Ραντεβού στην αγορά

Οι κάτοικοι του i-οστού χωριού επισκέπτονται την πόλη τις χρονικές στιγμές που είναι πολλαπλάσια του x_i. Επομένως, μια προφανής λύση του προβλήματος δοκιμάζει όλες τις μελλοντικές χρονικές στιγμές σε αύξουσα σειρά και σταματά στην πρώτη που διαιρείται με τουλάχιστον $N-1$ από τις συχνότητες. Η πολυπλοκότητα της λύσης είναι $O(TN)$, όπου T η απάντηση. Επειδή γενικά το T είναι πολύ μεγάλο (μέχρι 10^{18} κατά την εκφώνηση), η λύση αυτή δεν είναι αποδεκτή.

Αυτό που ζητάμε είναι ποιο χωριό πρέπει να αφαιρέσουμε (δηλαδή ποιο $1 \leq i \leq N$) ώστε το ΕΚΠ (ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο) των $\{x_j \mid 1 \leq j \leq N \text{ και } j \neq i\}$ να είναι το ελάχιστο δυνατό.

Το ΕΚΠ δύο αριθμών μπορεί να υπολογιστεί αποδοτικά μέσω του ΜΔΚ (μέγιστου κοινού διαιρέτη) των δύο αριθμών, ο οποίος με τη σειρά του μπορεί να υπολογιστεί αποδοτικά με τον αλγόριθμο του Ευκλείδη. Ο τελευταίος έχει πολυπλοκότητα $O(\log V)$, όπου V η μέγιστη τιμή των x_i (φραγμένη προφανώς από 10^{18}), και αυτή είναι και η πολυπλοκότητα υπολογισμού του ΕΚΠ δύο αριθμών. Παρατηρούμε επίσης ότι το ΕΚΠ είναι αντιμεταθετική και προσεταιριστική πράξη και το ΕΚΠ πολλών αριθμών μπορεί να υπολογιστεί βρίσκοντας το ΕΚΠ δύο εξ αυτών, στη συνέχεια το ΕΚΠ αυτού με έναν τρίτο, κ.ο.κ., χωρίς να έχει σημασία η σειρά.

Η επόμενη λύση που μπορούμε να σκεφτούμε, λοιπόν, είναι να δοκιμάσουμε όλα τα δυνατά $1 \leq i \leq N$ και στη συνέχεια να υπολογίζουμε το ΕΚΠ των $\{x_j \mid 1 \leq j \leq N \text{ και } j \neq i\}$. Αυτή η λύση έχει πολυπλοκότητα $O(N^2 \log V)$ και δεν θα πάρει το 100% των μονάδων της άσκησης.

Θέλουμε λοιπόν έναν αποδοτικό τρόπο να υπολογίζουμε το ΕΚΠ των $\{x_j \mid 1 \leq j \leq N \text{ και } j \neq i\}$ χωρίς να ξανακάνουμε τις ίδιες πράξεις κάθε φορά. Παρατηρούμε ότι αυτό ισούται με το ΕΚΠ δύο επιμέρους ΕΚΠ:

- των $\{x_j \mid 1 \leq j < i\}$, δηλαδή των προηγούμενων του i, και
- των $\{x_j \mid i < j \leq N\}$, δηλαδή των επόμενων του i.

Αυτά μπορούμε να τα προϋπολογίσουμε αποδοτικά για όλες τις τιμές του i, με τον ίδιο τρόπο που υπολογίζουμε τα running sums σε έναν πίνακα, μόνο που πρέπει να το κάνουμε δύο φορές: μία από αριστερά προς τα δεξιά και μία από δεξιά προς τα αριστερά. Η πολυπλοκότητα αυτής της λύσης είναι $O(N \log V)$.

Για το πρώτο παράδειγμα της εκφώνησης:

```
10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

οι προϋπολογισμένες τιμές των running ΕΚΠ από αριστερά προς τα δεξιά και από δεξιά προς τα αριστερά είναι οι εξής (στην πρώτη γραμμή είναι τα x_i για διευκόλυνσή σας):

```
   1    2    3    4    5    6    7   8    9   10
   1    2    6   12   60   60  420 840 2520 2520
2520 2520 2520 2520 2520 2520 2520 360   90   10
```

(Το 420 είναι το ΕΚΠ των αριθμών από το 1 μέχρι και το 7, ενώ το 360 είναι το ΕΚΠ των αριθμών από το 8 μέχρι και το 10.)

Το ελάχιστο ζητούμενο ΕΚΠ για το παράδειγμα αυτό είναι για $i = 7$, όπου το ΕΚΠ των προηγούμενων αριθμών είναι το 60, το ΕΚΠ των επόμενων αριθμών είναι το 360, και το ΕΚΠ αυτών των δύο είναι το 360. Η απάντηση επομένως είναι:

```
360 7
```