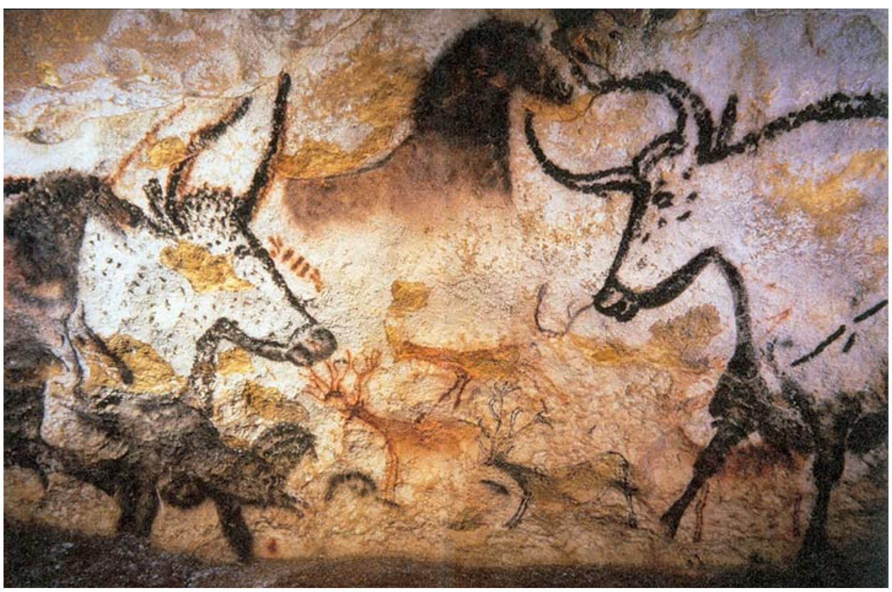
Introduktion till matematisk modellering och databehandling i Python

Inlämning 4

Stefan Gustafsson och Per Jönsson

Institutionen för materialvetenskap och tillämpad matematik
Malmö universitet



Uroxe, hästar och hjortar målade i Lascaux grottan i Frankrike.
Målningarna kan vara 17 000 år gamla.

Studieinstruktioner

Inför inlämningen ska du:

- läsa kap 13 – 14 i kompendiet
- *själv skriva in kommandona som beskrivs i de olika exemplen i kompendiet*, alternativt köra cellerna i py-filen **kurslitteraturen_exempel.py**, som finns i zip-filen på Canvas.
- titta på videofilmerna kap13, kap14, vilka beskriver om förklarar kursavsnittet. Filmerna finns på Canvas.

Inlämning på Canvas

Följande laddas upp på Canvas:

- py-fil med namnet **inlamn4.py**, där varje uppgift skrivs i en cell. Länken till videoinspelningen, där du löser en uppgift samtidigt som du förklarar vad de olika kommandona gör, skall vara inklistrad i toppen av py-filen tillsammans med ditt namn.

De inlämnade lösningarna ska vara kommenterade där det är motiverat.

Godkänd inlämning

För att inlämningen ska bli godkänd ska du redovisa alla uppgifter som är angivna. Dessutom ska dina lösningar, redovisade i den inlämnade py-filen, vara körbara och ge rätt resultat. Den efterfrågade videoinspelningen ska vara gjord, och länken ska vara inklistrad i py-filen. 80 % av uppgifterna måste vara rätt.

Underkänd inlämning

Inlämningen är ett examinerande moment. Om din inlämning är underkänd, eller om du har missat att lämna in den i rätt tid, får du möjlighet att lämna in den vid de angivna ominlämningstillfällena 22/8-24/8 eller 5/9-7/9. Underkänd inlämning kan inte kompletteras, utan måste lämnas in igen i dess helhet vid de angivna ominlämningstillfällena.

Uppgifter

Lös och redovisa följande uppgifter i en py-fil med namnet **inlamn4.py** som laddas upp på Canvas. Varje uppgift löses i en separat cell, där du börjar med skriva vilken uppgift det handlar om t.ex. uppgift 1a, uppgift 1b etc.

1. I tabellen nedan har vi data för hur resistansen R för en elektronisk komponent beror på temperaturen T.

T (°C)	20.5	32.7	51.0	73.2	95.7
R (Ohm)	765	826	873	942	1032

(a) Plotta data som ringar.

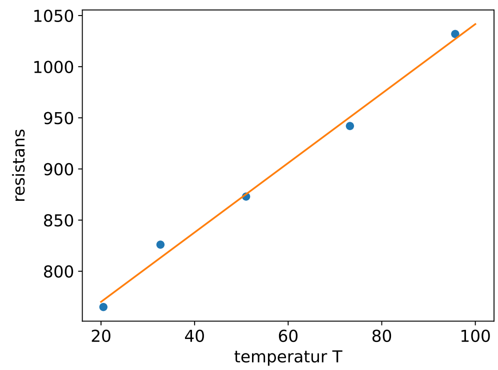
(b) Anpassa lämplig funktion till data. Plotta data och anpassningsfunktion i samma figur, se exempel 14.1 i kompendiet.

(c) Uppskatta resistansen R för $T = 100$ °C.

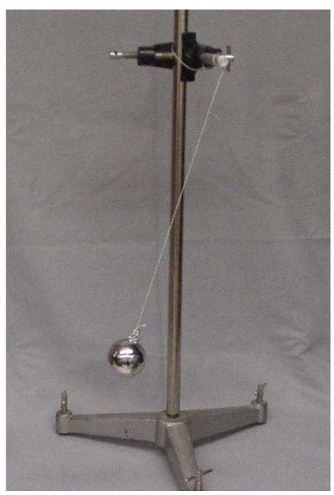
Du ska få anpassningsfunktionen

$$R = 702.172 + 3.3949T$$

och $R = 1041.7$ för $T = 100$. Plotten ska se ut som i figuren nedan.



