрица:



1.2. Вычислить значение выражения (см. "Варианты заданий", п.б) при заданных отношениях (см. "Варианты заданий", п.а).

$$6) D = A \circ B \circ C - A^{-1} \Delta C$$

Решим по действиям:

$$D = A \overset{2}{\circ} \overset{3}{B} \overset{4}{\circ} \overset{1}{A^{-1}} \overset{5}{\Delta} C$$

$A = \{(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (1,7) (1,8) (1,9) (1,10) (2,2) (2,4) (2,6) (2,8) (2,10) (3,3) (3,6) (3,9) (4,4) (4,8) (5,5) (5,10) (6,6) (7,7) (8,8) (9,9) (10,10)\}$

$B = \{(2,1) (2,7) (2,9) (4,1) (4,7) (4,9) (6,1) (6,7) (6,9) (8,1) (8,7) (8,9)\}$

$C = \{(1,1) (1,3) (1,5) (1,7) (1,9) (2,2) (2,4) (2,6) (2,8) (3,1) (3,3) (3,5) (4,2) (4,4) (5,1) (5,3) (6,2) (7,1) (8,2) (9,1)\}$

1)  $A^{-1} = \{(1,1) (2,1) (3,1) (4,1) (5,1) (6,1) (7,1) (8,1) (9,1) (10,1) (2,2) (4,2) (6,2) (8,2) (10,2) (3,3) (6,3) (9,3) (4,4) (8,4) (5,5) (10,5) (6,6) (7,7) (8,8) (9,9) (10,10)\}$

2)  $A \circ B = \{(1,1) (1,7) (1,9) (2,1) (2,7) (2,9) (3,1) (3,7) (3,9) (4,1) (4,7) (4,9) (6,1) (6,7) (6,9) (8,1) (8,7) (8,9)\}$

3)  $(2) \circ C = \{(1,1) (1,3) (1,5) (1,7) (1,9) (2,1) (2,3) (2,5) (2,7) (2,9) (3,1) (3,3) (3,5) (3,7) (3,9) (4,1) (4,3) (4,5) (4,7) (4,9) (6,1) (6,3) (6,5) (6,7) (6,9) (8,1) (8,3) (8,5) (8,7) (8,9)\}$

4)  $(3) - (1) = \{(1,3) (1,5) (1,7) (1,9) (2,3) (2,5) (2,7) (2,9) (3,5) (3,7) (3,9) (4,3) (4,5) (4,7) (4,9) (6,5) (6,7) (6,9) (8,3) (8,5) (8,7) (8,9)\}$

5)  $(4) \Delta C = \{(1,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (2,7) (2,8) (2,9) (3,1) (3,3) (3,7) (3,9) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,7) (4,9) (5,1) (5,2) (6,2) (6,5) (6,7) (6,9) (7,1) (8,2) (8,3) (8,5) (8,7) (8,9) (9,1)\}$



1.3. Написать программы, формирующие матрицы заданных отношений (см. "Варианты заданий", п.а).

- a)  $A = \{(x, y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } x + y \text{ кратно } x\}$   
 $B = \{(x, y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } (x, y) \in \{2, 4, 6, 8\} \times \{1, 7, 9\}\}$   
 $C = \{(x, y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } x + y \text{ чётно и } x \cdot y < 20\}$

```
#include <iostream>
#include <vector>

using namespace std;

void outputMatrix(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            cout << matrix[i][j] << ' ';
        }
        cout << endl;
    }
    cout << endl;
}

void MatrixA(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            int x = i + 1;
            int y = j + 1;
            if ((x + y) % x == 0) {
                matrix[i][j] = true;
            } else {
                matrix[i][j] = false;
            }
        }
    }
    cout << "Matrix A:" << endl;
    outputMatrix(matrix);
}

void MatrixB(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            int x = i + 1;
            int y = j + 1;
            if ((x == 2 || x == 4 || x == 6 || x == 8) &&
                (y == 1 || y == 7 || y == 9)) {
                matrix[i][j] = true;
            } else {
                matrix[i][j] = false;
            }
        }
    }
    cout << "Matrix B:" << endl;
    outputMatrix(matrix);
}
```

```

void MatrixC(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            int x = i + 1;
            int y = j + 1;
            if ((x + y) % 2 == 0 && x * y < 20) {
                matrix[i][j] = true;
            } else {
                matrix[i][j] = false;
            }
        }
    }
    cout << "Matrix C:" << endl;
    outputMatrix(matrix);
}

int main() {
    vector<vector<bool>> matrix(10, vector<bool>(10));

    MatrixA(matrix);
    MatrixB(matrix);
    MatrixC(matrix);

    return 0;
}

