

Отчет

Рынок: Бразилия

Период наблюдения: 2017

- 1. Efficient frontier. Выбрать на рынке набор из 50 акций. Объясните ваш выбор. Построить эффективный фронт портфелей инвестиций без ограничений на короткие позиции и эффективный фронт с запретом коротких позиций. Сравнить эффективные фронты и сделать выводы. При построении эффективных фронтов вычислить портфели с минимальным риском и отметить их на соответствующем эффективном фронте. Рассмотреть портфель с равными долями вложения капитала и оценить, как далек этот портфель от эффективного фронта. Тот же вопрос для индекса рынка.**

Было выбрано 50 активов из тех акций, которые входят в состав Bovespa (индекс рынка).

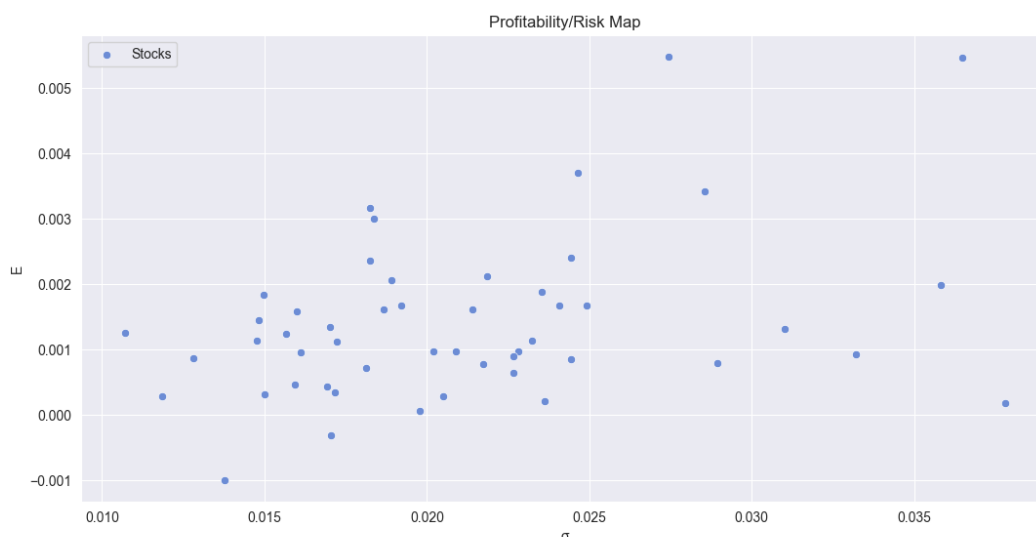


Рис.1 Распределение 50 активов

Рассмотрено два случая: 1. Короткие продажи разрешены 2. Короткие продажи запрещены

1. Короткие продажи разрешены

Для построения эффективного фронта и поиска портфеля с минимальным риском, решалась следующая задача:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^N x_i = 1 \end{cases}$$

Решение осуществлялось встроенными функциями python

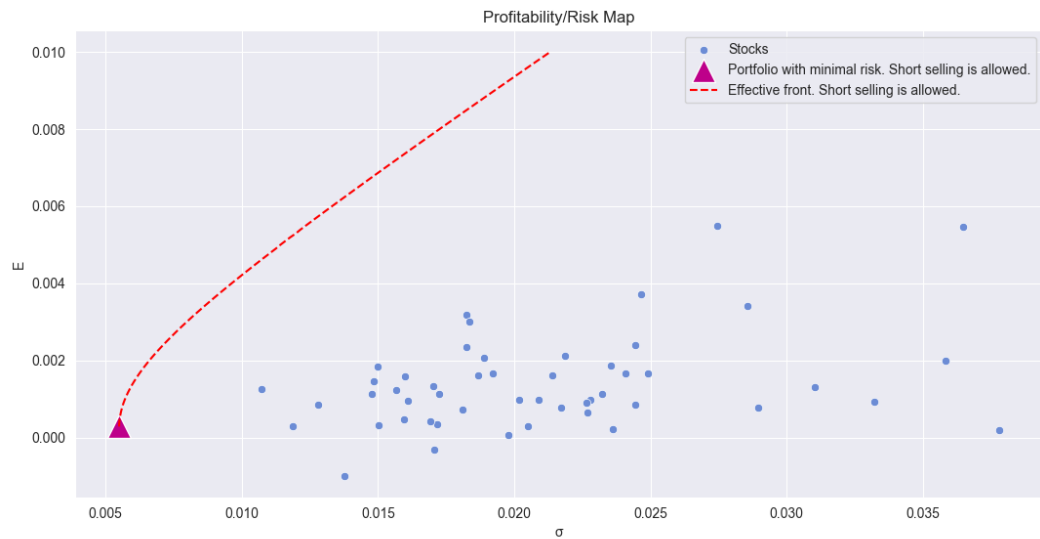


Рис.2 Демонстрация результатов

2. Короткие продажи запрещены

Для построения эффективного фронта и поиска портфеля с минимальным риском, решалась следующая задача:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^N x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

Решение осуществлялось встроенными функциями python

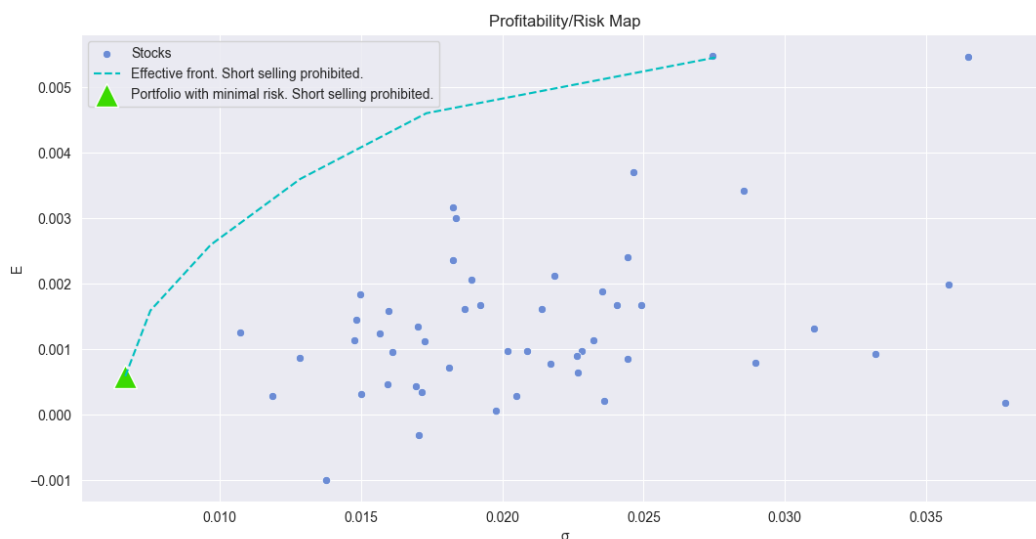


Рис.3 Демонстрация результатов

Сравнение результатов:

