WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA

Wydział Cybernetyki

SPRAWOZDANIE
Z ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO NR 6

Temat ćwiczenia:

Modelowanie obiektu sterowania

Prowadzący: mgr inż. Małgorzata Rudnicka - Schmidt

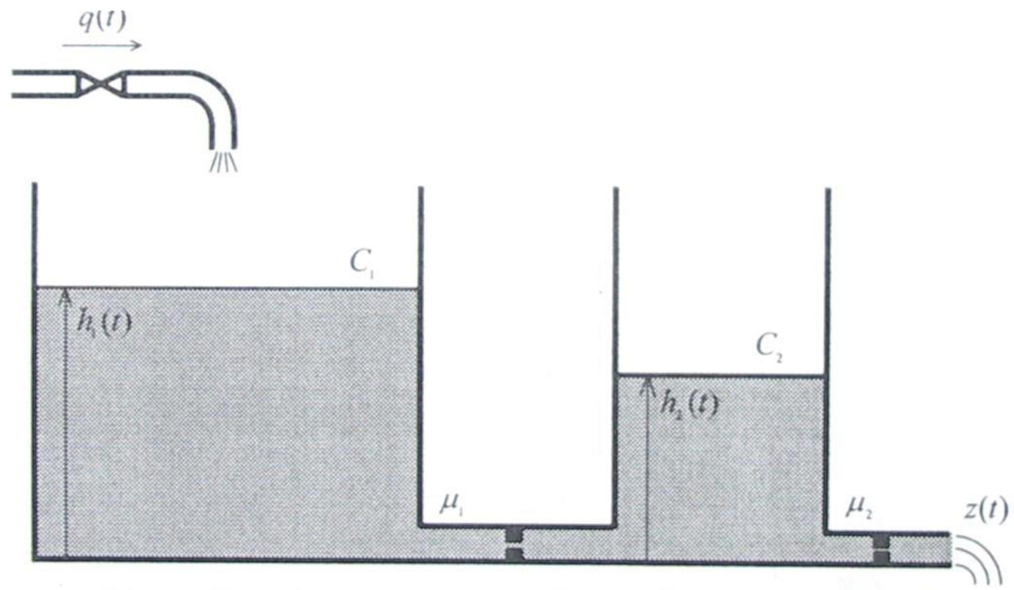
Wykonała: kpr. pchor. Damian KRATA (Nr albumu: 59223)

Grupa: I4X3S1

Data wykonania ćwiczenia: 05.01.2016r.

Rozpatrzmy układ dwóch zbiorników wody ze swobodnym przepływem pokazany na Rysunku 1. Oznaczmy:

Rysunek 1 Układ dwóch zbiorników połączonych



μ1 – współczynnik przepływu wody z pierwszego do drugiego zbiornika = 1

μ2 – współczynnik odpływu wody z drugiego zbiornika = 2

C1 – powierzchnia lustra wody w pierwszym zbiorniku = 8

C2 – powierzchnia lustra wody w drugim zbiorniku = 5

q(t) – strumień wody wpływający do pierwszego zbiornika – stanowi wymuszenie – może być kształtowany dowolnie przez obserwatora układu

w(t) – odpływ wody z pierwszego do drugiego zbiornika

z(t) – odpływ wody z drugiego zbiornika

h1(t) – poziom lustra wody w pierwszym zbiorniku

h2(t) – poziom lustra wody w drugim zbiorniku

Stan układu określają poziomy wody w obu zbiornikach: dla dalszego przewidywania stanu układu będę potrzebował stanu aktualnego i wartości sygnału wymuszenia począwszy od chwili bieżącej. Należy zauważyć, że woda z pierwszego zbiornika do drugiego będzie się przelewać jedynie w sytuacji, gdy ciśnienie panujące w pierwszym zbiorniku będzie większe niż w drugim. Na tej podstawie możemy wywnioskować, że musi zachodzić zależność h1(t) >= h2(t). Wydatek przepływu w(t) w krótkich przewężeniach dla powyższego warunku określa następujący wzór:

$$w(t) = \frac{1}{\mu_1}\sqrt{h_1(t) - h_2(t)}.$$

Rozpatrując odwrotną sytuację, że poziom wody w drugim zbiorniku byłby wyższy niż w pierwszym, woda przelewałaby się z drugiego do pierwszego zbiornika. Dlatego też powyższy wzór należy zmodyfikować, tak by pod pierwiastkiem nie mogła wyjść wartość ujemna – zależy nam jedynie na wartości bezwzględnej:

$$w(t) = \frac{1}{\mu_1}\sqrt{|h_1(t) - h_2(t)|}$$

Modyfikacja ta jednak powoduje, że tracimy informację o kierunku przepływu wody, w związku z tym pomnożymy prawą stronę wzoru przez wartości funkcji signum owej różnicy poziomów. Otrzymamy zatem:

$$w(t) = \frac{1}{\mu_1} sign(h_1(t) - h_2(t))\sqrt{|h_1(t) - h_2(t)|}$$

Natomiast odpływ wody z drugiego zbiornika z(t) uzależniony jest wyłącznie od ciśnienia w drugim zbiorniku, dlatego też:

$$z(t) = \frac{1}{\mu_2} g(h_2)\sqrt{|h_2|}$$

gdzie,

$$g(u) = \begin{cases} 1, u \geq 0 \\ 0, u < 0 \end{cases}$$

Funkcja $g(u)$ nie zmienia iloczynu dla dodatniego poziomu wody, dla ujemnego zeruje iloczyn. W praktyce (w MATLABIE) h_2 nigdy nie przyjmie wartości mniejszej od zera, dlatego można zastosować pierwszy wzór na $z(t)$. Mając powyższe równania możemy określić funkcję na wzrost objętości wody w obu zbiornikach.

Na podstawie powyższego rozumowania określmy wzór funkcji na wzrost objętości wody w obu zbiornikach. Do pierwszego zbiornika wpływa woda z prędkością q(t), a wypływa z prędkością w(t). Do drugiego wpływa z prędkością w(t), a wypływa z prędkością z(t), zatem:

$$f_1\big(h_1(t), h_2(t), q(t)\big) = -\frac{1}{\mu_1} sign\big(h_1(t) - h_2(t)\big)\sqrt{|h_1(t) - h_2(t)|} + q(t)$$

$$f_2\big(h_1(t), h_2(t), q(t)\big) = \frac{1}{\mu_1} sign\big(h_1(t) - h_2(t)\big)\sqrt{|h_1(t) - h_2(t)|} - \frac{1}{\mu_2} g(h_2(t))$$

Biorąc pod uwagę, że C1 h1'(t) oraz C2 h2'(t) także określają chwilowy wzrost objętości wody w obu zbiornikach otrzymam:

$$\dot{h_1}(t) = \frac{-\frac{1}{\mu_1} sign\big(h_1(t) - h_2(t)\big)\sqrt{|h_1(t) - h_2(t)|} + q(t)}{C_1}$$

