



5. Nemdeterminisztikus Turing-gép működése és definíciója, hozzájuk kapcsolódó fogalmak. Szimulációja determinisztikus Turing-géppel. Nemdeterminisztikus bonyolultsági osztályok.

Nemdeterminisztikus Turing-gép működése és definíciója

- **Nemdeterminisztikus Turing-gép elemei:**
 - **Szalag (Σ):** Végtelen hosszúságú, cellákra osztott szalag, amelyre jelek (betűk) írhatók.
 - **Fej:** A szalag egy celláját olvassa vagy írja, és mozoghat balra vagy jobbra.
 - **Állapotok halmaza (Q):** A gép belső állapotainak véges halmaza.
 - **Kezdőállapot (q_0):** A Turing-gép kezdeti állapota.
 - **Elfogadó állapotok halmaza (F):** Azok az állapotok, amelyekben a gép elfogad egy bemenetet.
 - **Állapotátmenet függvény (δ):** Meghatározza, hogyan változik az állapot, a szalagra írandó jel és a fej mozgásának iránya egy adott állapot és szalagjel alapján.
 - **Nemdeterminisztikus esetben:** $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Sigma \times \{L, R\})$
- **Nemdeterminisztikus Turing-gép definíciója:**
 - Σ : Szalagjelek halmaza
 - Q : Állapotok halmaza
 - q_0 : Kezdőállapot
 - F : Elfogadó állapotok halmaza
 - δ : Állapotátmenetfüggvény: $\delta(q, a) = \{(q', b, m)\}$
 - Ahol δ több lehetséges kimenetet adhat egy adott állapot és szalagjel kombinációra.

Kapcsolódó fogalmak

- **Konfiguráció:**
 - A Turing-gép aktuális állapota, a szalag tartalma és a fej pozíciója.
 - Jelölése: $(q, \alpha a \beta)$, ahol q az aktuális állapot, α és β a szalag bal és jobb oldala, a pedig az aktuálisan olvasott betű.
- **Megállási konfiguráció:**
 - Olyan konfiguráció, amelyben a Turing-gép nem tud továbblépni.
 - Az állapotátmenetfüggvény nincs értelmezve az aktuális állapoton és szalagon lévő jelnél, vagy az aktuális állapot az elfogadó állapotok halmazában van.
- **Elfogadás/elutasítás:**
 - **Elfogadás:** Ha a Turing-gép eljut egy elfogadó állapotba, akkor elfogadja a bemenetet.
 - **Elutasítás:** Ha a Turing-gép megállás nélkül fut, vagy elutasító állapotba kerül, akkor elutasítja a bemenetet.
- **Időkorlát:**
 - Az a maximális lépésszám, amelyet a Turing-gép végrehajt egy adott bemeneten.
 - **Időbonyolultság:** Az adott bemenetre a Turing-gép által végrehajtott lépések száma.
 - **Időkorlátos Turing-gép:** Olyan Turing-gép, amely egy polinom időbonyolultsági korlátot nem lép túl.

Szimulációja determinisztikus Turing-géppel

- Szimuláció lépései:
 - A nemdeterminisztikus Turing-gép minden lehetséges futási ága egy determinisztikus Turing-gép által szimulálható.
 - A determinisztikus Turing-gép egy számítási fát generál, amelyben minden ágon végigfut.
 - Az összes lehetséges konfigurációt és állapotot bejárja, amíg el nem ér egy elfogadó konfigurációt vagy az összes ágat végig nem futja.
- **Tétel:** Bármely $t(n)$ időkorlátos nemdeterminisztikus Turing-gép szimulálható $2^{O(t(n))}$ időkorlátos determinisztikus Turing-géppel.
- **Példa:**
 - A nemdeterminisztikus Turing-gép egy $t(n)$ lépéses futási ideje során legfeljebb $t(n)$ hosszúságú számítási ággal rendelkezik.
 - A determinisztikus Turing-gép szimulációja ennek megfelelően exponenciális időben fut le.

Nemdeterminisztikus bonyolultsági osztályok

- **Nemdeterminisztikus időbonyolultsági osztályok:**
 - $NTIME(t(n))$: Azok a nyelvek, amelyek eldönthetők egy $t(n)$ időkorlátos nemdeterminisztikus Turing-géppel.
 - NP : Azok a nyelvek, amelyek eldönthetők polinomiális időkorlátos nemdeterminisztikus Turing-géppel. $NP = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} NTIME(n^k)$
 - $NEXP$: Azok a nyelvek, amelyek eldönthetők exponenciális időkorlátos nemdeterminisztikus Turing-géppel. $NEXP = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} NTIME(2^{n^k})$

- **Nemdeterminisztikus bonyolultsági osztályok:**
 - $NSPACE(s(n))$: Azok a nyelvek, amelyek eldönthetők egy $s(n)$ tárkorlátos nemdeterminisztikus Turing-géppel.
 - $NPSPACE$: Azok a nyelvek, amelyek eldönthetők polinomiális tárkorlátos nemdeterminisztikus Turing-géppel. $NPSPACE = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} NSPACE(n^k)$

Összefoglalás

- A nemdeterminisztikus Turing-gépek lehetővé teszik a problémák hatékonyabb megoldását bizonyos esetekben, mivel egyszerre több lehetséges utat is bejárhatnak.
- A nemdeterminisztikus Turing-gépek determinisztikus Turing-gépekkel történő szimulálása fontos eszköz a nemdeterminisztikus és determinisztikus bonyolultsági osztályok közötti kapcsolat megértéséhez.
- Az NP és NPSPACE osztályok közötti összefüggések fontosak a számításelmélet központi kérdéseinek megértéséhez.