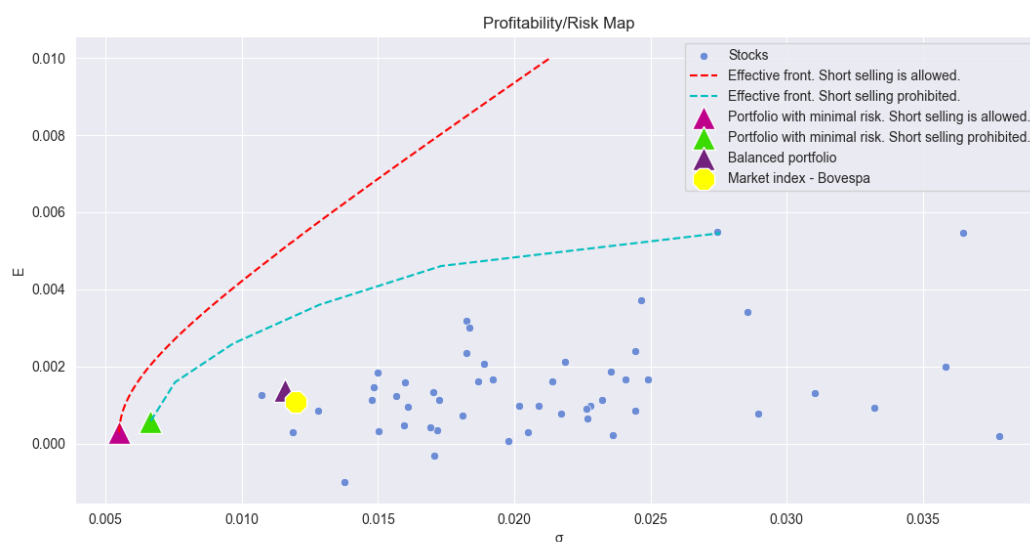


Рис.4 Сравнение результатов

Общий вывод:

Отметим, что эффективный фронт в случае, когда короткие продажи разрешены оказался выше эффективного фронта в случае, когда короткие продажи запрещены. Так же, стоит заметить, что портфель с минимальным риском в случае, когда короткие продажи запрещены оказался чуть более рискованным и прибыльным.

Сбалансированный портфель и индекс рынка располагаются довольно близко друг к другу, это может быть связано с тем, что наш портфель состоит из акции, которые входят в индекс рынка. Кроме этого, мы можем сказать, что они оба располагаются относительно не далеко от эффективных фронтов. Это свидетельствует о том, что как и

сбалансированный портфель, так и индекс рынка оптимальны для вложения.

- 2. Portfolio selection problem.** Требуется построить «хорошие» инвестиционные портфели из 10 активов вместо исходных 50 (или даже всех активов рынка). Предложите способ выбрать 10 активов (из отобранных ранее 50) для формирования портфеля. Сравните эффективные фронты всего набора (50 акций) и выбранного набора активов (10 акций) для двух случаев
- короткие продажи разрешены,
 - короткие продажи запрещены.

Построено два различных “хороших” портфеля из 10 активов. На первом шаге определено 10 активов из исходных 50 и всех доступных активов на рынке. Для этого был применён метод К-ближайших соседей, активы были разбиты на 10 кластеров по риск/доходность и из каждого кластера выбран лучший актив по VaR. Таким образом были выбраны “хорошие” активы из каждого кластера, что обеспечило диверсификацию и гибкость в построении “эффективного” портфеля, так обычно в разбиении будут различные виды активов как по риску, так и по доходности.

Рассмотрено два случая: 1. Короткие продажи разрешены 2. Короткие продажи запрещены

Вычисления аналогичны предыдущей задаче.

Результаты:

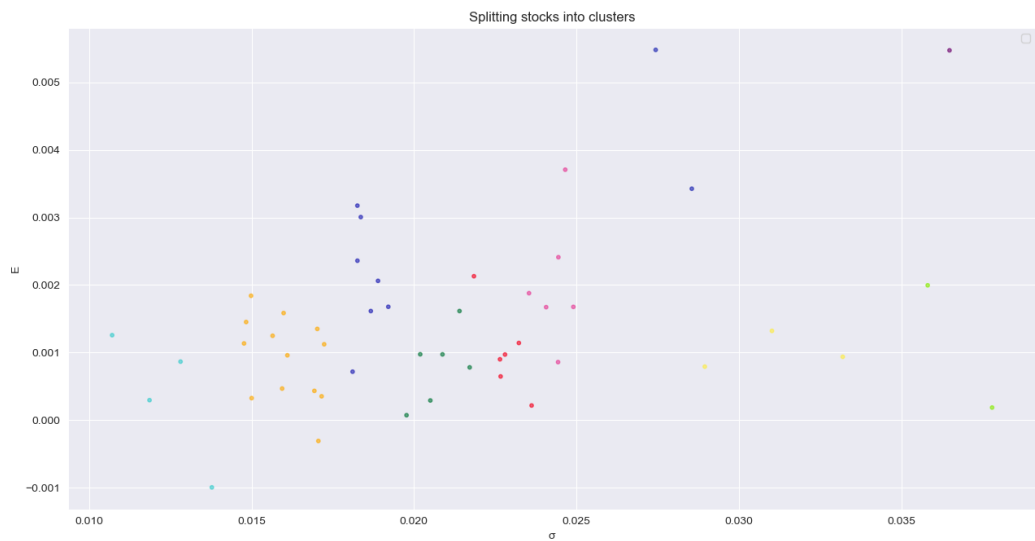


Рис.5 Кластеры полученные для 50 акций из индекса.

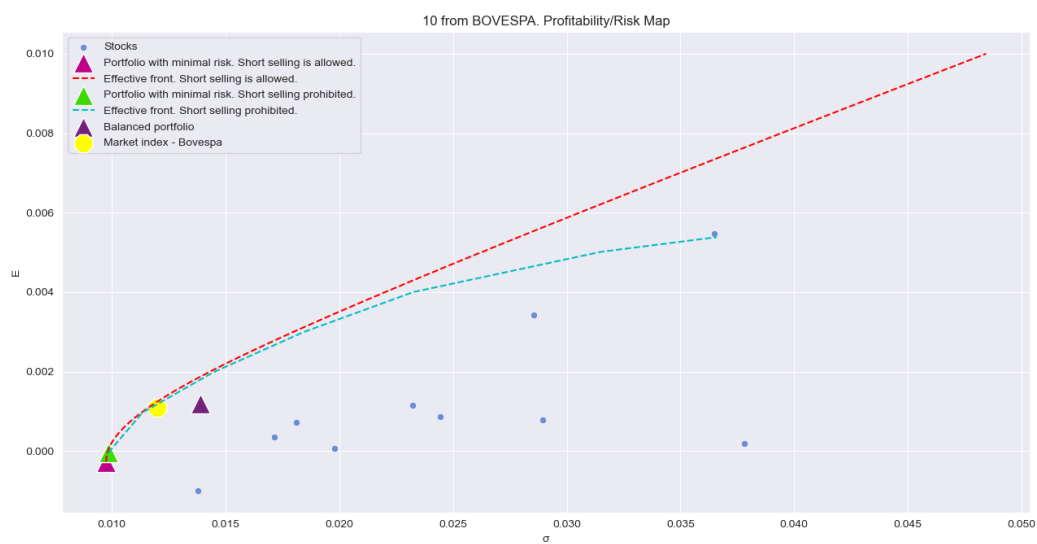


Рис.6 Демонстрация результатов для портфеля из 10 акций индекса.