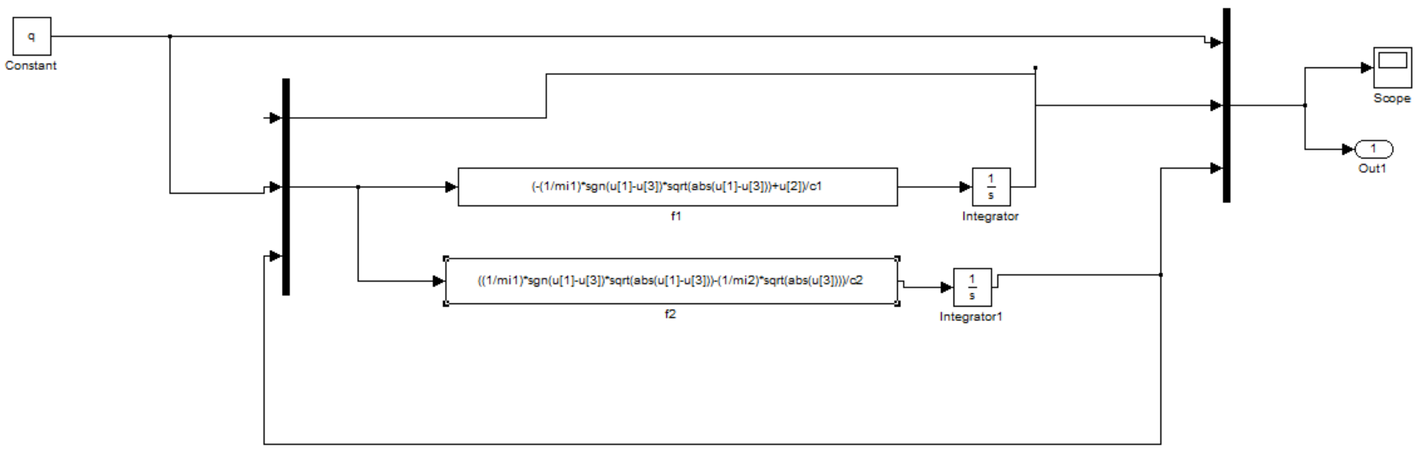
$$\dot{h_2}(t) = \frac{\frac{1}{\mu_1} sign\big(h_1(t) - h_2(t)\big)\sqrt{|h_1(t) - h_2(t)|} - \frac{1}{\mu_2} g(h_2(t))}{C_2}$$

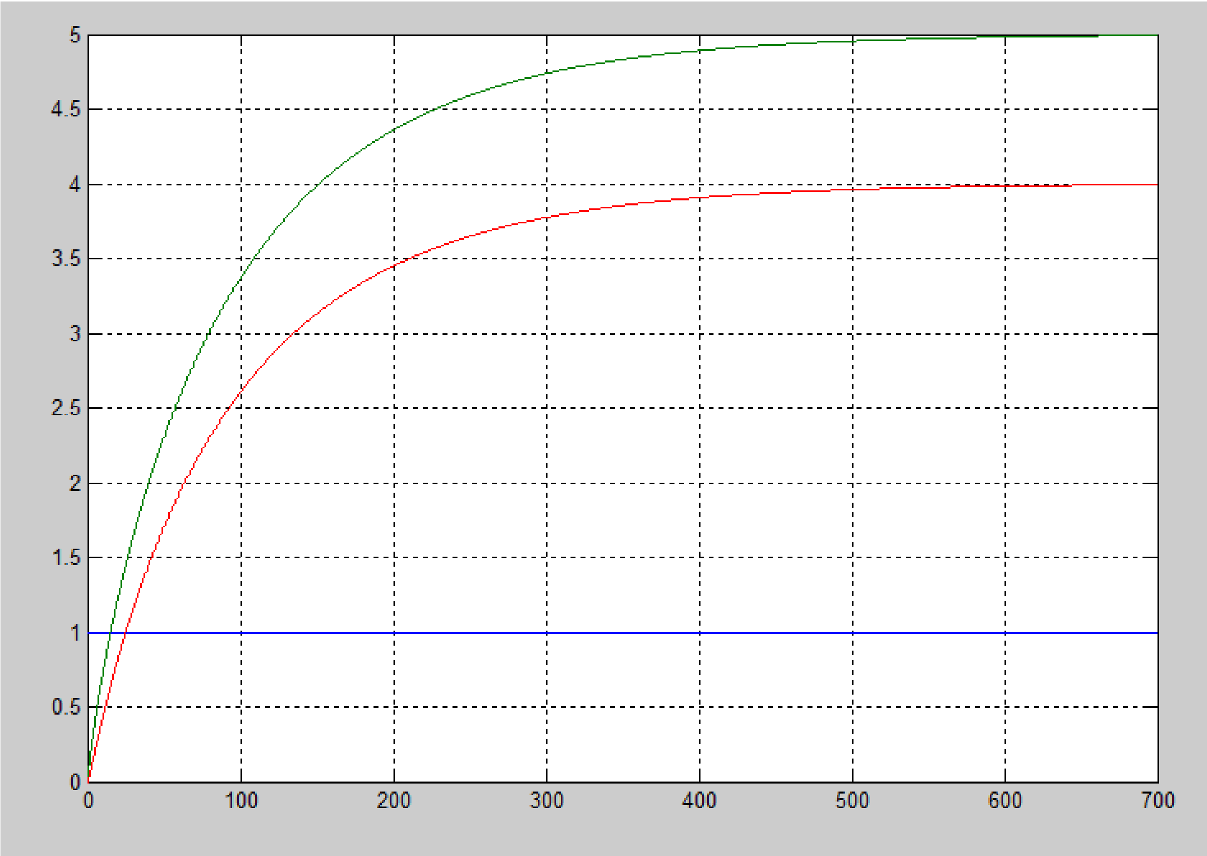
Przyjmijmy, że wartość nominalna dopływu q(t) jest stała i wynosi q_0. Obliczę stan równowagi układu, tzn. ustalone przy nominalnej wartości dopływu wartości h_1^0, h_2^0 poziomów wody w zbiornikach. Wartości te wyznaczamy z warunku zerowania się pochodnych $\dot{h_1}(t)$ i $\dot{h_2}(t)$. Mamy więc:

$$\begin{cases} 0 = f_1(h_1^0, h_2^0, q_0) \\ 0 = f_2(h_1^0, h_2^0, q_0) \end{cases}$$

Otrzymamy w przybliżeniu następujące wyniki h_1=4.9665, h_2=3.9842, zaś time=696.3581 dla q0=1 (są to wartości otrzymane w MATLABIE za pomocą funkcji ginput).

Rysunek 2 Model układu





Rysunek 3 Wykres poziomów wody w zbiornikach, dane początkowe

Analizując wykres przedstawiony na Rysunku 3, a także wykorzystując funkcję w MATLABie ginput, odczytującą wartości, możemy w przybliżeniu określić, że punktem dla którego proste stabilizują się są odpowiednio, dla $h_2(t)$ i $h_1(t)$, (696.3611, 3.9842) i (696.3611 , 4.9768). Natomiast teoretyczna wartość h_1 wynosi 5.0000, a h_2 4.0000. Porównując wynik moich obliczeń i odcztanych z wykresu, zauważamy że są one podobne, co do wartości.

Wartości teoretyczne jakie powinien przyjąć układ już ustabilizowany możemy odczytać analizując pochodną. Widzimy, że w nieskończoności układ będzie się wyrównywał natomiast styczna do wykresu funkcji będzie coraz bardziej równoległa do osi OX układu współrzędnych, szukamy więc wartości funkcji dla warunku zerowania się pochodnej, mamy:

```
h1=(mi1*mi1+mi2*mi2)*q*q      =5
h2=mi2*mi2*q*q                =4
```

Wnioski

Cel ćwiczenia laboratoryjnego nr 6 uważam za zrealizowany w stopniu bardzo dobrym. Po raz kolejny mogłem wykorzystać rozbudowane funkcje MATLAB-a, a ponadto nabyłem umiejętności, jeśli chodzi o tworzenie modeli obiektów sterowania. Zakładając, ze woda wylewa się proporcjonalnie do słupa wody, mogłem wyprowadzić odpowiednie zależności. Ponadto określiłem stan równowagi, wykorzystując warunek zerowania się pochodnych $\dot{h_1}(t)$ i $\dot{h_2}(t)$.