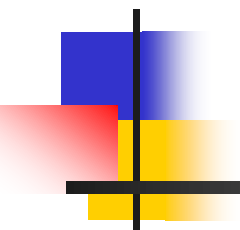


Grafika komputerowa

Wykład



Przekształcenia geometryczne



Co decyduje o realizmie tworzonych obrazów ...

Realizm obrazu – odwzorowanie w syntetycznym obrazie efektów wizualnych obserwowanych w naturze.

Czynniki decydujące o realizmie obrazu:

- **modelowanie geometryczne** - opis kształtu i położenia w przestrzeni wizualizowanych obiektów
- **modelowanie koloru** - opis cech powierzchni obiektów związanych z jej kolorem (*barwa, nasycenie i jasność*)
- **modelowanie tekstury** – opis cech obiektów związanych z charakterystycznymi własnościami makropowierzchni
- **modelowanie oświetlenia** - opis rozkładu oświetlenia na powierzchni obiektów (*rozkład cieni, odbłasku, rozjaśnień*) określony na podstawie definicji źródeł światła oraz własności optycznych powierzchni związanych z rozproszeniem energii świetlnej (*pochłanianie, załamanie i odbicie światła*)

Modelowanie geometryczne

Modelowanie krzywych i powierzchni (ang. *Curves & surface modeling*)

1. Metody interpolacyjne
 - interpolacja liniowa i wielomianowa
 - interpolacja paraboliczna
 - interpolacja Akima
 - powierzchnie Coonsa
2. Metody aproksymacyjne
 - krzywe i powierzchnie Beziera
 - krzywe i powierzchnie B-sklejane
 - krzywe i powierzchnie β i β_2 -sklejane

Modelowanie brył (ang. *Solid modeling*)

1. Prymitywy przestrzenne
2. Lokalizacja przestrzenna
3. Drzewa ósemkowe (ang. *octrees*)
4. Zakreślanie przestrzeni (ang. *sweeping*)
5. Konstrukcyjna geometria brył – CSG
(ang. *Constructive Solid Geometry*)
6. Siatki wielokątów
7. Opis brzegowy – BR (Brep)
(ang. *boundary representation*)

Modelowanie sceny

- przekształcenia modelujące (*translacja, skalowanie, obroty*)

Odwzorowanie sceny na płaszczyźnie (wireframe)

- przekształcenia rzutujące (*rzut perspektywiczny, ortogonalny*)

Definiowanie obserwatora Definiowanie okna zobrazowania

- przekształcenia geometryczne układu współrzędnych

Przekształcenia
geometryczne



Treść wykładu

Przekształcenia na płaszczyźnie

- przekształcenia 2D
- współrzędne jednorodne i macierzowa reprezentacja przekształceń 2D
- składanie przekształceń 2D

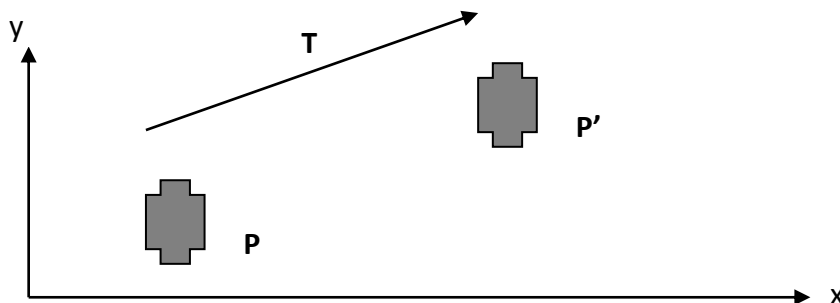
Przekształcenia w przestrzeni 3D

- układy współrzędnych 3D
- przekształcenia 3D
- składanie przekształceń 3D

Model procesu rzutowania 3D

- rzut perspektywiczny
- rzut ortogonalny
- normalizacja do układu współrzędnych urządzenia
- definiowanie okna zobrazowania (viewport)
- definiowanie obserwatora

Translacja (przesunięcie) – zmiana lokalizacji



$P = \{P_x, P_y\}$ - punkty obiektu przed przekształceniem

$P' = \{P'_x, P'_y\}$ - punkty obiektu po przekształceniu

$T = [d_x, d_y]$ - wektor translacji

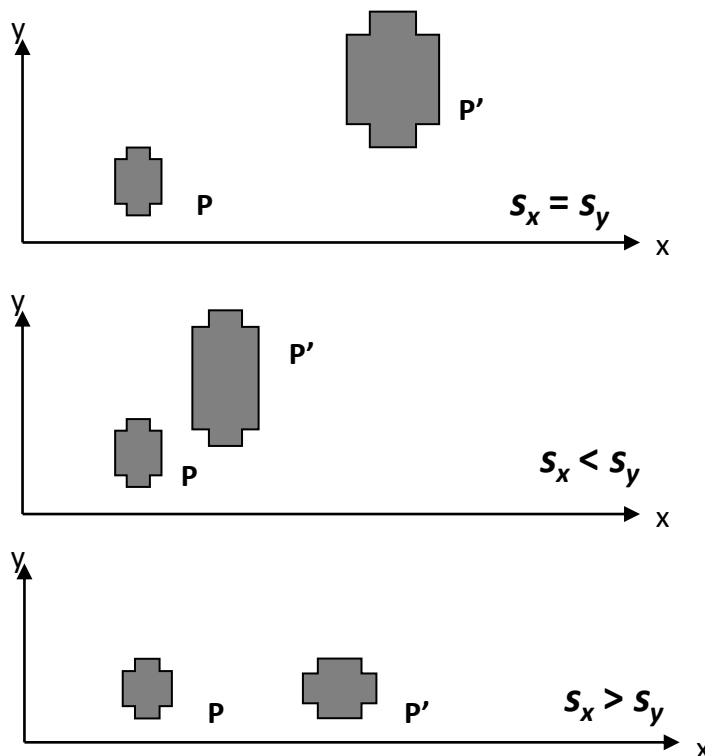
Zapis macierzowy:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix}$$

albo **$P' = P + T$**

gdzie: **T** – macierz przekształcenia

Skalowanie – zmiana rozmiaru



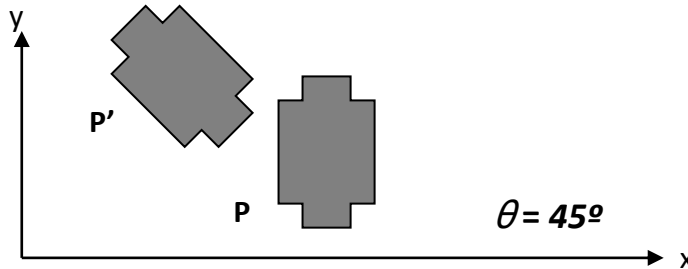
Zapis macierzowy:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \mathbf{P'} = \mathbf{SP}$$

gdzie: $\mathbf{S} = [s_x, s_y]$ – macierz przekształcenia, s_x i s_y – współczynniki skalowania