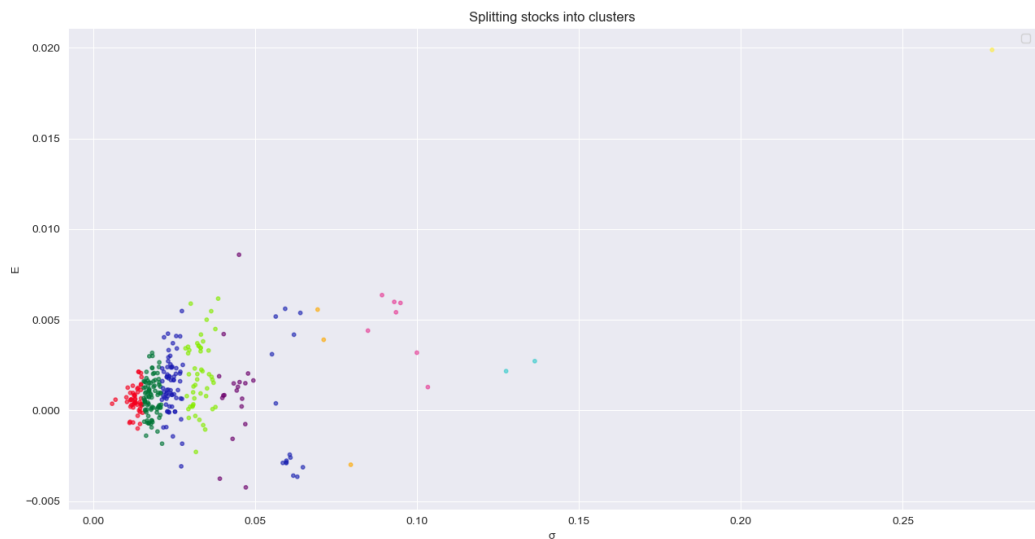


Рис.7 Кластеры полученные для всех акций.



Рис.8 Демонстрация результатов для портфеля из 10 акций рынка.

При сравнении 10 акций из индекса и 10 акций из рынка, можно заметить, что “эффективные” портфели для выборки из всего рынка значительно лучше чем из индекса, так как их риск близок к 0 и они имеют положительную доходность, однако разница между эффективными фронтами минимальна.

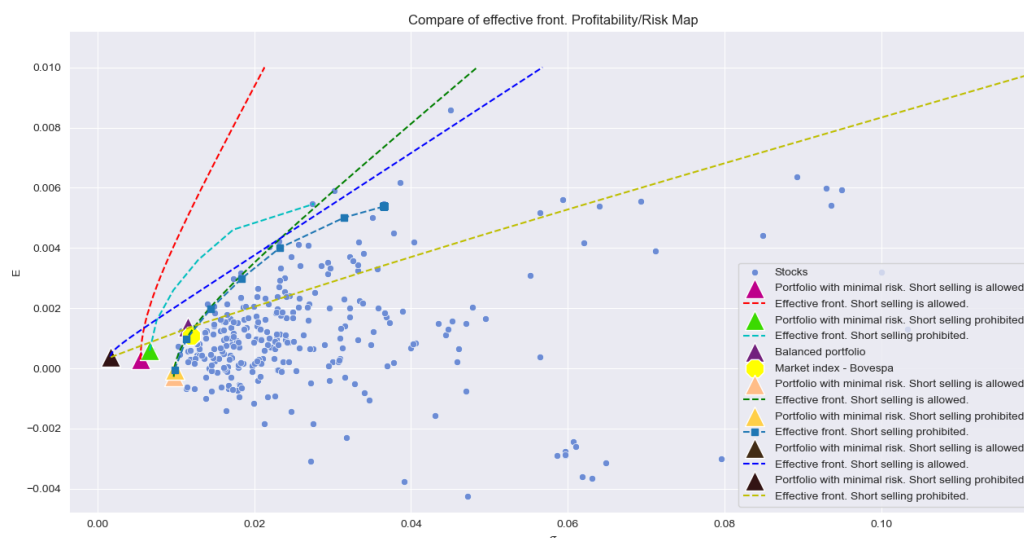


Рис.9 Сравнение результатов для портфеля из 50 и 10 активов.
(1-4 обозначения для портфеля 50 активов, 7-10 для 10 активов индекса, 11-13 активов рынка)

При сравнении портфелей из 50 и 10 акций, можно сделать вывод, что стратегия выбора 10 акций оказалась эффективной для построения “эффективного” портфеля для выборки из всего рынка, так как портфель более предпочтителен по риск/доходность, однако эффективный фронт оказался более привлекательным из портфеля с 50 активами, что в первую очередь обусловлено большим выбором активов при построении и диверсификацией. Отметим, что доходность выборки из 10 ограничивается условием на лучший VaR из кластера.

3. Risk aversion. Оцените свое отношение к риску и постройте свой личный оптимальный портфель инвестиций из выбранных 50 активов. Дайте характеристику портфеля по составу и долям активов. Оцените VaR доходностей портфеля. Рассмотрите два случая:

- короткие продажи разрешены,
- короткие продажи запрещены.

Рассмотрено два случая: 1. Короткие продажи разрешены 2. Короткие продажи запрещены

1.Короткие продажи разрешены

Для оценки своего отношения к риску решалась следующая задача:

$$\begin{cases} E(x) - \gamma G^2(x) \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^N x_i \end{cases}$$

Однако для удобства вычислений, умножим целевую функцию на -1 и будем ее минимизировать:

$$\begin{cases} -E(x) + \gamma G^2(x) \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^N x_i \end{cases}$$

Решение осуществлялось встроенными функциями python

Построим оптимальные портфели при разном отношении к риску:

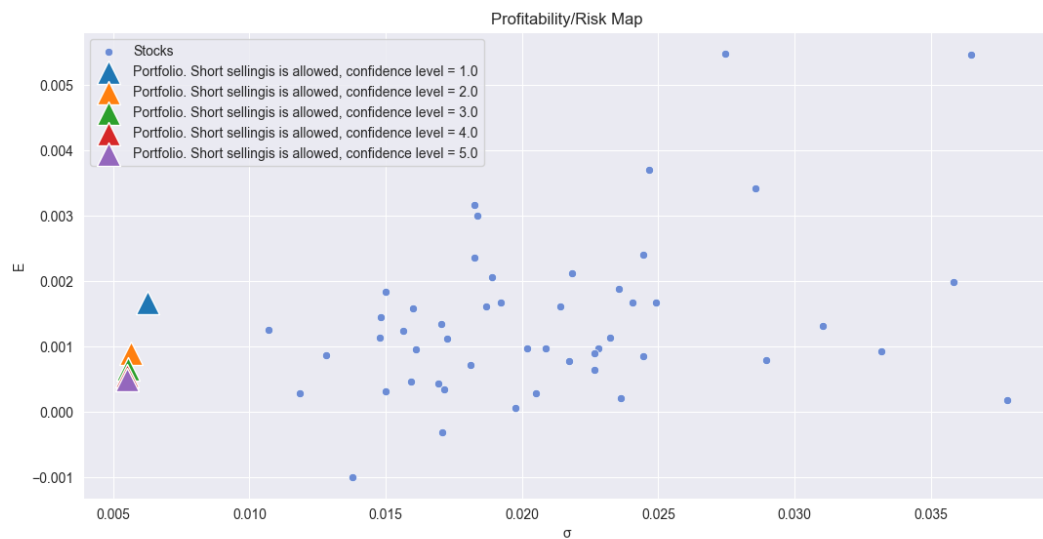


Рис.10 Оптимальные портфели с разным отношением к риску.