```

Результат работы программы:

```

Matrix A:
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
0 1 0 1 0 1 0 1 0 1
0 0 1 0 0 1 0 0 1 0
0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

Matrix B:
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Matrix C:
1 0 1 0 1 0 1 0 1 0
0 1 0 1 0 1 0 1 0 0
1 0 1 0 1 0 0 0 0 0
0 1 0 1 0 0 0 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Process finished with exit code 0

```

#### 1.4. Программно реализовать операции над отношениями.

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cassert>

using namespace std;

// равенство
bool equality(vector<vector<bool>> &matrix1,
             vector<vector<bool>> &matrix2) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size()) && (matrix1[0].size() ==
matrix2[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            if (matrix1[i][j] != matrix2[i][j]) {
                return false;
            }
        }
    }

    return true;
}

// включение
bool inclusion(vector<vector<bool>> &matrix1,
              vector<vector<bool>> &matrix2) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size()) && (matrix1[0].size() ==
matrix2[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            if (matrix1[i][j] > matrix2[i][j]) {
                return false;
            }
        }
    }

    return true;
}
```

```

// строгое включение
bool strictInclusion(vector<vector<bool>> &matrix1,
                    vector<vector<bool>> &matrix2) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size()) && (matrix1[0].size() ==
matrix2[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            if (matrix1[i][j] >= matrix2[i][j]) {
                return false;
            }
        }
    }

    return true;
}

// объединение
void union_(vector<vector<bool>> &matrix1,
            vector<vector<bool>> &matrix2,
            vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size()) &&
        (matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            resultMatrix[i][j] = matrix1[i][j] || matrix2[i][j];
        }
    }
}

// пересечение
void intersection(vector<vector<bool>> &matrix1,
                  vector<vector<bool>> &matrix2,
                  vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size()) &&
        (matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size());

```

```

        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            resultMatrix[i][j] = matrix1[i][j] && matrix2[i][j];
        }
    }
}

// разность
void difference(vector<vector<bool>> &matrix1,
               vector<vector<bool>> &matrix2,
               vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size()) &&
        (matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            resultMatrix[i][j] = matrix1[i][j] && !matrix2[i][j];
        }
    }
}

// симметрическая разность
void symmetricDifference(vector<vector<bool>> &matrix1,
                        vector<vector<bool>> &matrix2,
                        vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size()) &&
        (matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            resultMatrix[i][j] = matrix1[i][j] != matrix2[i][j];
        }
    }
}

// дополнение
void addition(vector<vector<bool>> &matrix,
              vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {

```

```

        for (int j = 0; j < matrix[0].size(); j++) {
            resultMatrix[i][j] = !matrix[i][j];
        }
    }
}

// обращение
void appeal(vector<vector<bool>> &matrix,
            vector<vector<bool>> &resultMatrix) {

    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[0].size(); j++) {
            resultMatrix[i][j] = matrix[j][i];
        }
    }
}