Obrót – zmiana orientacji

Obrót o kąt θ wokół początku układu współrzędnych



Zapis macierzowy:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

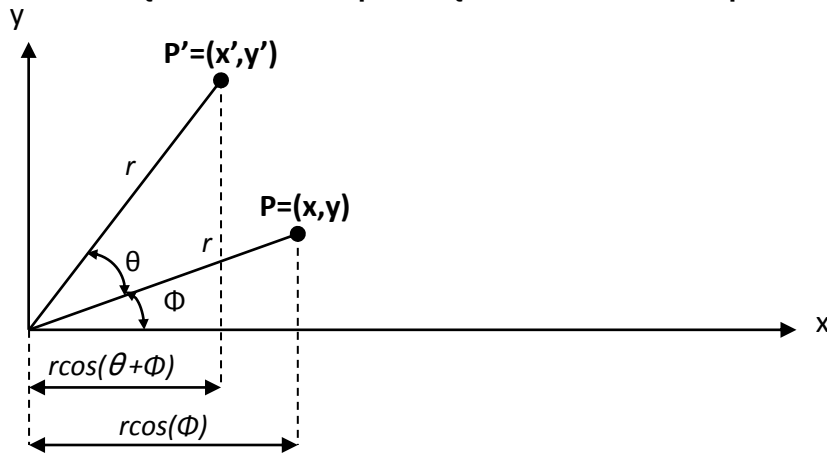
albo

$$\mathbf{P'} = \mathbf{R} \mathbf{P}$$

gdzie: \mathbf{R} macierz przekształcenia

Obrót – zmiana orientacji

Obrót o kąt θ wokół początku układu współrzędnych



$$x = r \cos \Phi, \quad y = r \sin \Phi \quad (1)$$

$$x' = r \cos(\theta + \Phi) = r \cos \Phi \cos \theta - r \sin \Phi \sin \theta \quad (2)$$

$$y' = r \sin(\theta + \Phi) = r \cos \Phi \sin \theta + r \sin \Phi \cos \theta \quad (3)$$

Po podstawieniu (1) do (2) i (3) otrzymamy:

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta, \quad y' = x \sin \theta + y \cos \theta \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Współrzędne jednorodne

Współrzędne punktów:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

trzecia współrzędna $w=1$

Macierze przekształceń:

1. Translacja

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P'} = \mathbf{TP}$$

2. Skalowanie

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P'} = \mathbf{SP}$$

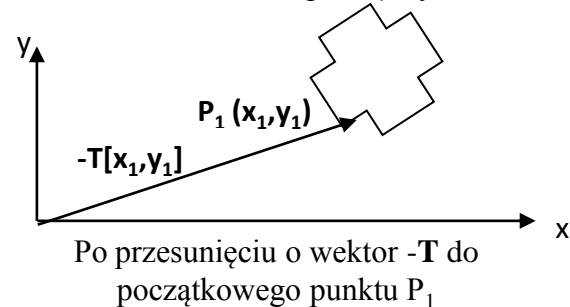
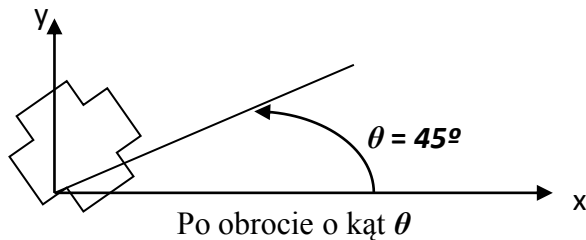
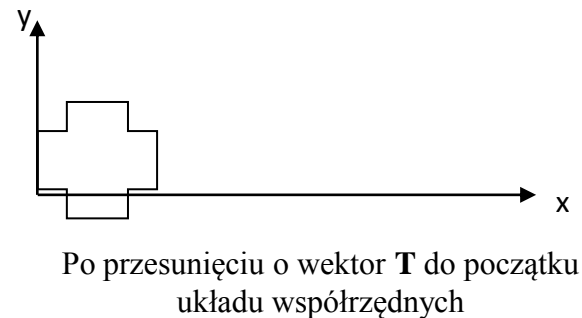
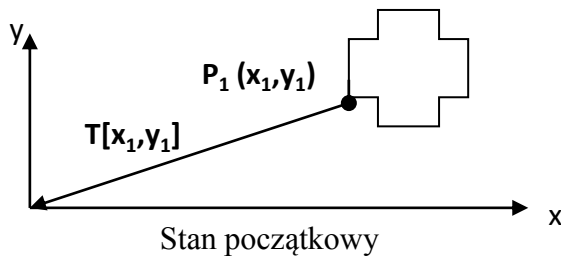
3. Obrót

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P'} = \mathbf{RP}$$

Składanie przekształceń 2D

Obrót obiektu wokół dowolnego punktu P_1 o kąt θ



Macierz przekształcenia:

$$T(x_1, y_1)R(\theta)T(-x_1, -y_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_1 \\ 0 & 1 & -y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Składanie przekształceń 2D

Skalowanie obiektu względem dowolnego punktu $\mathbf{P}_1[x_1, y_1]$

Kolejne kroki:

1. Przesunięcie o wektor $\mathbf{T}[x_1, y_1]$ tak aby punkt \mathbf{P}_1 znalazł się w początku układu współrzędnych
2. Skalowanie ze współczynnikami s_x, s_y
3. Przesunięcie o wektor $-\mathbf{T}$

Macierz przekształcenia:

$$T(x_1, y_1)S(s_x, s_y)T(-x_1, -y_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_1 \\ 0 & 1 & -y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Składanie przekształceń 2D

Skalowanie i obrót względem punktu $\mathbf{P}_1[x_1, y_1]$ będącym środkiem obrotu i skalowania i przesunięcie obiektu do punktu $\mathbf{P}_2[x_2, y_2]$

Kolejne kroki:

1. Przesunięcie o wektor $\mathbf{T}[x_1, y_1]$ tak aby punkt \mathbf{P}_1 znalazł się w początku układu współrzędnych
2. Skalowanie ze współczynnikami s_x, s_y
3. Obrót o kąt θ wokół początku układu współrzędnych
4. Przesunięcie o wektor $\mathbf{T}[x_2, y_2]$ do punktu \mathbf{P}_2

