Gestão da prod de eletricidade

· Para região i usina j (térmica) temos um custo unitário c_{ij} de produção

· $\bar{U}_{ij}$: cap prod max por dia da usina j região i.

· $\bar{V}_{ij}$: cap prod usina hid da região i

· $\bar{X}_{ti}$ e $\underline{X}_{ti}$: nível máximo e mínimo do res i no início do dia t.

· d_t: demanda dia t.

· s_t: energia comprada no mercado spot dia t ao custo unitário p_t.

Variáveis:

· x_{ti}: nível do reservatório i no início do dia t

· U_{tij}: produção no dia t da usina j da região i, T_i usinas térmicas na reg i.

· V_{ti}: produção hídrica no dia t reg i

· sp_{ti}: spillage (vazão) no dia t região i

$t = 1, \dots T$

X_{1i} dado

E_{tij}: energia de $i \to j$ no dia t

e_{ij}

$$\min \sum_{t=1}^{T} \sum_{i\in I} \sum_{j \in T_i} c_{ij} u_{tij} + \sum_{t=1}^{T} \sum_{i\in I} p_t s_{ti}$$

$$+ \sum_{t=1}^{T} \sum_{(i,j) | (i,j) \in G} e_{ij} E_{tij}$$

$$0 \leq u_{tij} \leq \bar{u}_{ij}, \; i \in I, \; j \in T_i, \; t = 1, \dots, T$$

$$0 \leq V_{ti} \leq \bar{V}_i \quad i \in I, \; t = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{j \in T_i} U_{tij} + V_{ti} + 0{,}2 A_{ti} + \sum_{j | (j,i) \in E} E_{tji}$$

$$- \sum_{j | (i,j) \in G} E_{tij} + s_{ti} \geq d_{ti} \; \forall t i.$$

$$X_{ti} = X_{t-1,i} + 0{,}8 A_{ti} - V_{ti} - sp_{ti} \; \forall t i$$

$$\underline{X}_{ti} \leq x_{ti} \leq \bar{x}_{ti} \; \forall t i$$

$$sp_{ti}, s_{ti} \geq 0 \; \forall t i$$

$$0 \leq E_{tij} \leq \bar{E}_{ij} \; \forall t i j$$

ONS

A1: $\begin{cases} 50\% \text{ Trabalho} \\ 50\% \text{ listas} \end{cases}$

Bibliotecas Gurobi ou Mosek

Julia Jump AMPL

CPLEX, EXPRESS
XPRESS

Python + Mosek

Matlab

Carteiras

M m_i

i r_i

x_i

$$\begin{cases} \max \sum_{i=1}^{m} x_i r_i \\ \sum_{i=1}^{m} x_i = M \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

Unit commitment

m

d_t: demanda no tempo t

c_i: custo de produção da usina i

p_i: custo de ligar i

u_{ti}: prod em t da usina i

K_t: cap. de prod por mês da usina i.

$$Y_{ti}: \begin{cases} 1, & \text{usina } i \text{ funciona no tempo } t \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$\min \sum_{it} c_i u_{ti} + \sum p_i \left[Y_{ti} - Y_{t-1i} \right] \quad 0\ 0\ 0\ 1\ 1 \ldots 1$$

