

ChatGPT 4o

9. A SAT nyelv teljessége (bizonyítása csak vázlatosan). A 3-SAT és 3-SZIN nyelvek NP-teljessége. Példák más osztályokra teljes nyelvekre.

A SAT nyelv teljessége (bizonyítás vázlatosan)

SAT probléma:

Probléma: Létezik-e olyan változóértékelés, amely kielégíti a Boole-formulát?

Cook-Levin tétel (1971):

Tétel: A SAT probléma NP-teljes.

Bizonyítás vázlatosan:

1. NP-ben levés: A SAT probléma NP-ben van, mert egy nemdeterminisztikus Turing-gép polinomiális időben képes ellenőrizni egy adott változóértékelést.

2. NP-nehézség: Minden  $L \in NP$  probléma polinomiális időben visszavezethető a SAT problémára. Azaz minden nemdeterminisztikus polinomiális időbonyolultságú Turing-gép számítási folyamatát le lehet írni egy Boole-formulaként, amely kielégíthető, ha és csak ha a Turing-gép elfogadja a bemenetet.

A 3-SAT nyelv NP-teljessége

3-SAT probléma:

Probléma: Létezik-e olyan változóértékelés, amely kielégíti a 3-KNF formájú Boole-formulát?

3-KNF: Egy Boole-formula, amely konjunkciók (AND) diszjunkciók (OR) 3 literálból álló klózáiból.

NP-teljesség:

NP-ben levés: A 3-SAT probléma NP-ben van, mert egy nemdeterminisztikus Turing-gép polinomiális időben képes ellenőrizni egy adott változóértékelést.

Üzenet a következőnek: ChatGPT

ChatGPT can make mistakes. Check important info.

ChatGPT 4o

NP-teljesség:

NP-ben levés: A 3-SAT probléma NP-ben van, mert egy nemdeterminisztikus Turing-gép polinomiális időben képes ellenőrizni egy adott változóértékelést.

NP-nehézség: A SAT probléma polinomiális időben visszavezethető a 3-SAT problémára. Azaz minden SAT formula polinomiális időben átalakítható egy 3-KNF formulává, amely kielégíthető, ha és csak ha az eredeti SAT formula kielégíthető.

A 3-SZIN nyelv NP-teljessége

3-SZIN probléma:

Probléma: Létezik-e olyan 3 színnel való színezése a gráfnak, hogy két szomszédos csúcs mindig különböző színű legyen?

NP-ben levés: A 3-SZIN probléma NP-ben van, mert egy nemdeterminisztikus Turing-gép polinomiális időben képes ellenőrizni egy adott csúcsszínezést.

NP-nehézség: A 3-SAT probléma polinomiális időben visszavezethető a 3-SZIN problémára. Azaz minden 3-SAT formula polinomiális időben átalakítható egy gráffá, amely 3 színezhető, ha és csak ha a 3-SAT formula kielégíthető.

Példák más osztályokra teljes nyelvekre

P-teljes nyelvek:

Példa: Lineáris programozás.

Probléma: Megoldható-e egy lineáris egyenlőtlenségekből álló rendszer egy adott célfüggvény maximalizálásával?

Teljesség: Bármely P osztályba tartozó probléma polinomiális időben visszavezethető lineáris programozásra.

PSPACE-teljes nyelvek:

Üzenet a következőnek: ChatGPT

ChatGPT can make mistakes. Check important info.

- **teljesség:** bármely  $r$  osztályba tartozó probléma polinomiális időben visszavezethető lineáris programozásra.

- **PSPACE-teljes nyelvek:**

- **Példa:** Kvantifikált Boole-formula (QBF).
- **Probléma:** Igaz-e egy kvantifikált Boole-formula  $(\exists x_1 \forall x_2 \exists x_3 \dots \varphi(x_1, x_2, x_3, \dots))$ ?
- **Teljesség:** Bármely PSPACE osztályba tartozó probléma polinomiális időben visszavezethető QBF-re.

- **EXPTIME-teljes nyelvek:**

- **Példa:** Reversi/Othello játék döntési problémája.
- **Probléma:** Melyik lépés visz legközelebb a nyertes esélyéhez?
- **Teljesség:** Bármely EXPTIME osztályba tartozó probléma polinomiális időben visszavezethető Reversi/Othello játékra.

Ezek a példák és definíciók segítenek megérteni a különböző nyelvosztályok közötti kapcsolatokat, és hogyan lehet bizonyítani egy nyelv teljességét az adott osztályban. A SAT, 3-SAT és 3-SZIN nyelvek NP-teljessége különösen fontos a számításmélet központi kérdéseinek megértésében.

🗨️ 📄 🔄 🗑️

Tétel\_1.md  
Fájl

Tétel\_2.md  
Fájl

Tétel\_3.md  
Fájl

Tétel\_4.md  
Fájl



Üzenet a következőnek: ChatGPT

ChatGPT can make mistakes. Check important info.