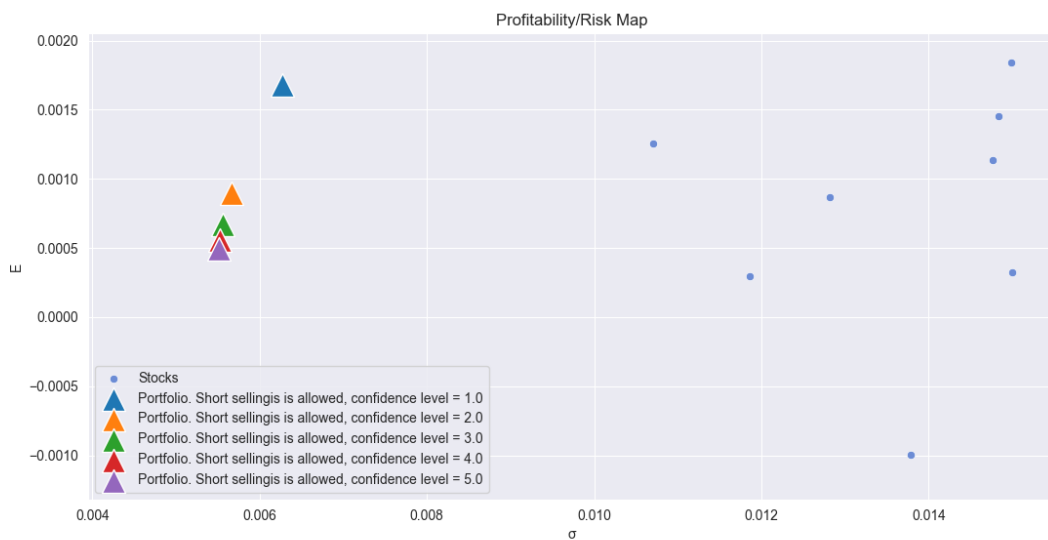


Рис.11 Оптимальные портфели с разным отношением к риску (приближение рис.10)

Характеристика VaR для портфелей:

VaR with confidence level 1.0:

Losses will not exceed 0.0083 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 2.0:

Losses will not exceed 0.0083 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 3.0:

Losses will not exceed 0.0084 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 4.0:

Losses will not exceed 0.0083 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 5.0:

Losses will not exceed 0.0083 with 0.95% certainty.

Комментарий:

Отметим, что портфель с более строгим отношением к риску имеет наименьший риск и наименьший доход, в то же время портфель с менее строгим отношением к риску имеет чуть больший риск, но гораздо выше доход.

Таким образом, наш выбор был остановлен на портфеле с отношением к риску, при гамма равным 3.

Доли данного портфеля определились следующим образом:

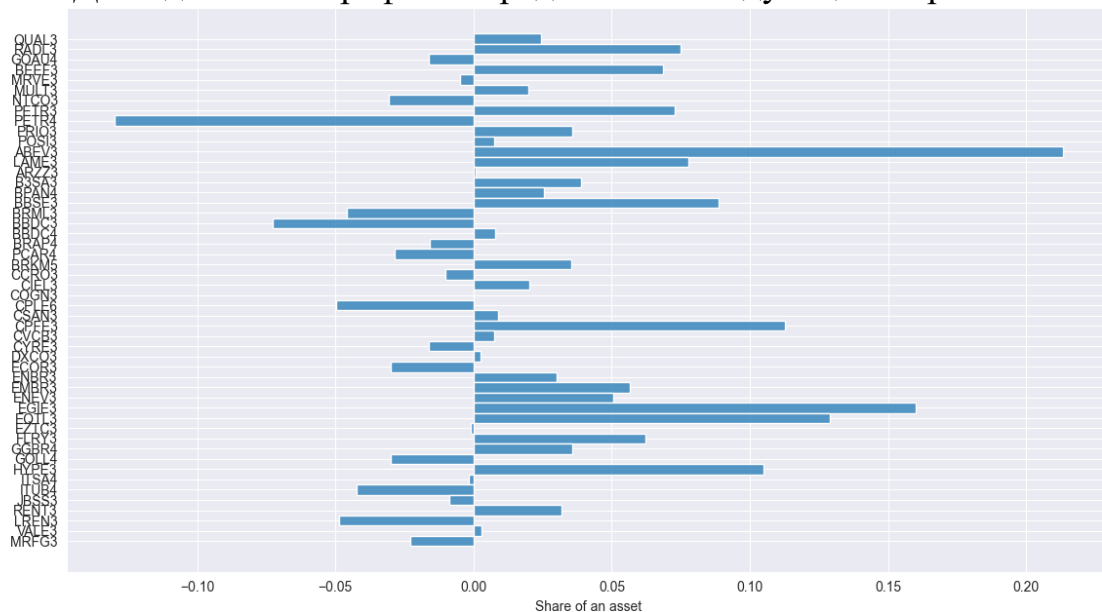


Рис.12 Распределение долей каждого актива

Наибольшую долю имеют активы ABEV3(бразильская пивоваренная компания), EGIE3(энергетическая компания) и EQTL3(энергетическая компания).

2. Короткие продажи запрещены

Для оценки своего отношения к риску решалась следующая задача:

$$\begin{cases} E(x) - \gamma G^2(x) \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^N x_i \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

Однако для удобства вычислений, умножим целевую функцию на -1 и будем ее минимизировать:

$$\begin{cases} -E(x) + \gamma G^2(x) \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^N x_i \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

Решение осуществлялось встроенными функциями python

Построим оптимальные портфели при разном отношении к риску:

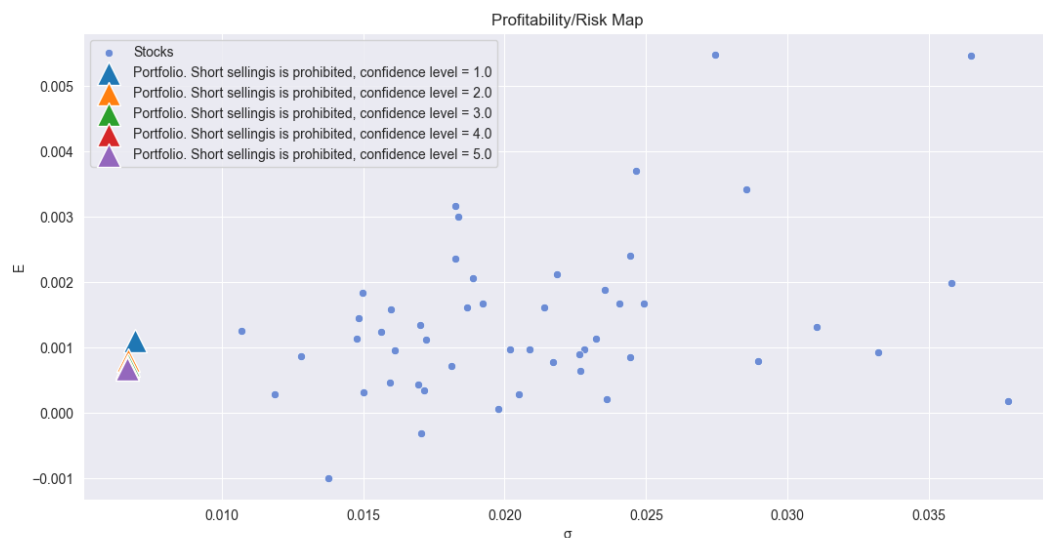


Рис.13 Оптимальные портфели с разным отношением к риску.

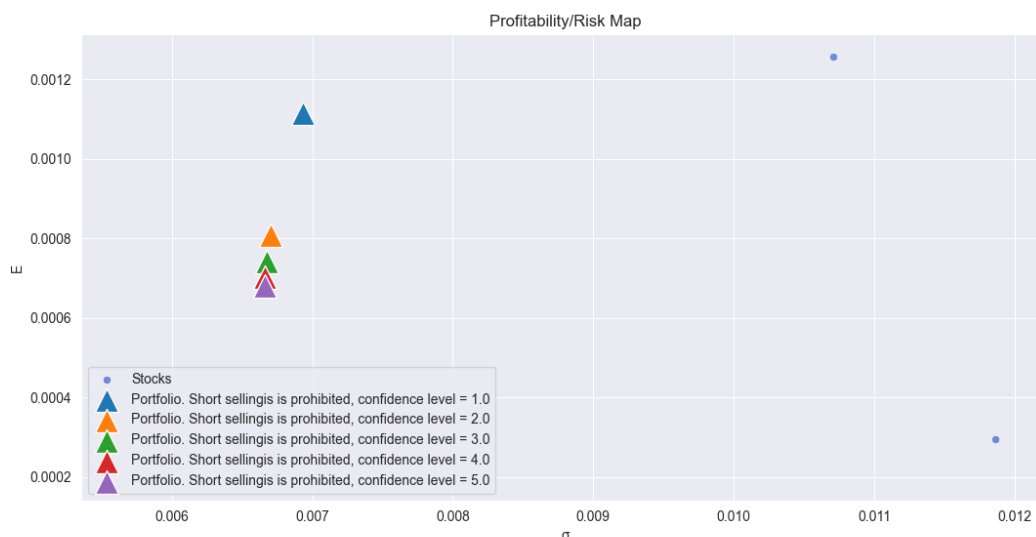


Рис.14 Оптимальные портфели с разным отношением к риску (приближение рис.13)

Характеристика VaR для портфелей:

VaR with confidence level 1.0:

Losses will not exceed 0.0083 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 2.0:

Losses will not exceed 0.0079 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 3.0:

Losses will not exceed 0.0079 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 4.0:

Losses will not exceed 0.0080 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 5.0:

Losses will not exceed 0.0081 with 0.95% certainty.