Macierz przekształcenia:

$$T(x_1, y_1)S(s_x, s_y)R(\theta)T(x_2, y_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_2 \\ 0 & 1 & y_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Składanie przekształceń 2D

Przypadki przemienności mnożenia macierzy

$$\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_2\mathbf{M}_1$$

\mathbf{M}_1	\mathbf{M}_2
<i>Translacja</i>	<i>Translacja</i>
<i>Skalowanie</i>	<i>Skalowanie</i>
<i>Obrót</i>	<i>Obrót</i>
<i>Skalowanie z $s_x=s_y$</i>	<i>Obrót</i>

W tych przypadkach nie musimy dbać o kolejność składania macierzy

Własności przekształceń odwrotnych

$$\mathbf{T}^{-1}(x,y) = \mathbf{T}(-x,-y)$$

$$\mathbf{R}^{-1}(\theta) = \mathbf{R}(-\theta)$$

$$\mathbf{S}^{-1}(s_x,s_y) = \mathbf{S}(1/s_x, 1/s_y)$$



Składanie przekształceń 2D

Przypadki przemienności mnożenia macierzy

$$\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_2\mathbf{M}_1$$

\mathbf{M}_1	\mathbf{M}_2
<i>Translacja</i>	<i>Translacja</i>
<i>Skalowanie</i>	<i>Skalowanie</i>
<i>Obrót</i>	<i>Obrót</i>
<i>Skalowanie z $s_x=s_y$</i>	<i>Obrót</i>

W tych przypadkach nie musimy dbać o kolejność składania macierzy

Własności przekształceń odwrotnych

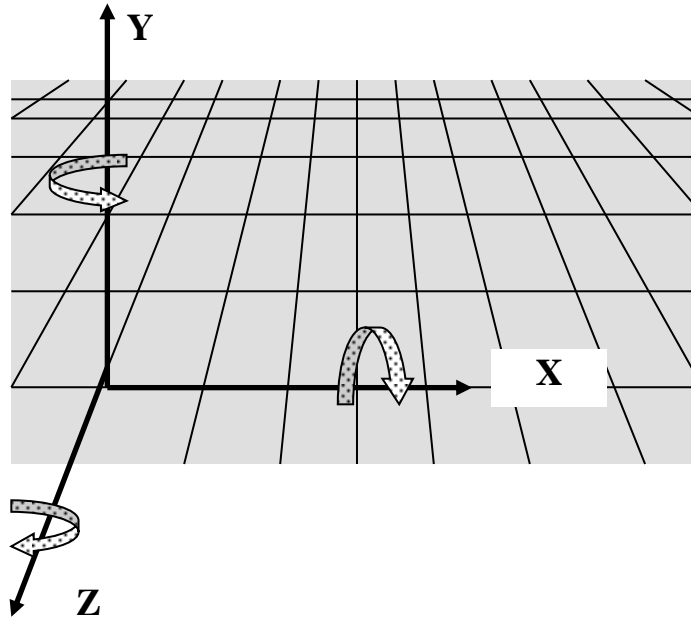
$$\mathbf{T}^{-1}(x,y) = \mathbf{T}(-x,-y)$$

$$\mathbf{R}^{-1}(\theta) = \mathbf{R}(-\theta)$$

$$\mathbf{S}^{-1}(s_x,s_y) = \mathbf{S}(1/s_x, 1/s_y)$$

Układy współrzędnych 3D

Prawoskrętny układ współrzędnych (wykorzystywany w OpenGL)

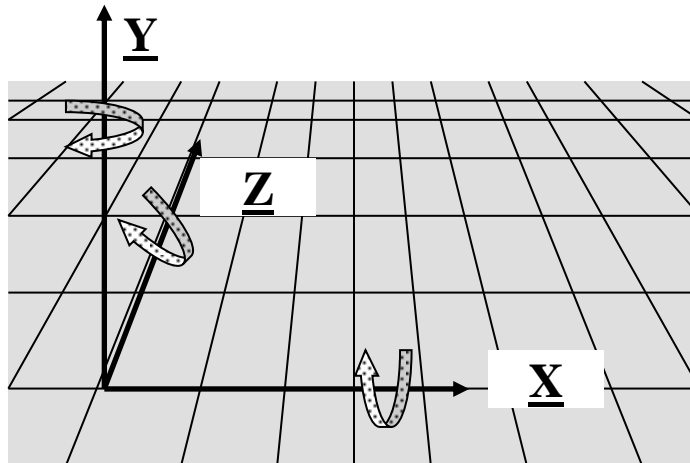


Dodatnie kąty obrotów - w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara, gdy patrzymy od strony dodatniej osi w kierunku początku układu

CCW – *Counter Clock Wise*

Układy współrzędnych 3D

Lewoskrętny układ współrzędnych



Dodatnie kąty obrotów - w kierunku zgodnym do ruchu wskazówek zegara, gdy patrzymy od strony dodatniej osi w kierunku początku układu

CW – Clock Wise



Macierz konwersji układów

$$M_{R \rightarrow L} = M_{L \rightarrow R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Przekształcenia geometryczne 3D

Przekształcenia geometryczne można przedstawić za pomocą macierzy, przez którą należy pomnożyć współrzędne wierzchołka którego chcemy zmodyfikować. Ogólna postać takiej macierzy to:

W zapisie współrzędnych punktu za pomocą wektora wierszowego:

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix}$$

W zapisie współrzędnych punktu za pomocą wektora kolumnowego:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{21} & M_{31} & M_{41} \\ M_{12} & M_{22} & M_{32} & M_{42} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} & M_{43} \\ M_{14} & M_{24} & M_{34} & M_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Przy przejściu z jednej konwencji zapisu do drugiej należy dokonać transponowania macierzy

$$(P \cdot M)^T = M^T \cdot P^T$$



Przekształcenia geometryczne 3D

Przekształcenia geometryczne dzielimy na:

- przekształcenia modelujące
 - translacja
 - skalowanie
 - obroty
- przekształcenia rzutujące
 - rzutowanie perspektywiczne
 - rzutowanie ortogonalne (równoległe)



Translacja

Macierz translacji:

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix}$$

operację translacji można przedstawić za pomocą wzorów:

$$\begin{aligned} x' &= x * 1 + y * 0 + z * 0 + 1 * T_x = x + T_x \\ y' &= x * 0 + y * 1 + z * 0 + 1 * T_y = y + T_y \\ z' &= x * 0 + y * 0 + z * 1 + 1 * T_z = z + T_z \end{aligned}$$

gdzie:

- x', y', z' - współrzędne wierzchołka po translacji
- x, y, z - współrzędne wierzchołka przed translacją
- T_x, T_y, T_z - wartości wektora translacji dla kolejnych osi X, Y, Z

