

Домашняя работа

Линейное программирование

Симплекс-метод

Студент: Д.Д.Наумов
Группа: 8О-306Б-17

Задание

Фабрика производит 3 вида продукции, каждый из которых проходит обработку на токарном, фрезерном и сверлильном станках.

Затраты времени на обработку единицы продукции j -того типа на станке i -того типа составляют a_{ij} единиц.

Количество времени, которое может затратить станок i -того типа в неделю, ограничено и составляет b_i единиц.

Прибыль от продажи единицы продукции j -того типа составляет c_j единиц.

Определить количество продукции каждого типа, которое должна произвести фабрика в течение недели из условия получения максимальной прибыли.

Вариант

Номер по списку: 15

	1	2	3	b_i	c_i
1	10	15	5	105000	150
2	20	5	5	135000	1500
3	5	10	20	180000	7500

Решение

1 Математическая модель

$$\begin{array}{ll}
 10x_1 + 15x_2 + 5x_3 \leq 105000 & 10x_1 + 15x_2 + 5x_3 = 105000 \\
 20x_1 + 5x_2 + 5x_3 \leq 135000 & \implies 20x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 135000 \\
 5x_1 + 10x_2 + 20x_3 \leq 180000 & 5x_1 + 10x_2 + 20x_3 = 180000 \\
 F = 150x_1 + 1500x_2 + 7500x_3 \rightarrow \max & f = -F = -150x_1 - 1500x_2 - 7500x_3 \rightarrow \min
 \end{array}$$

2 Выражаем переменные

$$\begin{aligned}
 x_4 &= 105000 - 10x_1 - 15x_2 - 5x_3 \\
 x_5 &= 135000 - 20x_1 - 5x_2 - 5x_3 \\
 x_6 &= 180000 - 5x_1 - 10x_2 - 20x_3
 \end{aligned}$$

3 Составляем симплекс-таблицу

		x_1	x_2	x_3
x_4	105000	-10	-15	-5
x_5	135000	-20	-5	-5
x_6	180000	-5	-10	-20
f	0	-150	-1500	-7500

4 Работа с симплекс-таблицей

- 1) все γ_j отрицательные
- 2) $\gamma_s = -7500$
- 3) над γ_s все d_{is} отрицательные
- 4) $\min \left\{ \frac{105}{|-5|}, \frac{135}{|-5|}, \frac{180}{|-20|} \right\} = \frac{180}{|-20|} \longrightarrow (-20)$ - ведущий элемент

5 Пересчет симплекс-таблицы

I Ведущий элемент

$$-20 \rightarrow -\frac{1}{20} = -0,05$$

II Столбец ведущего элемента

$$-5 \rightarrow \frac{1}{4} = 0,25$$

$$-5 \rightarrow \frac{1}{4} = 0,25$$

$$-7500 \rightarrow 375$$

III Строка ведущего элемента

$$-10 \rightarrow -\frac{1}{4} = -0,25$$

$$-5 \rightarrow -\frac{1}{2} = -0,5$$

$$180000 \rightarrow 9000$$

IV Остальные элементы

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} 105000 & -5 \\ 180000 & \boxed{-20} \end{pmatrix} &\rightarrow 60000 & \begin{pmatrix} -10 & -5 \\ -5 & \boxed{-20} \end{pmatrix} &\rightarrow -8,75 & \begin{pmatrix} -15 & -5 \\ -10 & \boxed{-20} \end{pmatrix} &\rightarrow -12,5 \\
 \begin{pmatrix} 135000 & -5 \\ 180000 & \boxed{-20} \end{pmatrix} &\rightarrow 90000 & \begin{pmatrix} -10 & -5 \\ -5 & \boxed{-20} \end{pmatrix} &\rightarrow -18,75 & \begin{pmatrix} -5 & -5 \\ -10 & \boxed{-20} \end{pmatrix} &\rightarrow -2,5 \\
 \begin{pmatrix} 180000 & \boxed{-20} \\ 0 & -7500 \end{pmatrix} &\rightarrow -67500000 & \begin{pmatrix} -5 & \boxed{-20} \\ -150 & -7500 \end{pmatrix} &\rightarrow 1725 & \begin{pmatrix} -10 & \boxed{-20} \\ -1500 & -7500 \end{pmatrix} &\rightarrow 2250
 \end{aligned}$$

6 Переходим к 3

3 Вторая симплекс-таблица

		x_1	x_2	x_6
x_4	60000	-8,75	-12,5	-0,25
x_5	90000	-18,75	-2,5	-0,25
x_3	9000	-0,25	-0,5	-0,05
f	-67500000	1725	2250	375

4 Проверка условия

Все $\gamma_j > 0 \Rightarrow$ симплекс-таблица оптимальна

Ответ: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 9000$.