

Exercícios de Dualidade

- **Exercise 1.** Considere o problema de programação linear (PPL)

$$\begin{aligned}
 P) \quad & \max \quad x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \\
 \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 16 \\
 & 10x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 10 \\
 & -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 1 \\
 & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \leq 0.
 \end{aligned}$$

- Escreva o problema dual do problema P).
- Verifique que o dual do dual é o primal.

- **Exercise 2.** Considere o problema de programação linear (PPL)

$$\begin{aligned}
 P) \quad & \max \quad 2x_1 + x_2 + x_3 \\
 \text{s.t.} \quad & x_1 + x_3 \leq 1 \\
 & x_2 - x_3 \leq 1 \\
 & x_1, \quad x_2, \quad x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

- Escreva o problema dual do problema P).
- Use o problema dual para encontrar o valor ótimo de P). Justifique sua resposta.

- **Exercise 3.** Considere o problema de programação linear (PPL)

$$\begin{aligned}
 P) \quad & \max \quad x_1 + x_2 \\
 \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 \leq 1 \\
 & x_1 - x_2 \geq 2 \\
 & x_1, \quad x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

- Escreva o problema dual do problema P).
- Mostre que nenhum dos problemas possui solução viável.

- **Exercise 4.** Considere o problema de programação linear (PPL)

$$\begin{aligned}
 \min \quad & q^T z \\
 \text{s.t.} \quad & Mz \geq -q \\
 & z \geq 0
 \end{aligned}$$

onde M é uma matriz "skew symmetric", isto é, $M^T = -M$.

- Mostre que o problema (P) e seu dual são iguais (isto é chamado de PPL auto-dual (self-dual)).
- Mostre que um PPL auto-dual tem uma solução ótima se e somente se é viável.