// КОМПОЗИЦИЯ
void composition(vector<vector<bool>> &matrix1,
                 vector<vector<bool>> &matrix2,
                 vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size()) &&
        (matrix1[0].size() == matrix2[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            bool flag = false;
            for (int z = 0; !flag && z < max(xSize, ySize); z++) {
                if (matrix1[i][z] && matrix2[z][j]) {
                    flag = true;
                }
            }
            resultMatrix[i][j] = flag;
        }
    }
}

```

---

1.5. Написать программу, вычисляющую значение выражения (см. "Варианты заданий", п.б) и вычислить его при заданных отношениях (см. "Варианты заданий", п.а).

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cassert>
#include <windows.h>

using namespace std;

void outputMatrix(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            cout << matrix[i][j] << ' ';
        }
        cout << endl;
    }
    cout << endl;
}

void MatrixA(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            int x = i + 1;
            int y = j + 1;
            if ((x + y) % x == 0) {
                matrix[i][j] = true;
            } else {
                matrix[i][j] = false;
            }
        }
    }
}

void MatrixB(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            int x = i + 1;
            int y = j + 1;
            if ((x == 2 || x == 4 || x == 6 || x == 8) && (y == 1 || y == 7 || y ==
9)) {
                matrix[i][j] = true;
            } else {
                matrix[i][j] = false;
            }
        }
    }
}

void MatrixC(vector<vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            int x = i + 1;
            int y = j + 1;
```

```

        if ((x + y) % 2 == 0 && x * y < 20) {
            matrix[i][j] = true;
        } else {
            matrix[i][j] = false;
        }
    }
}

// равенство
bool equality(vector<vector<bool>> &matrix1,
             vector<vector<bool>> &matrix2) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size()) && (matrix1[0].size() ==
matrix2[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            if (matrix1[i][j] != matrix2[i][j]) {
                return false;
            }
        }
    }

    return true;
}

// включение
bool inclusion(vector<vector<bool>> &matrix1,
              vector<vector<bool>> &matrix2) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size()) && (matrix1[0].size() ==
matrix2[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            if (matrix1[i][j] > matrix2[i][j]) {
                return false;
            }
        }
    }

    return true;
}

// строгое включение

```



```

bool strictInclusion(vector<vector<bool>> &matrix1,
                    vector<vector<bool>> &matrix2) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size()) && (matrix1[0].size() ==
matrix2[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            if (matrix1[i][j] >= matrix2[i][j]) {
                return false;
            }
        }
    }

    return true;
}

// объединение
void union_(vector<vector<bool>> &matrix1,
            vector<vector<bool>> &matrix2,
            vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size()) &&
        (matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            resultMatrix[i][j] = matrix1[i][j] || matrix2[i][j];
        }
    }
}

// пересечение
void intersection(vector<vector<bool>> &matrix1,
                  vector<vector<bool>> &matrix2,
                  vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size()) &&
        (matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size() == resultMatrix.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size() == resultMatrix[0].size());
    }
}

```

```

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            resultMatrix[i][j] = matrix1[i][j] && matrix2[i][j];
        }
    }
}

// разность
void difference(vector<vector<bool>> &matrix1,
               vector<vector<bool>> &matrix2,
               vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size()) &&
        (matrix1[0].size() == matrix2[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            resultMatrix[i][j] = matrix1[i][j] && !matrix2[i][j];
        }
    }
}

// симметрическая разность
void symmetricDifference(vector<vector<bool>> &matrix1,
                       vector<vector<bool>> &matrix2,
                       vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size()) &&
        (matrix1[0].size() == matrix2[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            resultMatrix[i][j] = matrix1[i][j] != matrix2[i][j];
        }
    }
}

// дополнение
void addition(vector<vector<bool>> &matrix,
             vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[0].size(); j++) {
            resultMatrix[i][j] = !matrix[i][j];
        }
    }
}

