

*Altfel de copăcei...*

# ARBORI

# BINAR

*Mihai Scorbaru*

Problema determinării sumei elementelor unei subsecvențe a unui șir ale cărui valori se modifică în timp real apare destul de des în diferite aplicații. Ea a apărut, sub diverse forme și la anumite concursuri de programare. În cadrul acestui articol vom prezenta o structură de date care poate fi folosită pentru rezolvarea eficientă a acestei probleme.

## Introducere

Prin *subsecvență* înțelegem un subșir ale cărui elemente se



focus

# — focus —

Info nr. 13/1 - ianuarie 2003



<i>Operație</i>	<i>Matrice/Rezultat</i>
<b>Inițializare</b>	0 0 0 0 0 0 0 0 0
<b>Adună(2, 2, 3)</b>	0 0 0 0 3 0 0 0 0
<b>Adună(1, 3, 5)</b>	0 0 5 0 3 0 0 0 0
<b>Sumă(2, 1, 3, 3)</b>	3
<b>Adună(2, 1, 1)</b>	0 0 5 1 3 0 0 0 0
<b>Sumă(1, 2, 2, 3)</b>	8
<b>Adună(2, 2, -1)</b>	0 0 5 1 2 0 0 0 0
<b>Sumă(1, 2, 2, 3)</b>	7
<b>Adună(2, 2, 5)</b>	0 0 5 1 7 0 0 0 0
<b>Adună(2, 2, -5)</b>	0 0 5 1 2 0 0 0 0
<b>Adună(3, 2, 4)</b>	0 0 5 1 2 0 0 4 0
<b>Sumă(1, 1, 3, 3)</b>	12

Primul algoritm descris pentru cazul unidimensional poate fi adaptat foarte ușor pentru a rezolva cazul bidimensional al problemei. Vom păstra valorile matricei, le vom modifica dacă este necesar și vom calcula sumele cerute de interogări.

Versiunea în pseudocod este prezentată în continuare:

```
// inițializări
scrie Introduceți dimensiunile matricei:
citește M, N
pentru i  $\uparrow$  1, M execută
    pentru j  $\uparrow$  1, N execută
         $a_{ij} \uparrow 0$  // valorile inițiale sunt nule
    sfârșit pentru
sfârșit pentru
scrie Introduceți codul operației:
citește cod
cât timp cod  $\neq 3$  execută
    dacă cod = 1 // modificare
        atunci
            scrie Introduceți indicii elementului care va fi modificat:
            citește indx, indy
            scrie Introduceți valoarea care va fi adunată (valoare negativă pentru scăderi):
```

```
citește val
 $a_{indx, indy} \uparrow a_{indx, indy} + val$ 
altfel // interogare
scrie Introduceți coordonatele colțurilor:
citește st, sus, dr, jos
suma  $\uparrow 0$ 
pentru i  $\uparrow$  sus, jos execută
    pentru j  $\uparrow$  st, dr execută
        suma  $\uparrow$  suma +  $a_{ij}$ 
    sfârșit pentru
sfârșit pentru
```



ale matricei care reprezintă arborele de arbori indexați  
binar:  $c_{31}, c_{32}, c_{34}, c_{41}, c_{42}, c_{44}, c_{81}, c_{82}$  și  $c_{84}$ .



Aadar, în acest caz, interogările se referă la suma valorilor dintr-o "zonă paralelipipedică" a tabloului. Evident, pentru reprezentarea datelor vom folosi tablouri tridimensionale.

ai acest enunț poate fi reformulat în diferite moduri. O variantă ar putea fi:

*O zonă a spațiului este reprezentată de un paralelipiped format din cuburi cu latura egală cu unitatea. Dimensiunile paralelipipedului sunt  $M$ ,  $N$  și  $P$ . În fiecare sector (cub) pot sosi sau pleca nave spațiale. De asemenea, în fiecare moment amiralul flotei poate cere informații referitoare la numărul total de nave spațiale dintr-o regiune paralelipipedică din această zonă a spațiului.*