$$Y_{ti} \geq Y_{t-1i}, t = 2, \ldots, T, \forall i$$

$$0 \leq u_{ti} \leq Y_{ti} K_i, \forall ti$$

$$\sum_i u_{ti} = d_t$$

$$Y_{ti} \in \{0, 1\} \forall ti$$

Plan. Expansão da Produção

m produtos

n máquinas

máquinas j : h_j horas

e_j quantidade de horas

compradas ao custo

$h_j + e_j \leq u_j$

$\sum_{j=1}^{m} t_j (h_j + e_j) \leq T$

a_{ij}

h_{ij} horas para produzir

i na máquina j

$\sum_j a_{ij} h_{ij} = x_i$

custo $\sum g_{ij} h_{ij}$

d_i : demanda no prod i

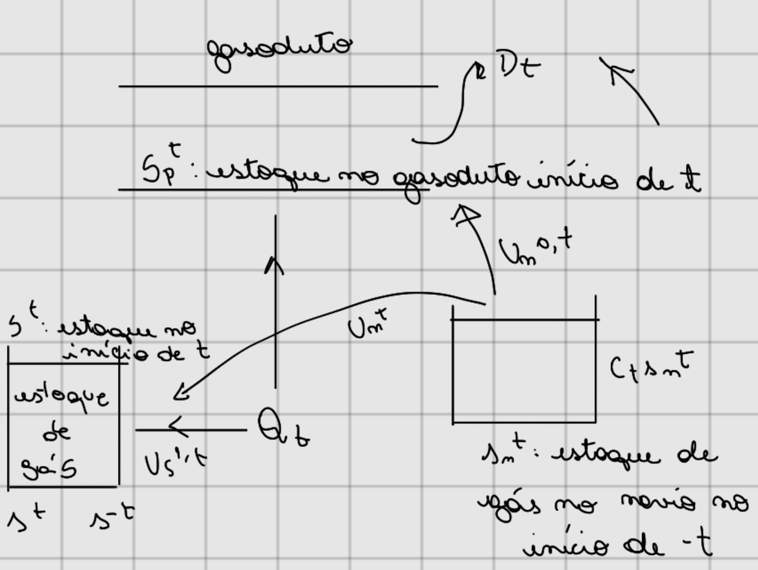
p_i : custo do prod i não vendido

s_i : demanda não atendida

23/04

Gestão de contratos com opção de cancelar.

Q_t S_t: preço spot em t



contrato n em t_n pode chegar Q_n

Podemos cancelar o contrato n para

$t = 1, \dots, t_{n-1}$

S_t: preço de venda unitária

Custo para o contrato n.

1) Se eu cancelar em t

$t = 1, \dots, t_{n-1}$ pagamos

$F_n^t = Q_n f_{n,t}$

2) C.C. pagamos em $t = t_n$

$C_n^t = Q_n \bar{S}_t$

y_n^t, $n = 1, \dots, N$, $t = 1, \dots, t_n - 1$

$$y_n^t = \begin{cases} 1 & \text{se cancelamos em } t \text{ ou antes} \\ 0, & \text{c.c} \end{cases}$$

	1	2	3	4	t_{n-1}	t_n
n	0	0	1	1	1	
	0	0	0	0	0	

cancelamento não tem volta

Multa paga para contrato n.

Para $t = 1$, $F_n^1 = Q_n f_{n1} (y_n^1 - y_n^0)$, $y_n^0 = 0$

Para $t = 2, \dots, t_{n-1}$. $F_n^t = Q_n f_{nt} (y_n^t - y_n^{t-1})$

Custo de carga para $t = t_n$

$$C_n^t = Q_n S_t (1 - y_n^{t-1})$$

$$\min \sum_{t=1}^{T} c_t \left[s^t + \sum_n s_n^t \right] + \sum_{n=1}^{N} \left[Q_n \dots \right.$$

$$+ \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=1}^{t_{n-1}} Q_n f_{nt} \left[y_n^t - y_n^{t-1} \right]$$

$$+ \sum_t u_{NS}^t p_t - s.3 \sum s_t u_p^t$$

$y_n^t \geq y_n^{t-1}$, $n = 1, \dots, N$, $t = 1, \dots, t_{n-1}$

$y_n^0 = 0$, $y_n^t \in \{0, 1\}$ $\forall t, n$

$s_n^t = Q_n (1 - y_n^{t-1})$, $t = t_n$, $\forall n$

$s_n^t = s_n^{t-1} - u_n^{0,t} - u_n^t$ $t \geq t_n + 1$ $\forall n$

$Q_t = u_p^{0,t} + u_s^{1,t}$

$s_p^t = s_p^{t-1} + \left(\sum_n u_n^{0,t} \right) + u_p^{0,t} + u_s^{2,t} - u_p^t$