```

```

    }
}

// обращение
void appeal(vector<vector<bool>> &matrix,
            vector<vector<bool>> &resultMatrix) {

    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[0].size(); j++) {
            resultMatrix[i][j] = matrix[j][i];
        }
    }
}

// КОМПОЗИЦИЯ
void composition(vector<vector<bool>> &matrix1,
                 vector<vector<bool>> &matrix2,
                 vector<vector<bool>> &resultMatrix) {
    size_t xSize = 0;
    size_t ySize = 0;
    if ((matrix1.size() == matrix2.size()) &&
        (matrix1[0].size() == matrix2[0].size())) {
        xSize = matrix1.size();
        ySize = matrix1[0].size();
    } else {
        assert(matrix1.size() == matrix2.size());
        assert(matrix1[0].size() == matrix2[0].size());
    }

    for (int i = 0; i < xSize; i++) {
        for (int j = 0; j < ySize; j++) {
            bool flag = false;
            for (int z = 0; !flag && z < max(xSize, ySize); z++) {
                if (matrix1[i][z] && matrix2[z][j]) {
                    flag = true;
                }
            }
            resultMatrix[i][j] = flag;
        }
    }
}

int main() {
    SetConsoleOutputCP(CP_UTF8);

    vector<vector<bool>> matrixA(10, vector<bool>(10));
    MatrixA(matrixA);
    vector<vector<bool>> matrixB(10, vector<bool>(10));
    MatrixB(matrixB);
    vector<vector<bool>> matrixC(10, vector<bool>(10));
    MatrixC(matrixC);

    vector<vector<bool>> _1(10, vector<bool>(10));
    appeal(matrixA, _1);

    cout << "Результат действия 1:" << endl;
    outputMatrix(_1);
}

```

```

vector<vector<bool>> _2(10, vector<bool>(10));
composition(matrixA, matrixB, _2);

cout << "Результат действия 2:" << endl;
outputMatrix(_2);

vector<vector<bool>> _3(10, vector<bool>(10));
composition(_2, matrixC, _3);

cout << "Результат действия 3:" << endl;
outputMatrix(_3);

vector<vector<bool>> _4(10, vector<bool>(10));
difference(_3, _1, _4);

cout << "Результат действия 4:" << endl;
outputMatrix(_4);

vector<vector<bool>> _5(10, vector<bool>(10));
symmetricDifference(_4, matrixC, _5);

cout << "Результат действия 5:" << endl;
outputMatrix(_5);

return 0;
}

```

Результат работы программы:

```

Результат действия 1:
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0
1 1 0 1 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0
1 1 1 0 0 1 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 1 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 1 0 0 1 0 0 0 0 1

Результат действия 2:
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Результат действия 3:
1 0 1 0 1 0 1 0 1 0
1 0 1 0 1 0 1 0 1 0
1 0 1 0 1 0 1 0 1 0
1 0 1 0 1 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 1 0 1 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 1 0 1 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```

Результат действия 4:

```
0 0 1 0 1 0 1 0 1 0
0 0 1 0 1 0 1 0 1 0
0 0 0 0 1 0 1 0 1 0
0 0 1 0 1 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 1 0 1 0 1 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