[OpenGL: `glTranslate* (T_x T_y T_z);`]



Skalowanie

Macierz skalowania:

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

za pomocą wzorów:

$$x' = x * s_x$$

$$y' = y * s_y$$

$$z' = z * s_z$$

gdzie:

- x, y, z – współrzędne przed skalowaniem
- x', y', z' – współrzędne po skalowaniu
- s_x, s_y, s_z – współczynniki operacji skalowania

[OpenGL: `glScale* (sx, sy, sz);`]



Obroty

Macierz obrotu wokół osi X:

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

za pomocą wzorów:

$$y' = y_0 + (y - y_0) * \cos(\theta) + (z - z_0) * \sin(\theta);$$

$$z' = z_0 + (z - z_0) * \cos(\theta) - (y - y_0) * \sin(\theta);$$

$$x' = x_0$$

gdzie:

- x, y, z – współrzędne punktu przed obrotem
- x', y', z' – współrzędne punktu po obrocie
- x_0, y_0, z_0 - punkt wokół którego nastąpi obrót
- θ - kąt o jaki nastąpi obrót



Obroty

Macierz obrotu wokół osi Y:

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

za pomocą wzorów:

$$x' = x_0 + (x - x_0) * \cos(\theta) - (z - z_0) * \sin(\theta);$$

$$z' = z_0 + (z - z_0) * \cos(\theta) + (x - x_0) * \sin(\theta);$$

$$y' = y_0$$

gdzie:

- x, y, z – współrzędne punktu przed obrotem
- x', y', z' – współrzędne punktu po obrocie
- x_0, y_0, z_0 - punkt wokół którego nastąpi obrót
- θ - kąt o jaki nastąpi obrót



Obroty

Macierz obrotu wokół osi Z:

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

za pomocą wzorów:

$$x' = x_0 + (x - x_0) * \cos(\theta) + (y - y_0) * \sin(\theta);$$

$$y' = y_0 + (y - y_0) * \cos(\theta) - (x - x_0) * \sin(\theta);$$

$$z' = z_0$$

gdzie:

- x, y, z – współrzędne punktu przed obrotem
- x', y', z' – współrzędne punktu po obrocie
- x_0, y_0, z_0 - punkt wokół którego nastąpi obrót
- θ - kąt o jaki nastąpi obrót

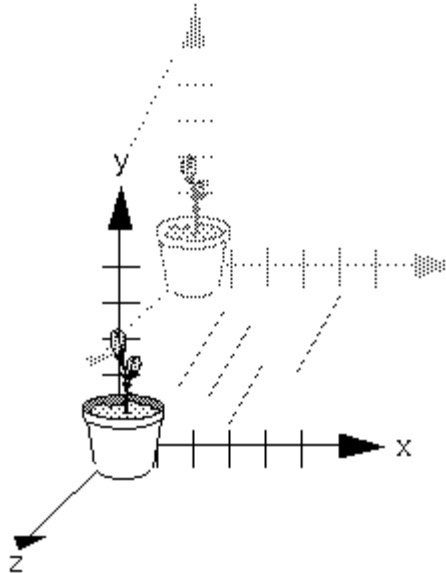
Przekształcenia modelujące w OpenGL

Translacja

`glTranslate* (T_x T_y T_z);`

Przykład:

`glTranslatef (0.0, 0.0, -50.0);`



Przekształcenia modelujące w OpenGL

Obrót

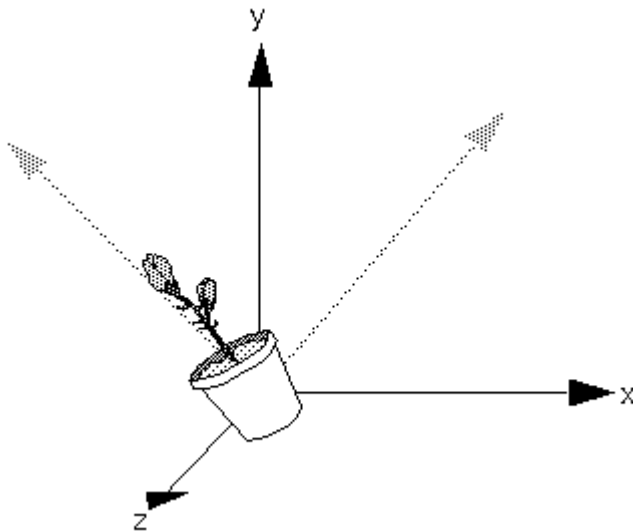
`glRotate* (θ , x , y , z);`

gdzie:

- θ – kąt obrotu w stopniach;
- (x, y, z) – oś obrotu

Przykład:

`glRotatef (45.0, 0.0, 0.0, 1.0);`



$(x, y, z) = (1, 0, 0)$ - obrót wokół os X;

$(x, y, z) = (0, 1, 0)$ - obrót wokół os Y;

$(x, y, z) = (0, 0, 1)$ - obrót wokół os Z;

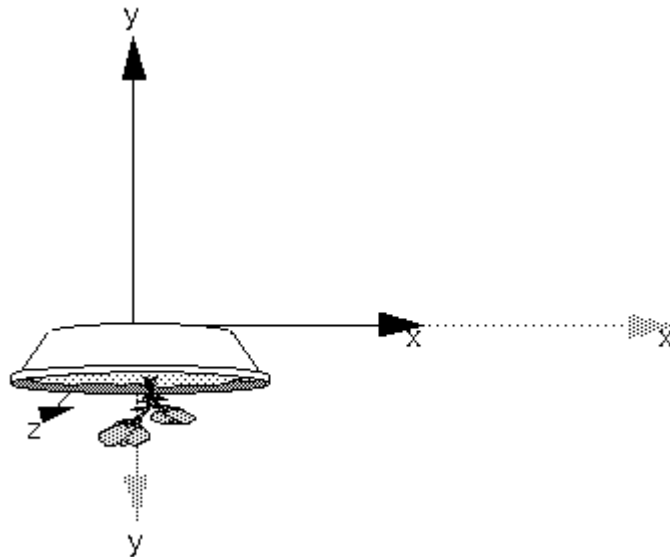
Przekształcenia modelujące w OpenGL

Skalowanie

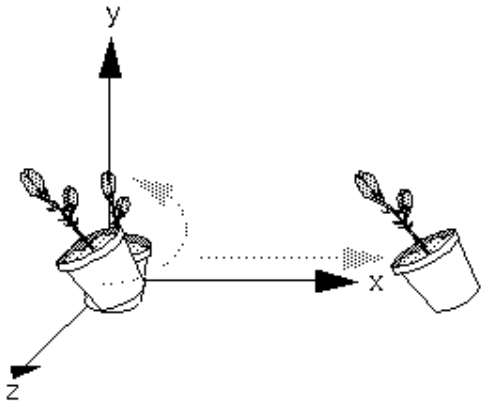
`glScale* (s_x, s_y, s_z);`

Przykład:

`glScalef (2.0, -0,5, 1.0);`

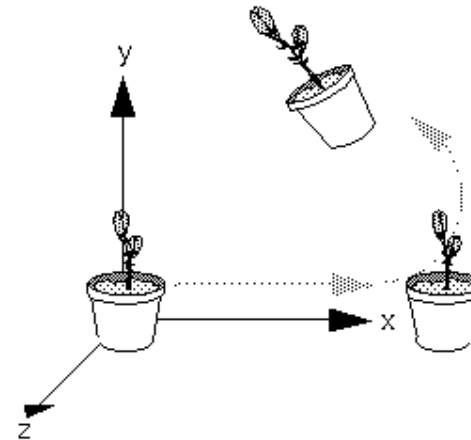


Składanie przekształceń



a) obrót + translacja

```
{  
glTranslatef (50.0, 0.0, 0.0);  
glRotatef (45.0, 0.0, 0.0, 1.0);  
draw_object();  
}
```



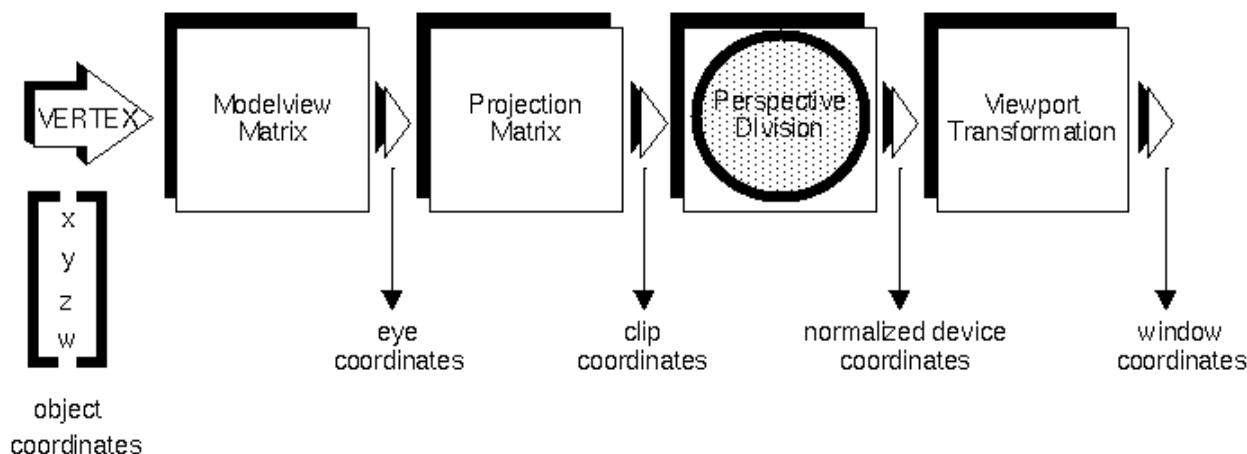
b) translacja + obrót

```
{  
glRotatef (45.0, 0.0, 0.0, 1.0);  
glTranslatef (50.0, 0.0, 0.0);  
draw_object();  
}
```

Uwaga:

Przekształcenia macierzowe w OpenGL wykonywane są w odwrotnej kolejności niż wynikałoby to z kodu programu. Przekształcenia wykonywane są na macierzy opisującej aktywny (aktualny) układ współrzędnych.

Model procesu rzutowania 3D

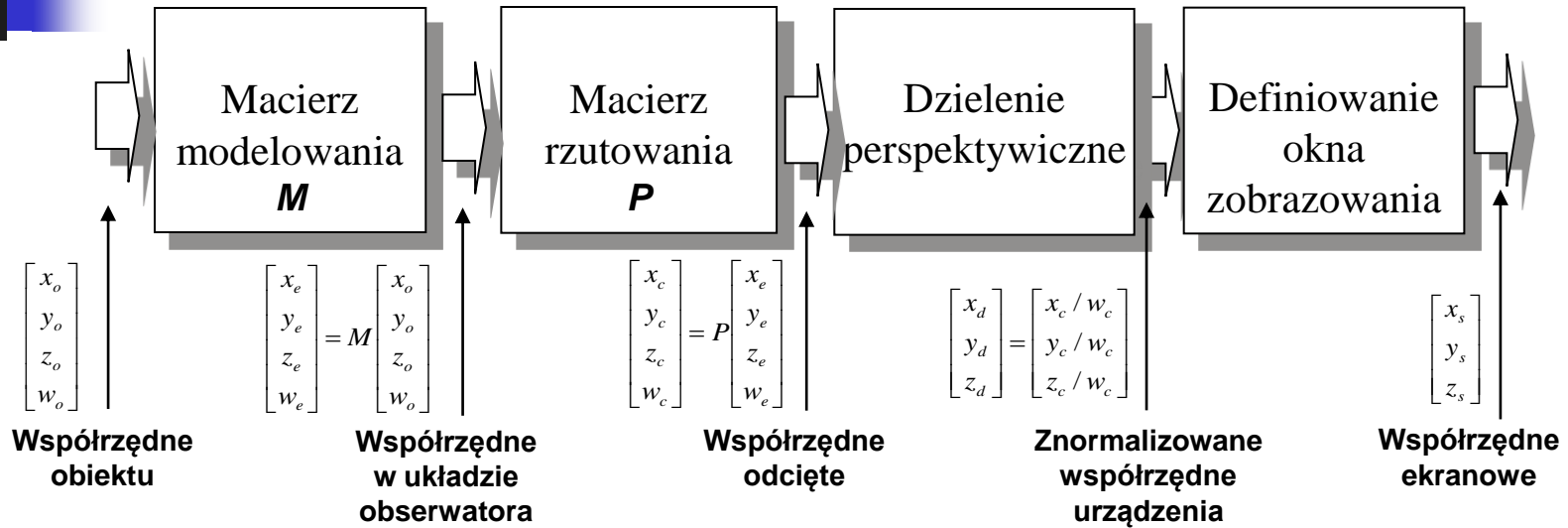


WEJŚCIE: Modele obiektów 3D (*układ współrzędnych obiektu*)