$s^t = s^{t-1} + \left(\sum_n u_n^t \right) + u_s^{1,t} - u_s^{2,t}$

$D_t = u_p^t + u_{NS}^t$

Mosek, AMPL, Jump

Líquidos

	L	Custo	Vender	
A	8000	5.5	6	l_1
B	4250	4.5	6	l_2
C	10000	7.5	6	l_3
D	2000	11.25	6	l_4

Preço Venda

E	11	400	1
F	15	800	2
G	14	200	3
P	22	2G	1E
P		$\frac{2}{3}pG$	$\frac{1}{3}pE$

- l_i quantidade de liq i vendida diretamente
- x_{ij} " " " " usada para mistura $j = \overset{E}{1}, \overset{F}{2}, \overset{G}{3}$
- P = quantidade de produzida

$$\max \; 6[l_1+l_2+l_3+l_4] + 11\left(\sum_i^4 x_{i1} - P/3\right) + 15\sum_i^4 x_{i2} + 14\left(\sum_i^4 x_{i3} - \frac{2}{3}P\right) + 22P - 5{,}5\left(l_1 + \sum_i x_{1i}\right) - 4{,}5\left(l_2 + \sum_i x_{2i}\right) - 7{,}5\left(l_3 + \sum_i x_{3i}\right) - 11{,}25\left(l_4 + \sum_i x_{4i}\right)$$

$$l_1 + \sum_i x_{1i} \leq 8000$$

$x_{11} = 0.3 \sum_i x_{i1}$

$x_{21} \geq 0.1 \sum_i x_{i1}$

$x_{31} = 0.4 \sum_i x_{i1}$

$x_{41} \leq 0.05 \sum_i x_{i1}$

$x_{12} \geq 0.25 \sum_i x_{i2}$

$x_{22} \leq 0.02 \sum_i x_{i2}$

$x_{32} = 0.2 \sum_i x_{i2}$

$x_{42} \geq 0.1 \sum_i x_{i2}$

$x_{13} = 0.2 \sum_i x_{i3}$

$x_{23} \geq 0.15 \sum_i x_{i3}$

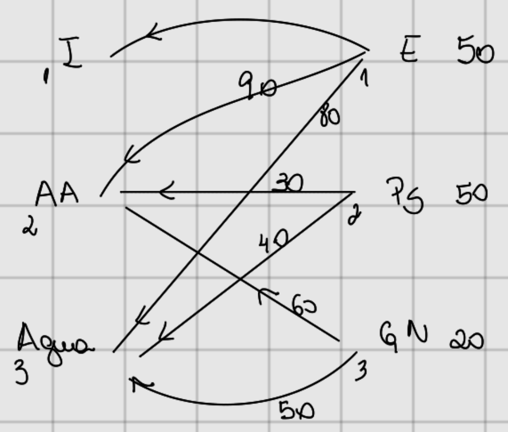
$x_{33} = 0.4 \sum_i x_{i3}$

$x_{43} \leq 0.2 \sum_i x_{i3}$

E $x_{i1} \geq 400$

F $x_{i2} \geq 800$ $\qquad x_{ij}$: energia de $i \to j$

G $x_{i3} \geq 200$



$$\min \; 50x_{11} + 90x_{12} + 80x_{13} + 30x_{22} + 40x_{23} + 60x_{32} + 50x_{33}$$

$x_{11} = 20$

$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 10$

$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 30$

$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 50$

$x_{22} + x_{23} \leq 50$

$x_{32} + x_{33} \leq 20$

H hiperplano $\Leftarrow\Rightarrow H = \varphi^{-1}(\alpha)$
$H \subset X$

para $\varphi: X \to \mathbb{R}$
linear não nula

$\Rightarrow H = x_0 + V$ com $\dim V = n - 1$

$V = \{x \mid \langle a, x \rangle = a^T x = 0\}$ com $a \neq 0$

$\varphi(x) = a^T x, \quad \varphi(a) =$

φ não nula

$\alpha = \varphi(x_0)$

$x \in \varphi^{-1}(\alpha) \Leftarrow\Rightarrow \varphi(x) = \alpha = \varphi(x_0)$

