

03-06 - Análise na Reta

Bibliografia:

- Elon Lima, Análise Real - Volume I - IMPA.

Operações binárias

São operações de $a, b \mapsto (a + b) \in \mathbb{R}$.

A associação de dois elementos leva a um único elemento na imagem.

Propriedades da soma

1. Associação: $(x + y) + z = x + (y + z)$.
2. Comutação: $x + y = y + x$
3. Elemento neutro: $\exists 0 \in \mathbb{R} | \forall x \in \mathbb{R}, x + 0 = x$.
4. Elemento inverso: $\forall x \in \mathbb{R} \exists -x | x + (-x) = 0$.

Propriedades do produto

5. Associação: $(xy)z = x(yz)$.
6. Comutação: $xy = yx$
7. Elemento neutro: $\exists 1 \neq 0 \in \mathbb{R} | \forall x \in \mathbb{R}, 1 \cdot x = x$.
8. Elemento inverso: $\forall x \in \mathbb{R} \exists x^{-1} | xx^{-1} = 1$.

Distributiva: $x(y + z) = xy + xz$

Teorema 1 : $0x = 0$.

$$0 = 0$$

Pela propriedade do elemento neutro da soma:

$$0 + 0 = 0$$

$$x(0 + 0) = x0$$

Pela propriedade distributiva:

$$x0 + x0 = x0$$

$$x0 + x0 + (-x0) = x0 + (-x0)$$

Pela propriedade do elemento inverso da soma:

$$x0 + 0 = 0$$

Pela propriedade do elemento neutro da soma:

$$x0 = 0$$