Результат действия 5:

```
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 1 1 1 1 1 1 1 1 0
1 0 1 0 0 0 1 0 1 0
0 1 1 1 1 0 1 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0
0 1 0 0 1 0 1 0 1 0
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 1 1 0 1 0 1 0 1 0
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

Process finished with exit code 0

## Часть 2. Свойства отношений

2.1. Определить основные свойства отношений (см. "Варианты заданий", п.а).

$$\begin{aligned} \text{а) } A &= \{(x, y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } x + y \text{ кратно } x\} \\ B &= \{(x, y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } (x, y) \in \{2, 4, 6, 8\} \times \{1, 7, 9\}\} \\ C &= \{(x, y) \mid x \in N \text{ и } x \in N \text{ и } x < 11 \text{ и } y < 11 \text{ и } x + y \text{ чётно и } x \cdot y < 20\} \end{aligned}$$

Отношение A:

Рефлексивно

Не антирефлексивно, т. к. по индексу (0, 0) находится 1

Не симметрично, т. к. по индексам (0, 1) и (1, 0) находятся 1 и 0

Антисимметрично

Транзитивно

Не антитранзитивно, т. к. по индексам (0, 0), (0, 0) и (0, 0) находятся 1, 1 и 1

Не полно, т. к. по индексам (1, 2) и (2, 1) находятся 0 и 0

Отношение B:

Не рефлексивно, т. к. по индексу (0, 0) находится 0

Антирефлексивно

Не симметрично, т. к. по индексам (0, 1) и (1, 0) находятся 0 и 1

Антисимметрично

Транзитивно

Антитранзитивно

Не полно, т. к. по индексам (0, 2) и (2, 0) находятся 0 и 0

Отношение C:

Не рефлексивно, т. к. по индексу (4, 4) находится 0

Не антирефлексивно, т. к. по индексу (0, 0) находится 1

Симметрично

Не антисимметрично, т. к. по индексам (0, 2) и (2, 0) находятся 1 и 1

Не транзитивно, т. к. по индексам (2, 0), (0, 6) и (2, 6) находятся 1, 1 и 0

Не антитранзитивно, т. к. по индексам (0, 0), (0, 0) и (0, 0) находятся 1, 1 и 1

Не полно, т. к. по индексам (0, 1) и (1, 0) находятся 0 и 0

2.2. Определить, являются ли заданные отношения отношениями толерантности, эквивалентности и порядка.

Отношение A:

Не является отношением толерантности, эквивалентности  
Является отношением порядка, нестрогого порядка

Отношение B:

Не является отношением толерантности, эквивалентности  
Является отношением порядка, строгого порядка

Отношение C:

Не является отношением толерантности, эквивалентности, порядка

2.3. Написать программу, определяющую свойства отношения, в том числе толерантности, эквивалентности и порядка, и определить свойства отношений (см. "Варианты заданий", п.а).

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <windows.h>

using namespace std;

void MatrixA(vector <vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            int x = i + 1;
            int y = j + 1;
            if ((x + y) % x == 0) {
                matrix[i][j] = true;
            } else {
                matrix[i][j] = false;
            }
        }
    }
}

void MatrixB(vector <vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            int x = i + 1;
            int y = j + 1;
            if ((x == 2 || x == 4 || x == 6 || x == 8) &&
                (y == 1 || y == 7 || y == 9)) {
                matrix[i][j] = true;
            } else {
                matrix[i][j] = false;
            }
        }
    }
}

void MatrixC(vector <vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[i].size(); j++) {
            int x = i + 1;
            int y = j + 1;
            if ((x + y) % 2 == 0 && x * y < 20) {
                matrix[i][j] = true;
            } else {
                matrix[i][j] = false;
            }
        }
    }
}

vector <vector<int>> reflectivity_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        if (!matrix[i][i]) {
            return vector < vector < int >> {{i, i}};
        }
    }
}
```



```

    }
    }
    return vector < vector < int >> {};
}

void reflectivity(vector <vector<bool>> &matrix) {
    vector <vector<int>> reflectivity = reflectivity_(matrix);
    if (reflectivity.empty()) {
        cout << "Рефлексивно" << endl;
    } else {
        int i = reflectivity[0][0];
        int j = reflectivity[0][1];

        cout << "Не рефлексивно, т. к. по индексу (" << i << ", " << j << ")
находится " << matrix[i][j] << endl;
    }
}

vector <vector<int>> antireflectivity_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        if (matrix[i][i]) {
            return vector < vector < int >> {{i, i}};
        }
    }
    return vector < vector < int >> {};
}

void antireflectivity(vector <vector<bool>> &matrix) {
    vector <vector<int>> antireflectivity = antireflectivity_(matrix);

    if (antireflectivity.empty()) {
        cout << "Антирефлексивно" << endl;
    } else {
        int i = antireflectivity[0][0];
        int j = antireflectivity[0][1];

        cout << "Не антирефлексивно, т. к. по индексу (" << i << ", " << j <<
") находится " << matrix[i][j] << endl;
    }
}

vector <vector<int>> symmetry_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = i + 1; j < matrix[0].size(); j++) {
            if (matrix[i][j] != matrix[j][i]) {
                return vector < vector < int >> {{i, j},
                                                {j, i}};
            }
        }
    }
    return vector < vector < int >> {};
}

void symmetry(vector <vector<bool>> &matrix) {
    vector <vector<int>> symmetry = symmetry_(matrix);
    if (symmetry.empty()) {
        cout << "Симметрично" << endl;
    } else {
        int i1 = symmetry[0][0];

