

GIMNAZIJA JOVAN JOVANOVIĆ ZMAJ

MATURSKI RAD

Primene Teorije Grupa

Daniel Siladi

Novi Sad, januar 2014.

SADRŽAJ

1. Motivacija, grupe i simetrije	1
1.1. Simetrije ravanskih figura	1
1.2. Simetrije trodimenzionalnih tela	1
1.3. Simetrije u fizici	1
2. Uvod u teoriju grupa	2
2.1. Osnovne definicije	2
2.2. Simetrična grupa S_n , permutacije	2
2.3. Lagranžova teorema	2
2.4. Invarijantne podgrupe, faktor grupa	2
3. Teorija grupa u fizici	3
3.1. Vektorski prostor	3
3.2. Izometrijske transformacije n-dimenzionog prostora	3
3.3. Dvodimenzionalne tačkaste kristalografske grupe	3
3.4. Lorencova grupa	3
4. Zaključak	4

1. Motivacija, grupe i simetrije

Symmetry registers regularity, and thus, records beauty. A symmetry of an object or a figure in space is a transformation in space that maps the object to itself. Sto vise simetrija, to je objekat simetricniji, dakle, lepsi.

1.1. Simetrije ravanskih figura

Trougao, kvadrat, sestougao. Frieze, kao primer beskonacne grupe. 7 frieze grupa Wallpaper groups, 2 primera, jedan je manje simetrican, generisan samo sa 2 translacije, i jedan koji je vise simetrican.

1.2. Simetrije trodimenzionalnih tela

Kocka, ikosaedar Simetrije kristala/molekula, 2 primera

1.3. Simetrije u fizici

Simetrije u klasicnoj i kvantnoj mehanici, npr lorencova grupa i resenja sredingrove jednacine za vodonikov atom. Lijeve grupe.

2. Uvod u teoriju grupa

2.1. Osnovne definicije

Definicija grupe, red grupe, red elementa, podgrupe. Primeri: brojevi (sta jeste i sta nije), transformacije, simetrije Klasifikacija grupa sa 2, 3, 4 elementa, primer da 1 grupa moze imati vise od 1 realizacije, izomorfizam

2.2. Simetrična grupa S_n , permutacije

Definicija permutacije, ciklusi, parnost. Definicija simetricne grupe cayleyeva teorema

2.3. Lagranžova teorema

2.4. Invarijantne podgrupe, faktor grupa

Konjugacija, unutrašnji automorfizam, invarijantna (normalna) podgrupa, faktor grupa, homomorfizam. Veza homomorfizma i normalnih podgrupa.

3. Teorija grupa u fizici

3.1. Vektorski prostor

Definicija vektorskog prostora Linearne transformacije, veza sa matricama Skalarni proizvod (unitaran vektorski prostor). Ortogonalnost, cuvanje skalarnog proizvoda.

3.2. Izometrijske transformacije n-dimenzionog prostora

Moze biti i nad \mathbb{R} $GL(N, \mathbb{C})$ - opsta linearna grupa $SL(N, \mathbb{C})$ - specijalna linearna grupa $U(N, \mathbb{C})$ - unitarna grupa $SU(N, \mathbb{C})$ - specijalna unitarna grupa $O(N, \mathbb{C})$ - ortogonalna grupa $SO(N, \mathbb{C})$ - specijalna ortogonalna

3.3. Dvodimenzionalne tačkaste kristalografske grupe

3.4. Lorencova grupa

$U(p, q)$ - pseudo-unitarna grupa $O(p, q)$ - pseudo-ortogonalna grupa $O(1, 3)$ - Lorencova grupa

4. Zaključak

Zaključak.