$\Leftarrow\Rightarrow a^T(x - x_0) = 0$

$\Leftarrow\Rightarrow x - x_0 \in V$

$\varphi^{-1}(\alpha) = x_0 + V = H$

$\Leftarrow H = \varphi^{-1}(\alpha)$

$H = \{x \mid \varphi(x) = \alpha\}$

Seja $x_0 \mid \varphi(x_0) = \alpha$

$H = \{x \mid \varphi(x) = \varphi(x_0)\}$

$= \{x \mid x - x_0 \in \ker \varphi\}$

$= x_0 + \ker \varphi$

$= x_0 + V$

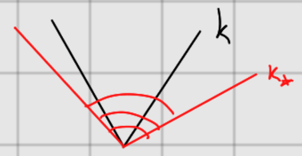
$\dim V = \dim \ker \varphi = n - \dim \operatorname{Im} \varphi = n - 1$

$\Rightarrow H$ hip (i.e. dim $n-1$)

26/04

3) K cone fechado $\text{int}(K) \neq \emptyset$

$K_* = \{x \mid \langle x, k\rangle \geq 0 \ \forall k \in K\}$



$\lambda \ \text{int}(K_*) \iff \{x \in K \mid \langle x, \lambda\rangle \leq a\}$ compacto $\forall a > 0$

$$\iff \underbrace{\forall x \neq 0, x \in K, \langle \lambda, x\rangle > 0}_{(a)}$$

$\lambda \in \text{int}(K_*)$

$\iff \forall x \neq 0, x \in K$

$\langle x, \lambda\rangle > 0$

$\Rightarrow$ Vamos supor F compacto

Queremos m.q. (a) vale.

Por contradição se (a) não vale

$\exists\ x \in K,\ x \neq 0\ \ \langle \lambda, x\rangle \leq 0$

$\forall n \in \mathbb{N}$, temos $nx \in K$ e

$\langle \lambda, nx\rangle \leq 0 < a$

$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N},\ nx \in F$

Contradição pq F é limitado

$\Rightarrow$ (a) vale

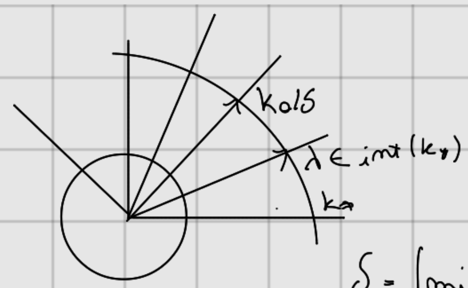
$\Leftarrow$ Vamos supor que

$\forall x \neq 0, x \in K, \langle x, \lambda\rangle > 0.$

Queremos m.q. F é compacto.

1) F fechado

2) F limitado



$X = \{x \in K : \|x\| = 1\}$

$$\delta = \begin{cases} \min \langle \lambda, x\rangle \\ x \in K,\ \|x\| = 1 \end{cases} = \begin{cases} \min \langle \lambda, x\rangle \\ x \in X \end{cases}$$

$x \mapsto \langle \lambda, x\rangle$ cont. no compacto X

$\Rightarrow \exists\ \bar{x} \in X \mid \langle \lambda, \bar{x}\rangle = \delta$

e $\bar{x} \neq 0,\ \bar{x} \in K \Rightarrow \langle \lambda, \bar{x}\rangle = \delta > 0$

Vamos m.q. $\forall x \in I$.

$\|x\| \leq a/\delta$

De fato se $x \in K$ e

$\|x\| > a/\delta$

$\langle \lambda, x\rangle = \|x\| \langle \lambda, \frac{x}{\|x\|}\rangle \geq \delta\|x\| > a$

$$\left.\begin{array}{l} \left\| \frac{x}{\|x\|} \right\| = 1 \\ \frac{x}{\|x\|} \in K \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x}{\|x\|} \in X$$

$\Rightarrow x \notin F.$ $\quad \langle x, \lambda y\rangle = \lambda\langle x, y\rangle$