



## 7. Eldönthetetlen nyelvek. TIME, NTIME, SPACE és NSPACE összefüggései. Nevezetes nyelvosztályok összefüggései.

### Eldönthetetlen nyelvek

- **Eldönthetlenség:** Egy nyelv eldönthetetlen, ha nincs olyan Turing-gép, amely minden lehetséges bemenetre helyesen eldönti, hogy a bemenet a nyelv eleme-e.
  - **Példa - Megállási probléma (Halting Problem):** Létezik-e olyan Turing-gép, amely eldönti, hogy egy adott Turing-gép egy adott bemeneten megáll-e?
    - **Tétel:** A megállási probléma eldönthetetlen.
    - **Bizonyítás:** Diagonálizáció módszerével.
- **Rekurzív és rekurzívan felsorolható nyelvek:**
  - **Rekurzív nyelv:** Olyan nyelv, amelyet egy Turing-gép minden bemenetre nézve megállással eldönt.
  - **Rekurzívan felsorolható nyelv:** Olyan nyelv, amelyet egy Turing-gép felismer, azaz a nyelvhez tartozó bemeneteket elfogadja, de a nyelvhez nem tartozó bemenetekre nem feltétlenül áll meg.

## TIME, NTIME, SPACE és NSPACE összefüggései

- **TIME és NTIME összefüggései:**

- **Deterministic Time (TIME):** Az időbonyolultsági osztályok azon nyelvek halmazát tartalmazzák, amelyek eldönthetők determinisztikus Turing-gépekkel adott időkorlát alatt.
  - $P$ : Polinomiális időben eldönthető nyelvek osztálya.
  - $EXPTIME$ : Exponenciális időben eldönthető nyelvek osztálya.
- **Nondeterministic Time (NTIME):** Az időbonyolultsági osztályok azon nyelvek halmazát tartalmazzák, amelyek eldönthetők nondeterminisztikus Turing-gépekkel adott időkorlát alatt.
  - $NP$ : Polinomiális időben eldönthető nyelvek nondeterminisztikus Turing-gépekkel.
  - $NEXP$ : Exponenciális időben eldönthető nyelvek nondeterminisztikus Turing-gépekkel.
- **Kapcsolat:**  $P \subseteq NP \subseteq EXPTIME \subseteq NEXP$

- **SPACE és NSPACE összefüggései:**

- **Deterministic Space (SPACE):** Azok a nyelvek, amelyek eldönthetők determinisztikus Turing-gépekkel adott tárkorlát alatt.
  - $L$ : Logaritmikus tárban eldönthető nyelvek osztálya.
  - $PSPACE$ : Polinomiális tárban eldönthető nyelvek osztálya.
- **Nondeterministic Space (NSPACE):** Azok a nyelvek, amelyek eldönthetők nondeterminisztikus Turing-gépekkel adott tárkorlát alatt.

- $NL$ : Logaritmikus tárban eldönthető nyelvek nemdeterminisztikus Turing-gépekkel.
- $NPSPACE$ : Polinomiális tárban eldönthető nyelvek nemdeterminisztikus Turing-gépekkel.
- **Kapcsolat:**  $L \subseteq NL \subseteq PSPACE = NPSPACE$

### Nevezetes nyelvosztályok összefüggései

- $P$  és  $NP$  kapcsolata:
  - Nyitott kérdés:  $P = NP$ ?
  - Ha  $P = NP$ , akkor minden probléma, amely megoldható nemdeterminisztikus Turing-géppel polinomiális időben, determinisztikus Turing-géppel is megoldható polinomiális időben.
- $L$  és  $P$  kapcsolata:
  - $L \subseteq P$
  - Minden logaritmikus tárban eldönthető nyelv polinomiális időben is eldönthető.
- $NL$  és  $PSPACE$  kapcsolata:
  - $NL \subseteq PSPACE$
  - Minden logaritmikus tárban nemdeterminisztikus Turing-géppel eldönthető nyelv polinomiális tárban determinisztikus Turing-géppel is eldönthető.
- $PSPACE$  és  $EXPTIME$  kapcsolata:
  - $PSPACE \subseteq EXPTIME$
  - Minden polinomiális tárban eldönthető nyelv exponenciális időben is eldönthető.



- További kapcsolatok:
  - $P \subseteq PSPACE$
  - $NP \subseteq NPSPACE = PSPACE$

Ezek az összefüggések és definíciók segítenek megérteni a különböző nyelvosztályok közötti kapcsolatokat és a számításelmélet alapvető kérdéseit, beleértve az eldönthetetlen nyelveket és a bonyolultsági osztályok közötti relációkat.