1. Macierz modelowania sceny: (*układ współrzędnych obserwatora*)
 - translacja
 - skalowanie
 - obrót
2. Macierz rzutowania: (*układ współrzędnych odciętych - płaszczyzny odcięcia*)
 - rzut perspektywiczny [OpenGL: `glFrustum()`; `glPerspective()`];
 - rzut ortogonalny [OpenGL: `glOrtho()`];
3. Dzielenie perspektywiczne - przekształcenie normalizujące:
(*układ współrzędnych urządzenia zobrazowania – współrzędne znormalizowane*)
4. Definiowanie okna zobrazowania [OpenGL: `glViewport()`];
(*układ współrzędnych okna zobrazowania - współrzędne ekranowe*)

WYJŚCIE: obraz sceny w oknie zobrazowania

Model procesu rzutowania 3D

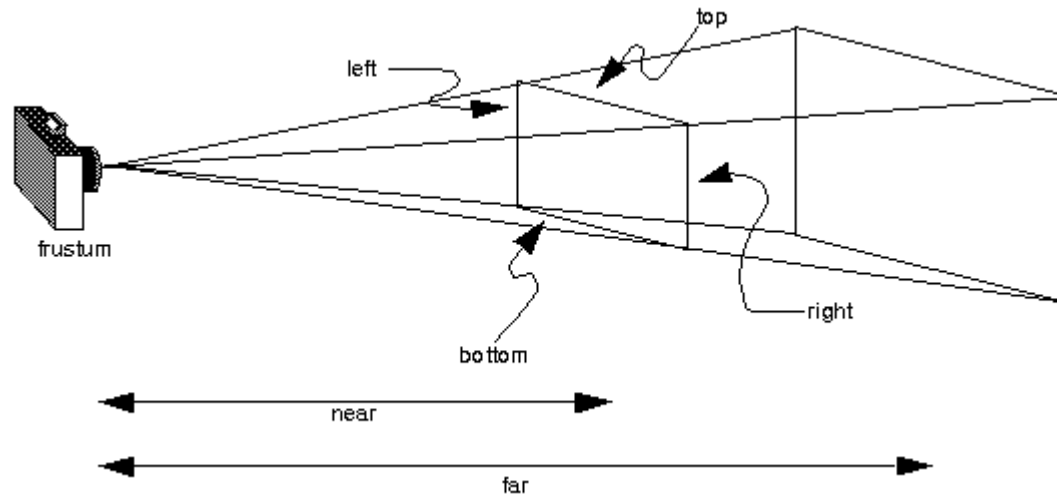


WEJŚCIE: Modele obiektów 3D (*układ współrzędnych obiektu*)

1. Macierz modelowania sceny: (*układ współrzędnych obserwatora*)
 - translacja
 - skalowanie
 - obrót
2. Macierz rzutowania: (*układ współrzędnych odciętych - płaszczyzny odcięcia*)
 - rzut perspektywiczny [OpenGL: glFrustum(); glPerspective();]
 - rzut ortogonalny [OpenGL: glOrtho();]
3. Dzielenie perspektywiczne - przekształcenie normalizujące:
(*układ współrzędnych urządzenia zobrażenia – współrzędne znormalizowane*)
4. Definiowanie okna zobrażenia [OpenGL: glViewport();]
(*układ współrzędnych okna zobrażenia - współrzędne ekranowe*)

WYJŚCIE: obraz sceny w oknie zobrażenia

Rzutowanie perspektywiczne



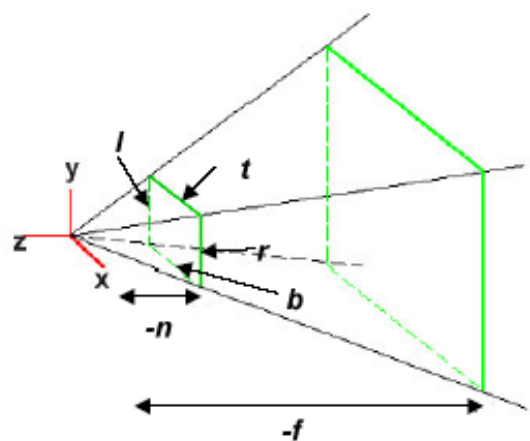
OpenGL: `glFrustum*(left, right, bottom, top, near, far);`

gdzie:

- *left, bottom, near* - współrzędne ($x, y, -z$) lewego dolnego wierzchołka
- *right, top, near* - współrzędne ($x, y, -z$) prawego górnego wierzchołka
- *near, far* – odległość płaszczyzn odcięcia

Funkcja generuje macierz przekształcenia rzutu perspektywicznego ***P***.

Rzutowanie perspektywiczne

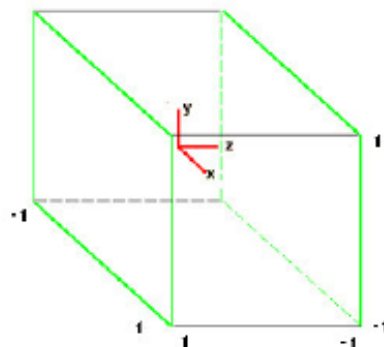


Układ współrzędnych obserwatora



$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ w_c \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \\ w_e \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c / w_c \\ y_c / w_c \\ z_c / w_c \end{bmatrix}$$



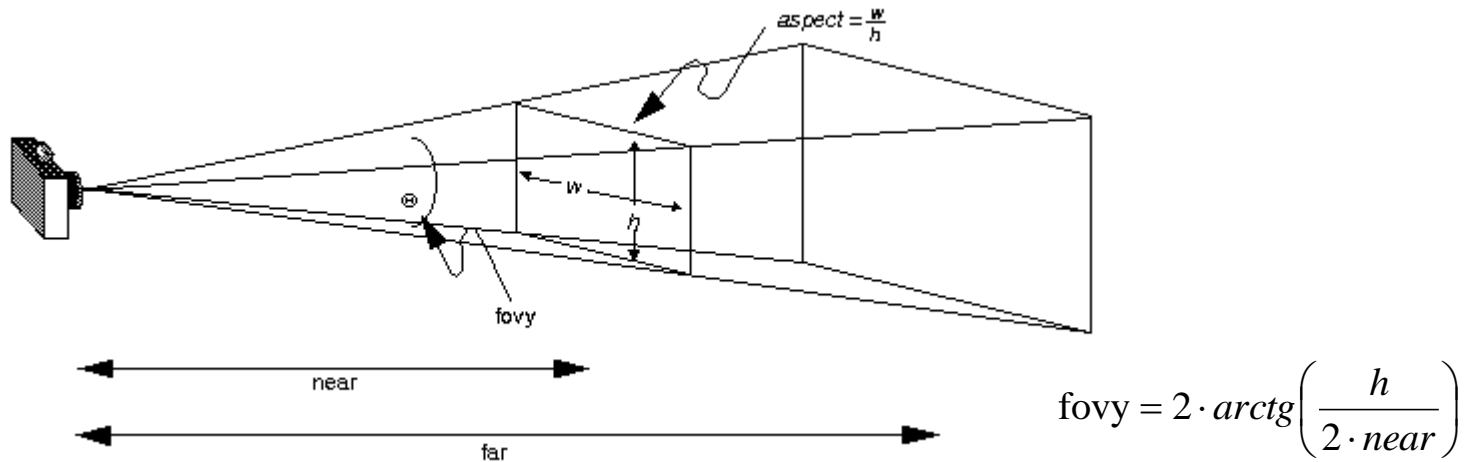
Układ znormalizowanych współrzędnych urządzenia