Комментарий:

Отметим, что портфель с более строгим отношением к риску имеет наименьший риск и наименьший доход, в то же время портфель с менее строгим отношением к риску имеет чуть больший риск, но гораздо выше доход.

Таким образом, наш выбор был остановлен на портфеле с отношением к риску, при гамма равным 3.

Доли данного портфеля определились следующим образом:

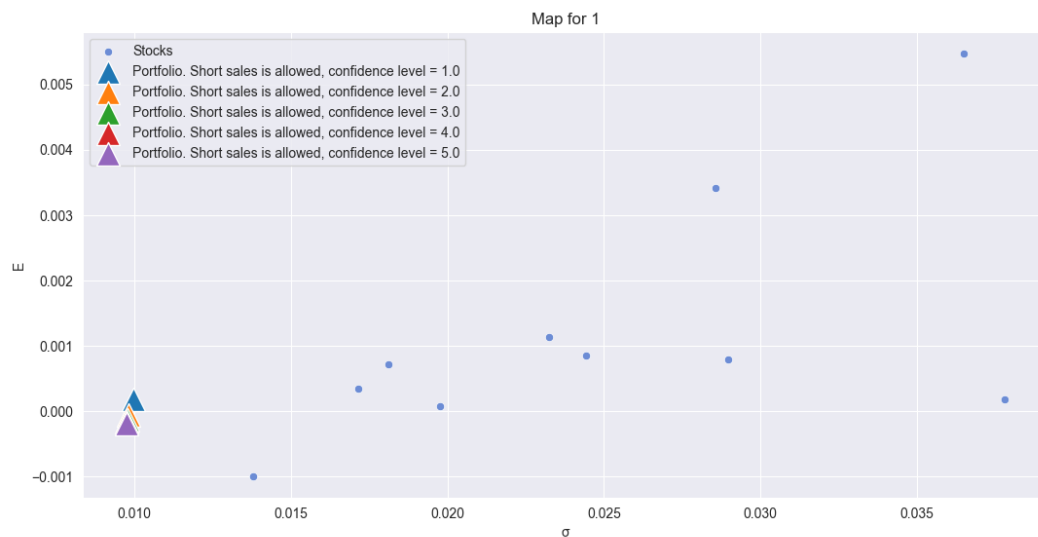


Рис.16 Оптимальные портфели с разным отношением к риску.

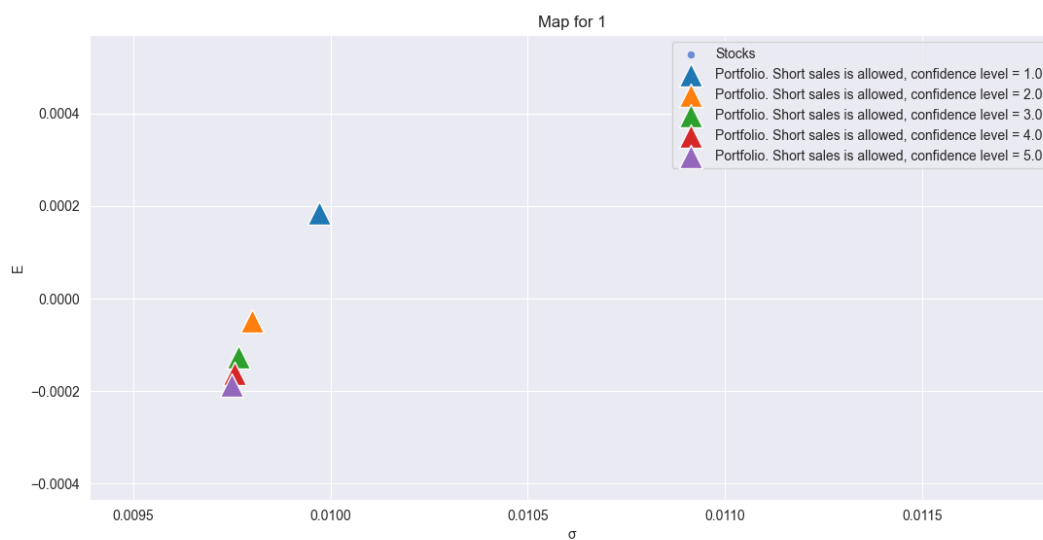


Рис.17 Оптимальные портфели с разным отношением к риску(увеличение рис.16)

Характеристика VaR:

VaR with confidence level 1.0:

Losses will not exceed 0.0138 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 2.0:

Losses will not exceed 0.0141 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 3.0:

Losses will not exceed 0.0140 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 4.0:

Losses will not exceed 0.0140 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 5.0:

Losses will not exceed 0.0140 with 0.95% certainty.

Анализ долей:

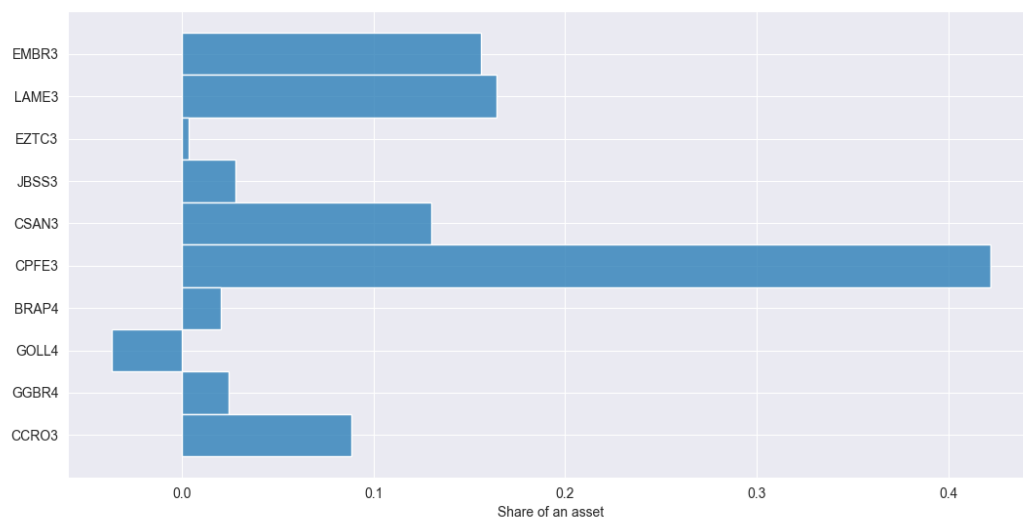


Рис.18 Распределение долей каждого актива

2. Короткие продажи запрещены

Рассматриваем и решаем аналогичную задачу, как в п.3.