```

```

        int j1 = symmetry[0][1];
        int i2 = symmetry[1][0];
        int j2 = symmetry[1][1];
        cout << "Не симметрично, т. к. по индексам (" << i1 << ", " << j1 <<
") и ("
        << i2 << ", " << j2 << ") находятся " << matrix[i1][j1] << " и "
<< matrix[i2][j2] << endl;
    }
}

vector <vector<int>> antisymmetry_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = i + 1; j < matrix[0].size(); j++) {
            if (matrix[i][j] && matrix[j][i]) {
                return vector < vector < int >> {{i, j},
                                                    {j, i}};
            }
        }
    }
    return vector < vector < int >> {};
}

void antisymmetry(vector <vector<bool>> &matrix) {
    vector <vector<int>> antisymmetry = antisymmetry_(matrix);
    if (antisymmetry.empty()) {
        cout << "Антисимметрично" << endl;
    } else {
        int i1 = antisymmetry[0][0];
        int j1 = antisymmetry[0][1];
        int i2 = antisymmetry[1][0];
        int j2 = antisymmetry[1][1];
        cout << "Не антисимметрично, т. к. по индексам (" << i1 << ", " << j1
<< ") и ("
        << i2 << ", " << j2 << ") находятся " << matrix[i1][j1] << " и "
<< matrix[i2][j2] << endl;
    }
}

vector <vector<int>> transitivity_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[0].size(); j++) {
            for (int z = 0; z < matrix.size(); z++) {
                if (matrix[i][z] && matrix[z][j]) {
                    if (!matrix[i][j]) {
                        return vector < vector < int >> {{i, z},
                                                            {z, j},
                                                            {i, j}};
                    }
                }
            }
        }
    }
    return vector < vector < int >> {};
}

void transitivity(vector <vector<bool>> &matrix) {
    vector <vector<int>> transitivity = transitivity_(matrix);
    if (transitivity.empty()) {
        cout << "Транзитивно" << endl;
    }
}

```

```

    } else {
        int i1 = transitivity[0][0];
        int j1 = transitivity[0][1];
        int i2 = transitivity[1][0];
        int j2 = transitivity[1][1];
        int i3 = transitivity[2][0];
        int j3 = transitivity[2][1];
        cout << "Не транзитивно, т. к. по индексам (" << i1 << ", " << j1 <<
"), ("
        << i2 << ", " << j2 << ") и (" << i3 << ", " << j3 << ")
находятся " << matrix[i1][j1] << ", "
        << matrix[i2][j2] << " и " << matrix[i3][j3] << endl;
    }
}

vector <vector<int>> antitransitivity_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < matrix[0].size(); j++) {
            for (int z = 0; z < matrix.size(); z++) {
                if (matrix[i][z] && matrix[z][j]) {
                    if (matrix[i][j]) {
                        return vector < vector < int >> {{i, z},
                                                            {z, j},
                                                            {i, j}};
                    }
                }
            }
        }
    }
    return vector < vector < int >> {};
}

void antitransitivity(vector <vector<bool>> &matrix) {
    vector <vector<int>> antitransitivity = antitransitivity_(matrix);
    if (antitransitivity.empty()) {
        cout << "Антитранзитивно" << endl;
    } else {
        int i1 = antitransitivity[0][0];
        int j1 = antitransitivity[0][1];
        int i2 = antitransitivity[1][0];
        int j2 = antitransitivity[1][1];
        int i3 = antitransitivity[2][0];
        int j3 = antitransitivity[2][1];
        cout << "Не антитранзитивно, т. к. по индексам (" << i1 << ", " << j1
<< "), ("
        << i2 << ", " << j2 << ") и (" << i3 << ", " << j3 << ")
находятся " << matrix[i1][j1] << ", "
        << matrix[i2][j2] << " и " << matrix[i3][j3] << endl;
    }
}

vector <vector<int>> completeness_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    for (int i = 0; i < matrix.size(); i++) {
        for (int j = i + 1; j < matrix[0].size(); j++) {
            if (!matrix[i][j] && !matrix[j][i]) {
                return vector < vector < int >> {{i, j},
                                                            {j, i}};
            }
        }
    }
}