`glFrustum(l, r, b, t, n, f)`

$P =$

$$\begin{bmatrix} \frac{2n}{r-l} & 0 & \frac{r+t}{r-l} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & \frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(f+n)}{f-n} & \frac{-2fn}{f-n} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Rzutowanie perspektywiczne



OpenGL: `gluPerspective*(fovy, aspect, near, far);`

gdzie:

- *fovy* - kąt pola widzenia w płaszczyźnie pionowej YZ $[0, 180^\circ]$
- *aspect* - stosunek szerokości obszaru rzutowania do jego wysokości w/h
- *near, far* – odległość płaszczyzn odcięcia ($-z$)

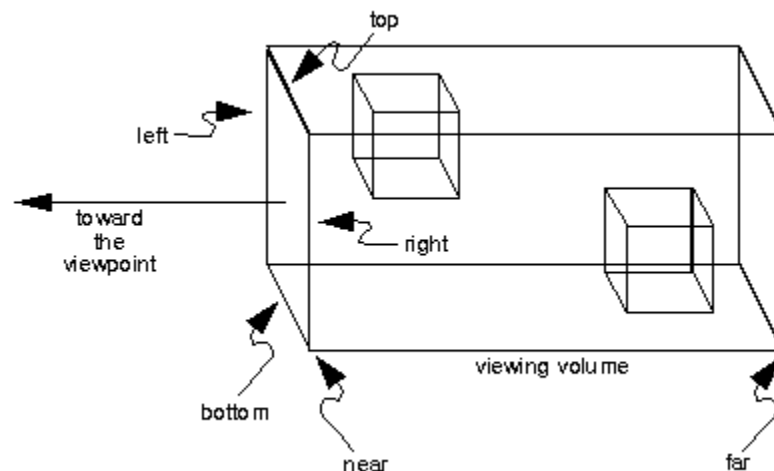
Przykład:

Zdefiniować obszar rzutowania obejmujący cały ekran monitora 15" (28 cm x 20 cm). Obserwator znajduje się w odległości 80 cm od monitora, obiekty znajdujące się w odległości większej niż 5 m nie będą rysowane.

1. `glFrustumf(-28.0/2, 28.0/2, -20.0/2, 20.0/2, 80.0, 500.0);`

2. `gluPerspectivef(14.25, 1.4, 80.0, 500.0);`

Rzutowanie równoległe



OpenGL: `glOrtho*(left, right, bottom, top, near, far);`

gdzie:

- *left, bottom, near* - współrzędne ($x, y, -z$) lewego dolnego wierzchołka
- *right, top, near* - współrzędne ($x, y, -z$) prawego górnego wierzchołka
- *near, far* - odległość płaszczyzn odcięcia

Funkcja **`glOrtho*()`**; generuje macierz przekształcenia rzutu równoległego ***R***:

Rzutowanie równoległe

Funkcja **glOrtho*** (*left, right, bottom, top, near, far*) generuje macierz przekształcenia rzutu równoległego:

$$R = \begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & -\frac{r+l}{r-l} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & -\frac{t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{f-n} & -\frac{f+n}{f-n} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ and } R^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{r-l}{2} & 0 & 0 & \frac{r+l}{2} \\ 0 & \frac{t-b}{2} & 0 & \frac{t+b}{2} \\ 0 & 0 & \frac{f-n}{-2} & \frac{n+f}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

gdzie:

- *l*: left, *r*: right, *b*: bottom, *t*: top, *n*: near, *f*: far
- $l \neq r$, $t \neq b$, $n \neq f$

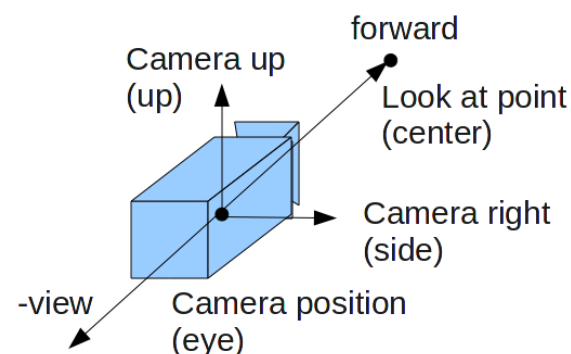
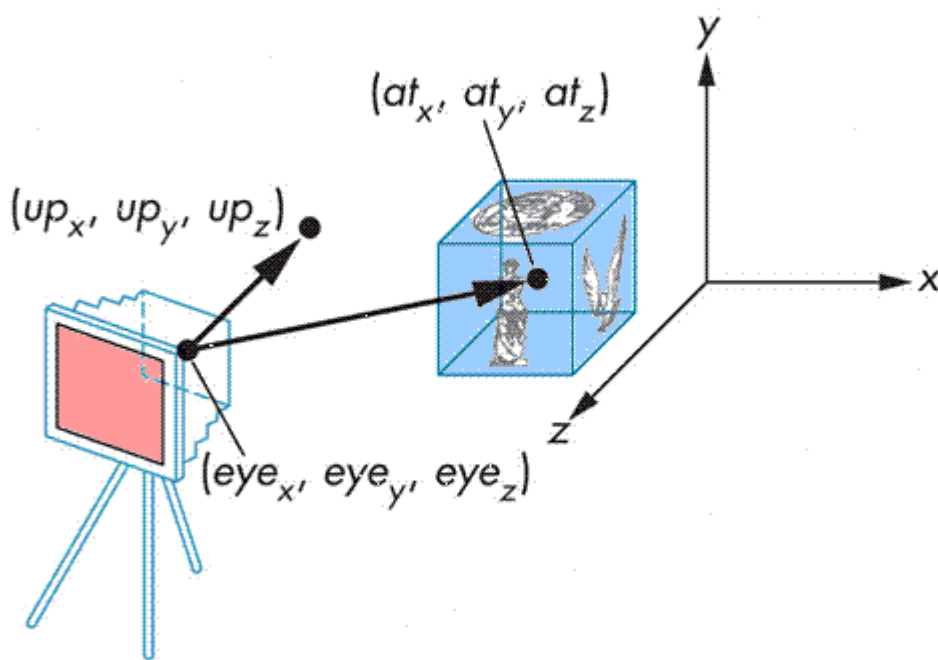
Definiowanie obserwatora

OpenGL: `gluLookAt(eyex, eyey, eyez, centerx, centery, centerz, upx, upy, upz);`

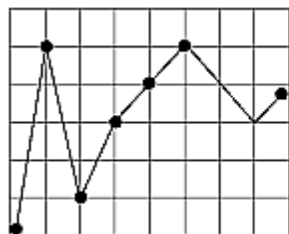
Funkcja umiejscawia obserwatora w punkcie o współrzędnych $(eyex, eyey, eyez)$.

