

8. Visszavezetések. Nehézség és teljesség. Teljes nyelvek keresése. A számításelmélet központi kérdése és az NP-teljes nyelvek szerepe. Példák NP-teljes nyelvekre.

Visszavezetések

- **Visszavezetés (Reduction):**
 - Egy probléma A visszavezethető egy másik problémára B (jelölés: $A \leq_p B$), ha létezik egy polinomiális időben futó algoritmus, amely A -t B -re transzformálja úgy, hogy az A -ban való eldöntés B -ben való eldöntésre vezethető vissza.
- **Karp-féle visszavezetés (Karp Reduction):**
 - Egy probléma A Karp-féle visszavezetése egy másik problémára B polinomiális időben:
 - Létezik egy polinomiális időben futó függvény f , hogy minden x -re: $x \in A \iff f(x) \in B$.

Nehézség és teljesség

- **Nehézség:**
 - Egy probléma nehézsége azt jelenti, hogy bármely más probléma az adott osztályban polinomiális időben visszavezethető rá.
 - Ha egy probléma C -nehéz, akkor minden C -beli probléma visszavezethető rá.

- **Teljesség:**
 - Egy probléma teljes egy adott osztályban, ha nehéz és az osztályba tartozik.
 - C -teljes probléma: Az a probléma, amely C -nehéz és C -beli.

Teljes nyelvek keresése

- **Teljes nyelvek fontossága:**
 - Ha sikerül egy NP -teljes nyelvről belátni, hogy polinomiális időben eldönthető, akkor $P = NP$.
 - A teljes nyelvek segítségével könnyebb bizonyítani más problémák nehézségét és teljességét.
- **NP -teljes nyelv keresése:**
 - Találni kell egy már ismert NP -teljes nyelvet.
 - Bizonyítani kell, hogy egy adott nyelv NP -ben van.
 - Meg kell találni a polinomiális időben visszavezetést a már ismert NP -teljes nyelvre.

A számításelmélet központi kérdése

- P vs. NP kérdése:
 - P : Azon problémák halmaza, amelyek determinisztikus Turing-géppel polinomiális időben megoldhatók.
 - NP : Azon problémák halmaza, amelyek nemdeterminisztikus Turing-géppel polinomiális időben megoldhatók.
 - Központi kérdés: $P = NP$?
 - Ha $P = NP$, akkor minden nemdeterminisztikus polinomiális időben megoldható probléma determinisztikus polinomiális időben is megoldható.

NP-teljes nyelvek szerepe

- NP-teljes problémák jelentősége:
 - Az NP-teljes problémák a legnehezebb problémák az NP osztályban.
 - Ha egy NP-teljes probléma polinomiális időben megoldható, akkor minden NP-beli probléma polinomiális időben megoldható.
 - Az NP-teljes problémák tanulmányozása segít megérteni az NP osztály bonyolultsági struktúráját.

Példák NP-teljes nyelvekre

1. SAT (Boole-kielégíthetőség) probléma:

- **Probléma:** Létezik-e olyan változóértékelés, amely kielégíti a Boole-formulát?
- **Teljesség bizonyítása:** Cook-Levin tétel.

2. 3-SAT probléma:

- **Probléma:** Létezik-e olyan változóértékelés, amely kielégíti a 3-KNF formájú Boole-formulát?
- **Visszavezetés:** SAT-ról polinomiális időben visszavezethető 3-SAT-ra.

3. Hamilton-kör probléma:

- **Probléma:** Létezik-e a gráfban olyan kör, amely minden csúcsot pontosan egyszer érint?
- **Visszavezetés:** Polinomiális időben visszavezethető 3-SAT-ra.

4. Utazóügynök probléma (Travelling Salesman Problem - TSP):

- **Probléma:** Létezik-e olyan körút, amely legfeljebb k hosszú és minden várost pontosan egyszer érint?
- **Visszavezetés:** Polinomiális időben visszavezethető Hamilton-kör problémára.

5. Knapsack (Hátizsák) probléma:

- **Probléma:** Létezik-e olyan elemek kiválasztása, amely nem lépi túl a hátizsák kapacitását és maximális értéket ad?
- **Visszavezetés:** Polinomiális időben visszavezethető 3-SAT-ra.

Összefoglalás

- A visszavezetések, nehézség és teljesség fogalmai alapvető fontosságúak a számításelméletben.
- Az NP-teljes problémák tanulmányozása segít megérteni az NP osztály bonyolultsági struktúráját és a P vs. NP kérdést.
- Az NP-teljes problémákra adott példák segítenek illusztrálni a teljesség és visszavezetések alkalmazását a számításelméletben.