```

```

        return vector < vector < int >> {};
    }

void completeness(vector <vector<bool>> &matrix) {
    vector <vector<int>> completeness = completeness_(matrix);
    if (completeness.empty()) {
        cout << "Полно" << endl;
    } else {
        int i1 = completeness[0][0];
        int j1 = completeness[0][1];
        int i2 = completeness[1][0];
        int j2 = completeness[1][1];
        cout << "Не полно, т. к. по индексам (" << i1 << ", " << j1 << ") и "
        ("
            << i2 << ", " << j2 << ") находятся " << matrix[i1][j1] << " и "
        << matrix[i2][j2] << endl;
    }
}

bool tolerance_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    return reflectivity_(matrix).empty() && symmetry_(matrix).empty();
}

void tolerance(vector <vector<bool>> &matrix) {
    if (tolerance_(matrix)) {
        cout << "Является отношением толерантности" << endl;
    } else {
        cout << "Не является отношением толерантности" << endl;
    }
}

bool equivalence_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    return reflectivity_(matrix).empty() && symmetry_(matrix).empty() &&
    transitivity_(matrix).empty();
}

void equivalence(vector <vector<bool>> &matrix) {
    if (equivalence_(matrix)) {
        cout << "Является отношением эквивалентности" << endl;
    } else {
        cout << "Не является отношением эквивалентности" << endl;
    }
}

bool order_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    return antisymmetry_(matrix).empty() && transitivity_(matrix).empty();
}

void order(vector <vector<bool>> &matrix) {
    if (order_(matrix)) {
        cout << "Является отношением порядка" << endl;
    } else {
        cout << "Не является отношением порядка" << endl;
    }
}

```

```

bool notStrictOrder_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    return order_(matrix) && reflectivity_(matrix).empty();
}

void notStrictOrder(vector <vector<bool>> &matrix) {
    if (notStrictOrder_(matrix)) {
        cout << "Является отношением нестрогого порядка" << endl;
    } else {
        cout << "Не является отношением нестрогого порядка" << endl;
    }
}

bool strictOrder_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    return order_(matrix) && antireflectivity_(matrix).empty();
}

void strictOrder(vector <vector<bool>> &matrix) {
    if (strictOrder_(matrix)) {
        cout << "Является отношением строгого порядка" << endl;
    } else {
        cout << "Не является отношением строгого порядка" << endl;
    }
}

bool linearOrder_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    return order_(matrix) && completeness_(matrix).empty();
}

void linearOrder(vector <vector<bool>> &matrix) {
    if (linearOrder_(matrix)) {
        cout << "Является отношением линейного порядка" << endl;
    } else {
        cout << "Не является отношением линейного порядка" << endl;
    }
}

bool notStrictLinearOrder_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    return notStrictOrder_(matrix) && completeness_(matrix).empty();
}

void notStrictLinearOrder(vector <vector<bool>> &matrix) {
    if (notStrictLinearOrder_(matrix)) {
        cout << "Является отношением нестрогого линейного порядка" << endl;
    } else {
        cout << "Не является отношением нестрогого линейного порядка" <<
endl;
    }
}

bool strictLinearOrder_(vector <vector<bool>> &matrix) {
    return strictOrder_(matrix) && completeness_(matrix).empty();
}

void strictLinearOrder(vector <vector<bool>> &matrix) {
    if (strictLinearOrder_(matrix)) {