Punkt $(centerx, centery, centerz)$ definiuje dowolny punkt leżący na osi widzenia, typowo jest to centralny punkt sceny (*punkt obserwacji*).

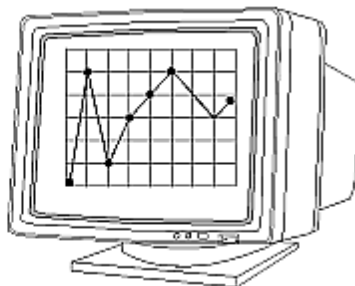
Współrzędne (upx, upy, upz) wyznaczają wektor obserwacji sceny (*up vector*) w oknie zobrazowania – typowa wartość $(0, 1, 0)$. *Up vector* wykorzystywany jest do definiowania obrotu kamery.



Definiowanie okna zobrazowania



Obszar zobrazowania
(*Viewing Volume*)



Okno graficzne
(*Viewport*)

OpenGL: `glViewport(x, y, width, height);`

Funkcja służy do zdefiniowania prostokątnego obszaru okna graficznego, w którym odwzorowywany będzie obraz

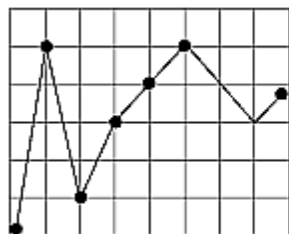
Parametry funkcji:

- x, y - współrzędne (x, y) lewego dolnego wierzchołka okna względem lewego, dolnego wierzchołka okna zobrazowania ekranu – wartość początkowa $(0, 0)$
- $width, height$ - szerokość i wysokość okna

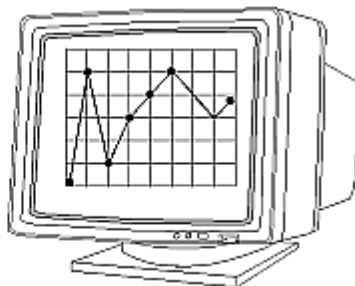
Uwaga:

Wszystkie wartości wyrażone w układzie współrzędnych ekranu (układ współrzędnych pikselowych)

Definiowanie okna zobrazowania



Obszar zobrazowania
(*Viewing Volume*)



Okno graficzne
(*Viewport*)

OpenGL: `glViewport(x, y, width, height);`

Funkcja służy do zdefiniowania prostokątnego obszaru okna graficznego, w którym odwzorowywany będzie obraz

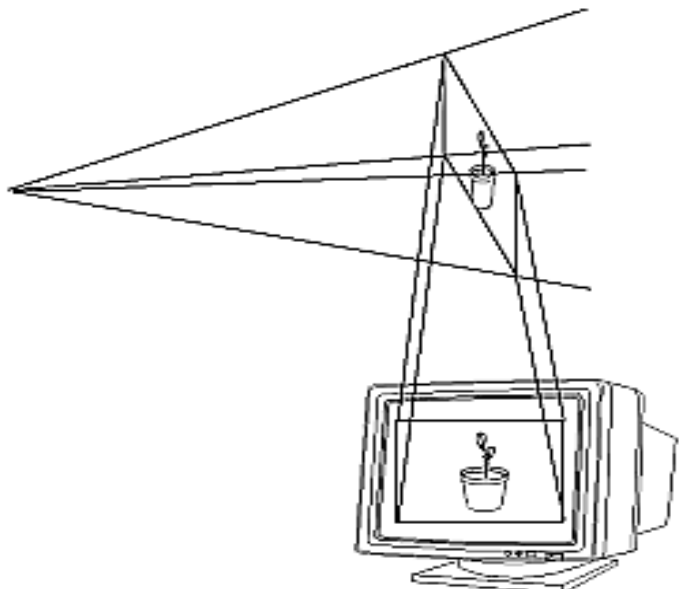
Parametry funkcji:

- x, y - współrzędne (x, y) lewego dolnego wierzchołka okna względem lewego, dolnego wierzchołka okna zobrazowania ekranu – wartość początkowa $(0, 0)$
- $width, height$ - szerokość i wysokość okna

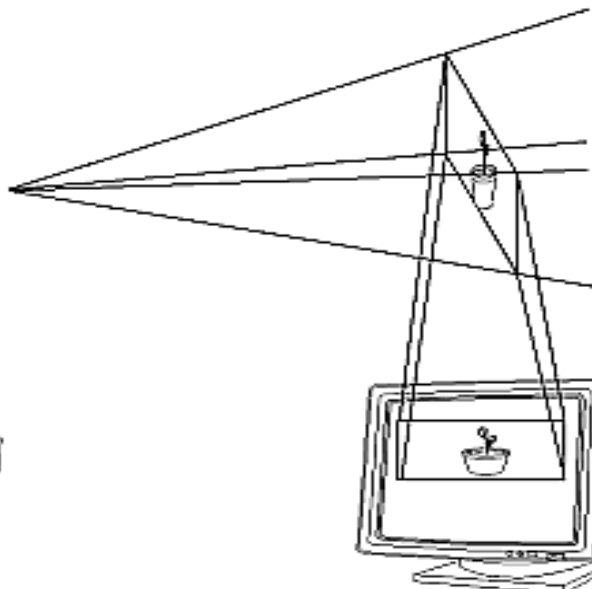
Uwaga:

Wszystkie wartości wyrażone w układzie współrzędnych ekranu (układ współrzędnych pikselowych)

Odwzorowanie obszaru zobrazowania w okno graficzne



zachowana proporcja
(równe aspekty okien)



brak proporcji

Okno obszaru
zobrazowania
(*Viewing Volume*)

Okno graficzne
(*Viewport*)