2. Tillverka en enkel pendel av ett snöre och en tyngd. Mät periodtiden T för åtta olika längder L på snöret. För att få noggrannare värden kan man mäta tiden för tio svängningar och sedan dividera med 10. Håll inte snöret mellan dina fingrar utan fäst det i en fast punkt



Figur 1: *Pendel upphängd i en fast punkt.*

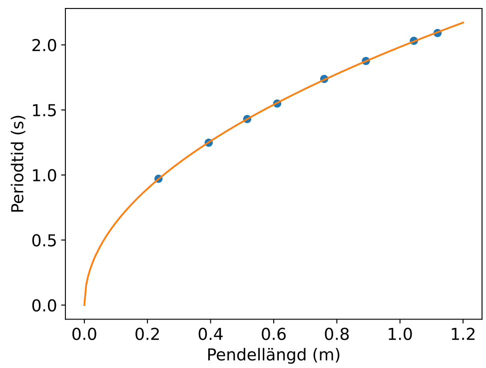
Utslagsvinkeln ska vara liten.

(a) Anpassa en potensfunktion $T = a_0 L^{a_1}$ till data. Du kan ha hjälp av att titta på exempel 11.8 på sidan 149 i kompendiet.

(b) Plotta data och den anpassade funktionen $T = a_0 L^{a_1}$ i samma figur.

(c) Använd den anpassade funktionen för att bestämma hur långt snöret ska vara för att få en pendel med periodtiden $T = 1$ s.

Din anpassning ska se ut ungefär som i figuren nedan (mätvärden upptagna av studenter vid Malmö universitet) med $a_0 \approx 2$ och $a_1 \approx 0.5$.



3. Enzymer är speciella proteiner som katalyserar kemiska reaktioner i levande organismer. Det ämne som reagerar i en enzymkatalyserad reaktion kallas substrat. Substratet binds till enzymen och bildar ett enzym-substrat-komplex, vilket leder till en sänkning av reaktionens aktiveringsenergi, som är den tröskel alla reaktioner måste övervinna för att kunna ske. Denna sänkning av aktiveringsenergin leder till en kraftigt förhöjd reaktionshastighet. Enligt Michaelis-Mentes relation beror reaktionshastigheten v av substratkoncentrationen S enligt

$$v = \frac{a_0 S}{1 + a_1 S}, \qquad S > 0.$$

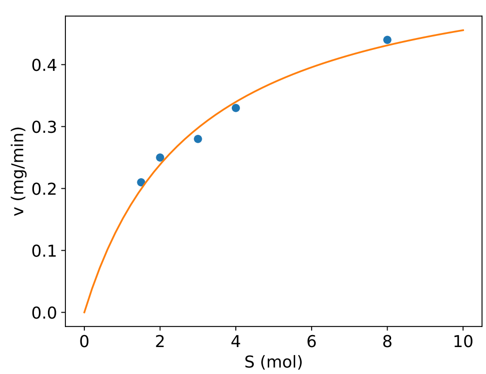
Vid ett experiment upptogs följande värden

S (mol)	1.5	2.0	3.0	4.0	8.0
v (mg produkt/min)	0.21	0.25	0.28	0.33	0.44

(a) Plotta v som funktion av S. Använd punkter vid plotten.

(b) Anpassa den rationella funktionen $v = a_0 S/(1 + a_1 S)$ till data. Plotta data och den anpassade funktionen i samma figur. Du kan behöva göra några testplottar med olika värden på a_0 och a_1 för att få fram startvärden till minstakvadratanpassningen.

Din plot ska se ut som i figuren nedan.



4. De flesta modeller har begränsad giltighetsintervall: de förklarar data väl inom ett begränsat intervall och går man utanför detta intervall så kan modellens förutsägningar bli helt fel.

För att illustrera detta tittar vi återigen på jordens befolkning i avsnitt 14.4 i kompendiet. Befolkningsdata i tabellen i avsnitt 14.4 i kompendiet, från 1951 fram till och med 2023

(73 år), finns samlade i textfilen **population.txt**, vilken kan laddas ner från Canvas. Givet dessa data är vår uppgift att göra en modell för hur befolkningen utvecklar sig fram till 2100. Vi väljer tiden så att $t = 0$ motsvarar det år då vi börjar studera befolkningsutvecklingen, dvs. $t = 0$ motsvarar år 1951. År 2100 motsvaras då av $t = 149$. Som modell väljer vi exponentialfunktionen

$$N(t) = N_0 e^{rt}$$

(a) Plotta befolkningen given i **population.txt** som funktion av tiden t.

(b) Låt $N_0 = a_0$ och $r = a_1$ och anpassa modellfunktionen $N(t) = a_0 e^{a_1 t}$ till data med hjälp av minstakvadratmetoden. Plotta data och den anpassade funktionen i samma figur.

(c) Bestäm och skriv ut tiden t när befolkningen har gått över 15 miljarder människor. Du kan lösa uppgiften grafiskt genom att zooma i plotten.

(d) Vilken befolkning förutspår din modell för år 2100, dvs. för $t = 149$? Är detta rimligt?

(e) Använd ett skärminspelningsprogram och spela in en kort video där du förklarar, rad för rad, vad de olika kommandona gör i programmen i uppgift (a) till (d) ovan. Visa också hur du kör programmet. Videon laddas upp på YouTube och du klipper bara in länken i överst i din py-fil. Tips: om du skriver kommentarer till varje rad så är det lättare att förklara när du spelar in videon.

Din plott ska se ut som i figuren nedan.