```

```

        cout << "Является отношением строгого линейного порядка" << endl;
    } else {
        cout << "Не является отношением строгого линейного порядка" << endl;
    }
}

void defProperties(vector <vector<bool>> &matrix) {
    reflectivity(matrix);
    antireflectivity(matrix);
    symmetry(matrix);
    antisymmetry(matrix);
    transitivity(matrix);
    antitransitivity(matrix);
    completeness(matrix);

    tolerance(matrix);
    equivalence(matrix);
    order(matrix);
    if (order(matrix)) {
        notStrictOrder(matrix);
        strictOrder(matrix);
        linearOrder(matrix);
        notStrictLinearOrder(matrix);
        strictLinearOrder(matrix);
    }
    cout << endl;
}

int main() {
    SetConsoleOutputCP(CP_UTF8);

    vector <vector<bool>> matrixA(10, vector<bool>(10));
    MatrixA(matrixA);
    vector <vector<bool>> matrixB(10, vector<bool>(10));
    MatrixB(matrixB);
    vector <vector<bool>> matrixC(10, vector<bool>(10));
    MatrixC(matrixC);

    cout << "Matrix A:" << endl;
    defProperties(matrixA);
    cout << "Matrix B:" << endl;
    defProperties(matrixB);
    cout << "Matrix C:" << endl;
    defProperties(matrixC);

    return 0;
}

```

---

Результат работы программы:

Matrix A:

Рефлексивно

I

Не антирефлексивно, т. к. по индексу  $(0, 0)$  находится 1

Не симметрично, т. к. по индексам  $(0, 1)$  и  $(1, 0)$  находятся 1 и 0

Антисимметрично

Транзитивно

Не антитранзитивно, т. к. по индексам  $(0, 0)$ ,  $(0, 0)$  и  $(0, 0)$  находятся 1, 1 и 1

Не полно, т. к. по индексам  $(1, 2)$  и  $(2, 1)$  находятся 0 и 0

Не является отношением толерантности

Не является отношением эквивалентности

Является отношением порядка

Является отношением нестрогого порядка

Не является отношением строгого порядка

Не является отношением линейного порядка

Не является отношением нестрогого линейного порядка

Не является отношением строгого линейного порядка

Matrix B:

Не рефлексивно, т. к. по индексу  $(0, 0)$  находится 0

Антирефлексивно

Не симметрично, т. к. по индексам  $(0, 1)$  и  $(1, 0)$  находятся 0 и 1

Антисимметрично

Транзитивно

Антитранзитивно

Не полно, т. к. по индексам  $(0, 2)$  и  $(2, 0)$  находятся 0 и 0

Не является отношением толерантности

Не является отношением эквивалентности

Является отношением порядка

Не является отношением нестрогого порядка

Является отношением строгого порядка

Не является отношением линейного порядка

Не является отношением нестрогого линейного порядка

Не является отношением строгого линейного порядка

Matrix C:

Не рефлексивно, т. к. по индексу  $(4, 4)$  находится 0

Не антирефлексивно, т. к. по индексу  $(0, 0)$  находится 1

Симметрично

Не антисимметрично, т. к. по индексам  $(0, 2)$  и  $(2, 0)$  находятся 1 и 1

Не транзитивно, т. к. по индексам  $(2, 0)$ ,  $(0, 6)$  и  $(2, 6)$  находятся 1, 1 и 0

Не антитранзитивно, т. к. по индексам  $(0, 0)$ ,  $(0, 0)$  и  $(0, 0)$  находятся 1, 1 и 1

Не полно, т. к. по индексам  $(0, 1)$  и  $(1, 0)$  находятся 0 и 0

Не является отношением толерантности

Не является отношением эквивалентности

Не является отношением порядка

## **Вывод**

**Вывод:** в ходе работы были изучены способы задания отношений, операции над отношениями и свойства отношений, программно реализованы операции и определены свойства отношений.