Построим оптимальные портфели при разных отношениях к риску:

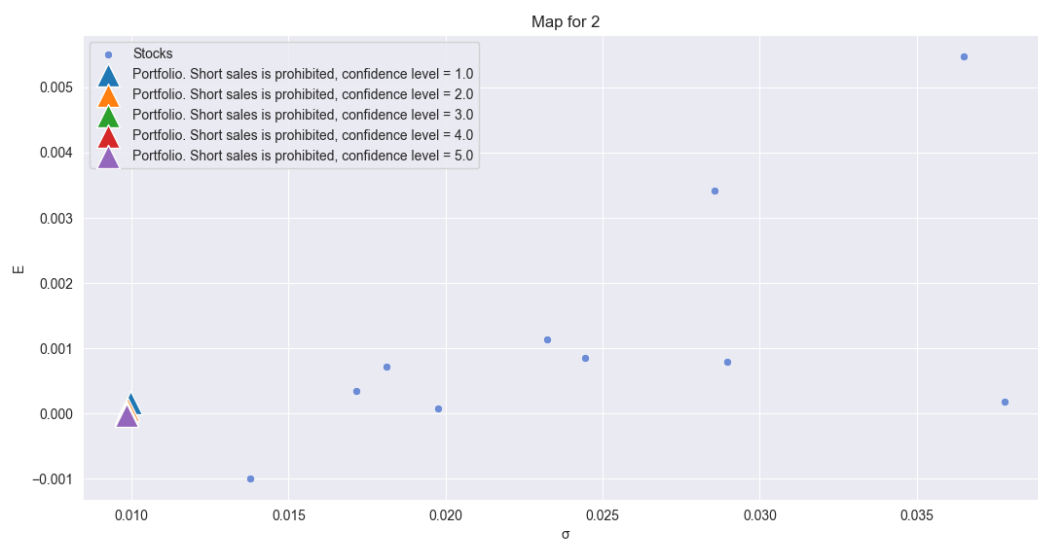


Рис.19 Оптимальные портфели с разным отношением к риску.

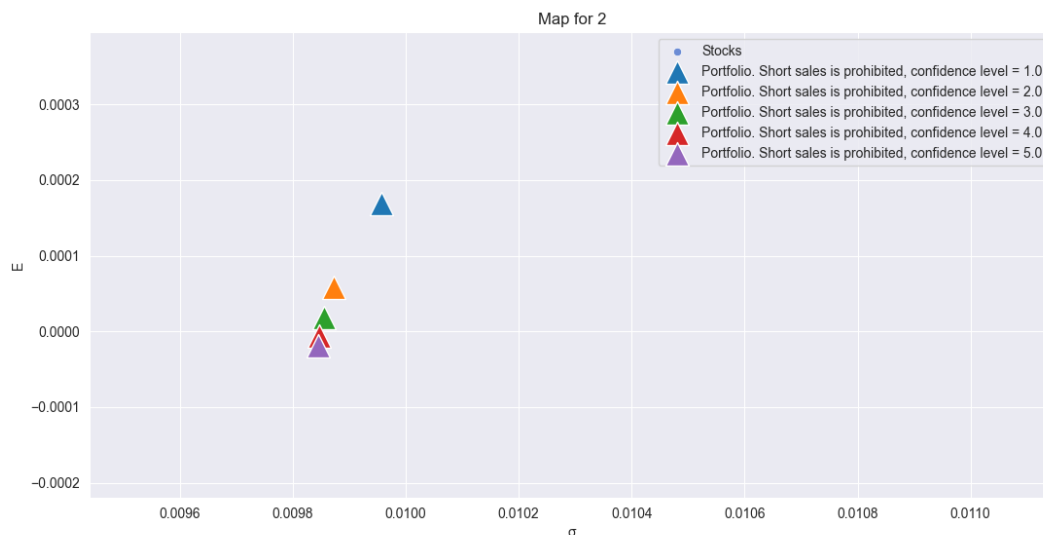


Рис.20 Оптимальные портфели с разным отношением к риску(увеличение рис.19)

Характеристика VaR:

VaR with confidence level 1.0:

Losses will not exceed 0.0139 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 2.0:

Losses will not exceed 0.0140 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 3.0:

Losses will not exceed 0.0137 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 4.0:

Losses will not exceed 0.0136 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 5.0:

Losses will not exceed 0.0135 with 0.95% certainty.

Анализ долей:

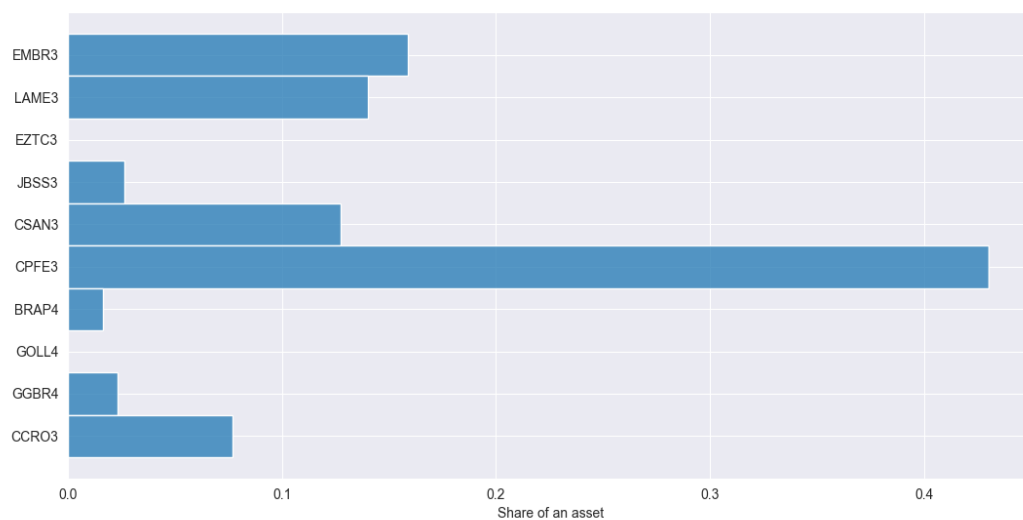


Рис.21 Распределение долей каждого актива

10 активов выбранных из всех активов на рынке

Рассмотрено два случая: 1. Короткие продажи разрешены 2. Короткие продажи запрещены

1.Короткие продажи разрешены

Рассматриваем и решаем аналогичную задачу, как в п.3.

Построим оптимальные портфели при разных отношениях к риску:

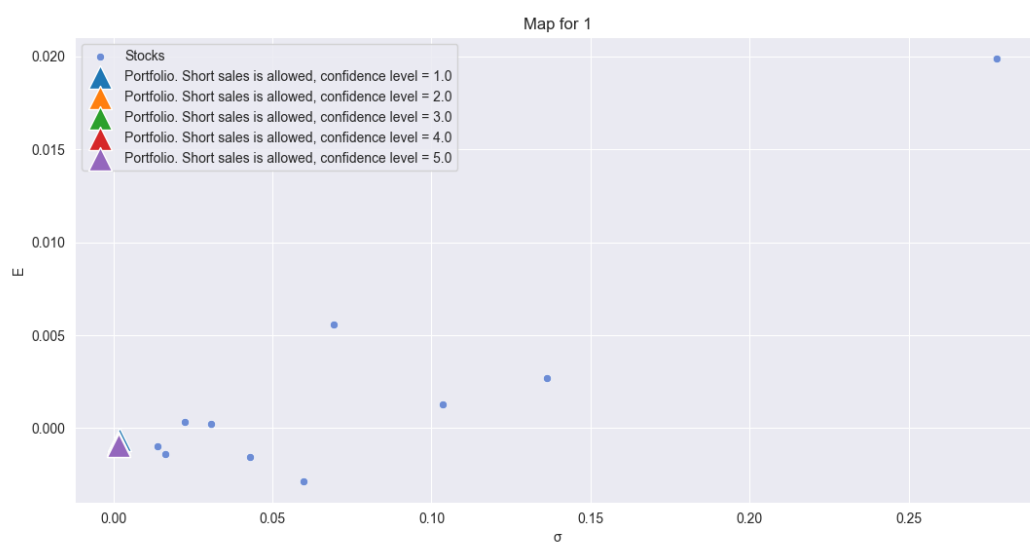


Рис.22 Оптимальные портфели с разным отношением к риску.

