03-10 - Curvas

Definição de curvatura

Seja $\alpha : I \longmapsto \mathbb{R}^2$ uma curva regular, unit-speed. Designando-se o vetor tangente de α em $S \in I$ por $T(s)$, observando-se que $||T(s)|| = 1 \forall S$. Podemos afirmar que $T(s) : I \longmapsto S'$ admite função ângulo.

$$T(s) = (\cos\theta, \sin\theta)$$

Daí, a curva de α em $s \in I$.

$$K(s) = \theta'(s)$$

Vimos que $K(s) = \theta'(s) = det(T(s), T'(s)) = det(\alpha'(s), \alpha''(s))$.
Em particular, $|K(s)|$ é igual a área do retângulo determinado pelos vetores $\alpha'(s)$ e $\alpha''(s)$ mas $||\alpha'(s)|| = 1$ então $|K(s)| = ||\alpha'(s)||$.

Retas

$$\alpha(s) = P + sv$$

$$\alpha'(s) = v$$

$$\alpha''(s) = 0$$

$$||\alpha''(s)|| = 0 \rightarrow |K(s)| = 0$$

Círculo

$$C(s) : P + r(\cos\frac{s}{r}, \sin\frac{s}{r})$$

$$C'(s) = (-\sin\frac{s}{r}, cos\frac{s}{r})$$

$$C''(s) = (\frac{-1}{r}\cos\frac{s}{r}, \frac{-1}{r}\sin\frac{s}{r})$$

$$C''(s) = \frac{-1}{r}(1)$$