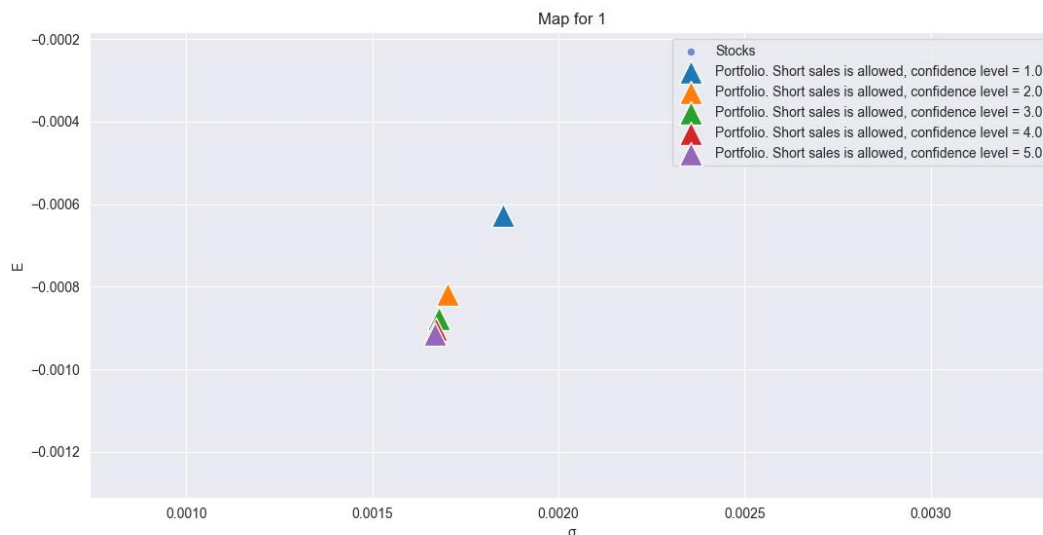


Рис.23 Оптимальные портфели с разным отношением к риску(увеличение рис.22)

Характеристика VaR:

VaR with confidence level 1.0:

Losses will not exceed 0.0022 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 2.0:

Losses will not exceed 0.0019 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 3.0:

Losses will not exceed 0.0019 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 4.0:

Losses will not exceed 0.0018 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 5.0:

Losses will not exceed 0.0018 with 0.95% certainty.

Анализ долей:

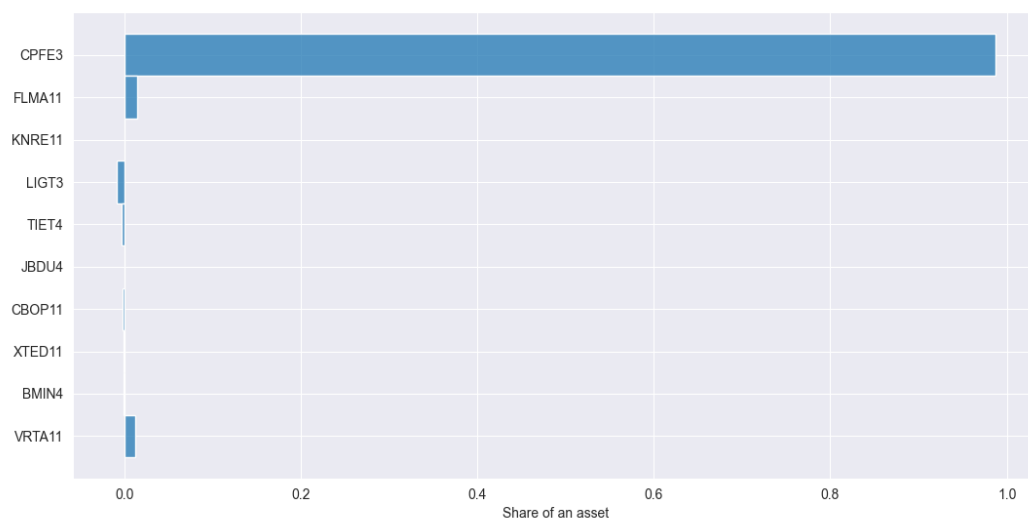


Рис.24 Распределение долей каждого актива

2. Короткие продажи запрещены

Рассматриваем и решаем аналогичную задачу, как в п.3.

Построим оптимальные портфели при разных отношениях к риску:

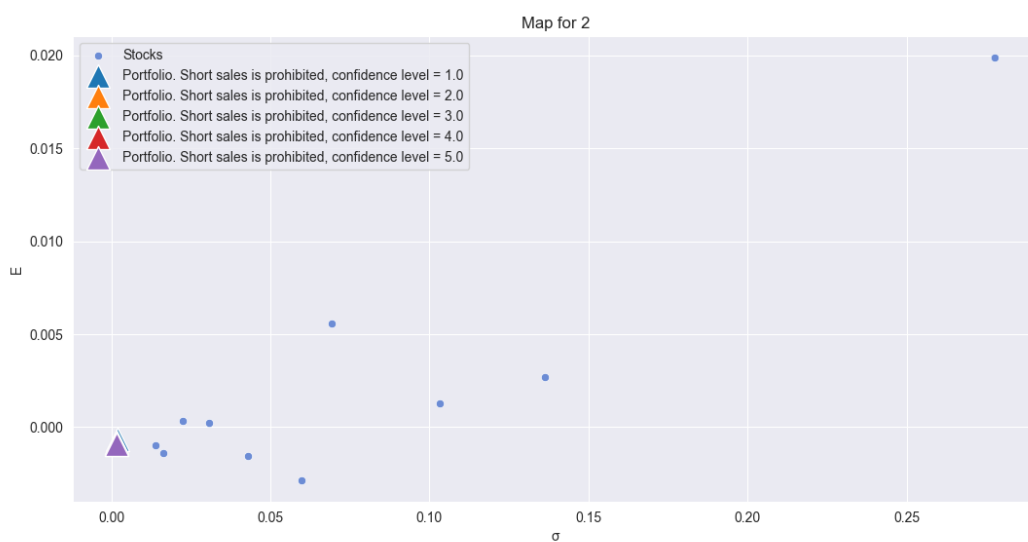


Рис.25 Оптимальные портфели с разным отношением к риску.

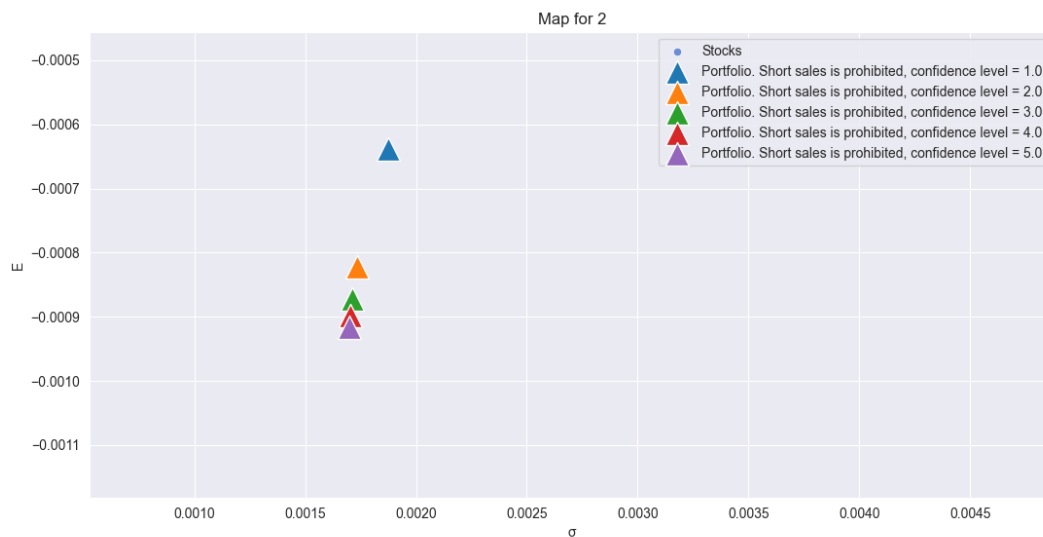


Рис.26 Оптимальные портфели с разным отношением к риску(увеличение рис.25)

Характеристика VaR:

VaR with confidence level 1.0:

Losses will not exceed 0.0023 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 2.0:

Losses will not exceed 0.0019 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 3.0:

Losses will not exceed 0.0019 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 4.0:

Losses will not exceed 0.0019 with 0.95% certainty.

VaR with confidence level 5.0:

Losses will not exceed 0.0019 with 0.95% certainty.

Анализ долей:

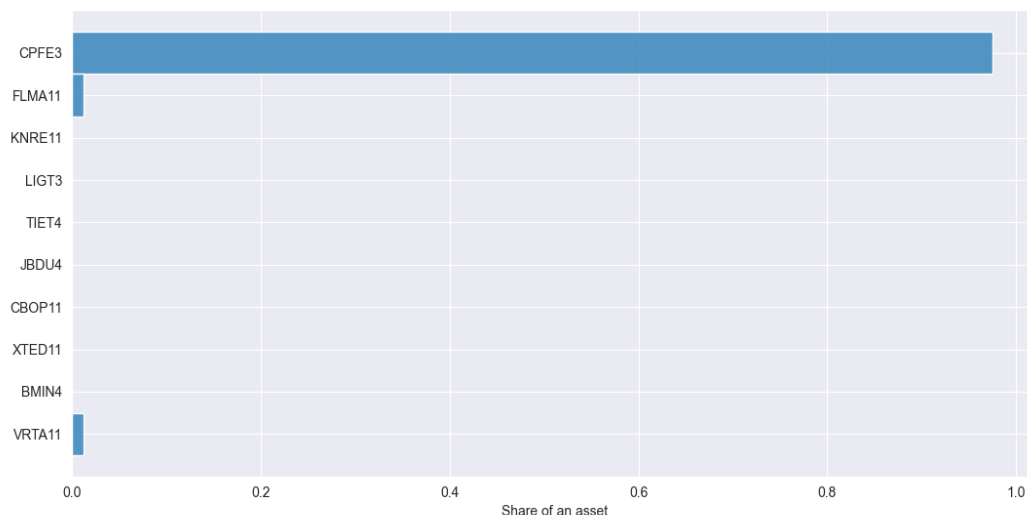


Рис.27 Распределение долей каждого актива

Общий вывод:

Рассмотрены два набора по 10 активов: 1. Активы выбраны из 50 ранее отобранных акции 2. Активы выбраны из всех акций.

В рамках каждого набора, были рассмотрены случаи, когда короткие продажи разрешены и когда короткие продажи запрещены. Во всех случаях прослеживается одна тенденция – самый не доходный и наименее прибыльный портфель тот, у которого наиболее строгое отношение к риску, что вполне очевидно. Кроме этого, можно сделать вывод, что мы можем улучшить портфель оставаясь в рамках 10 активах.

5. Markowitz-Tobin model. Рассмотрите набор активов, отобранных в п.2 (10 активов). Выберите безрисковый актив (можно виртуальный). Постройте рыночный (оптимальный) портфель. Сделайте анализ долей активов рыночного портфеля. Оцените VaR доходностей портфеля. Рассмотрите два случая:

- короткие продажи разрешены,
- короткие продажи запрещены.

В рамках задания, рассматривается и решается следующая задача:

- Короткие продажи разрешены

$$\begin{cases} \frac{E(x) - E_f}{G(x)} \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^N x_i \end{cases}$$

- Короткие продажи запрещены

$$\begin{cases} \frac{E(x) - E_f}{G(x)} \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^N x_i \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

Для удобства вычислений, умножив целевую функцию на -1, таким образом будем минимизировать нашу целевую функцию:

- Короткие продажи разрешены

$$\begin{cases} \frac{-E(x) + E_f}{G(x)} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^N x_i \end{cases}$$

- Короткие продажи запрещены

$$\begin{cases} \frac{-E(x) + E_f}{G(x)} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^N x_i \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

10 активов выбранных из 50

Безрисковый актив был выбран следующим образом:

- Выбираем 3 актива с наименьшими рисками.
- Находим среднюю доходность.
- Находим средний риск.
- Затем полученную доходность уменьшаем на разницу между самым доходным активом и наименее доходным умноженную на коэффициент "оптимизма". Из полученного результата вычитается средний риск.

Таким образом чем выше доходность активов, тем выше доходность безрискового актива, но чем выше риски, тем меньше доходность безрискового актива. При этом угол наклона прямой от безрискового актива до актива со средней доходностью и риском, будет определяться коэффициентом "оптимизма" (аналог отношения к риску), чем он выше, тем лучше прогнозы относительно расположения без рискового актива, который

будет не доходнее чем среднее из 3-х. Число крайних акций в выборке может быть увеличено.

В результате, полученный виртуальный безрисковый актив обладает следующими характеристиками:

Risk stock 0

Return stock -0.0008882268678372833

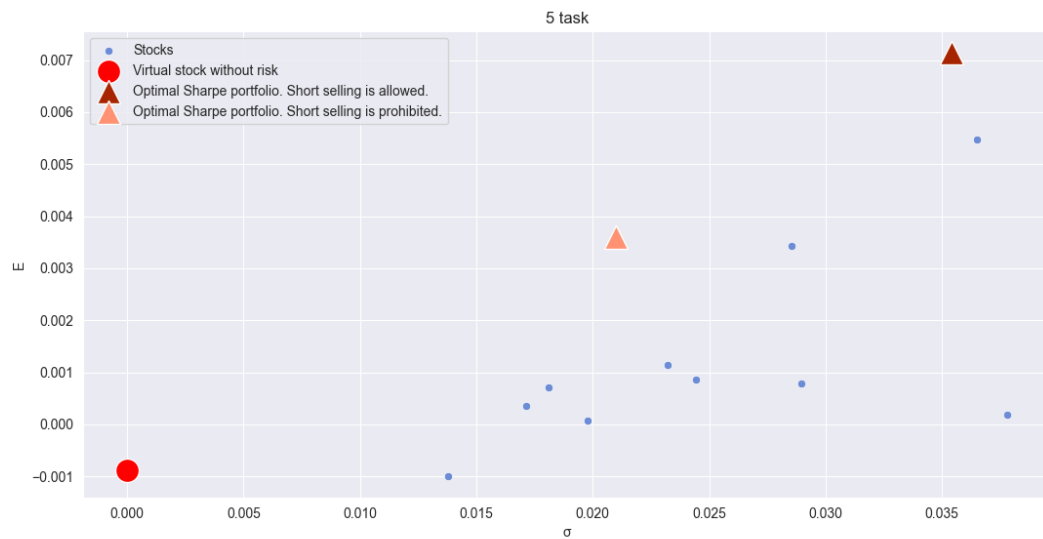


Рис.28 Демонстрация результатов

Характеристика VaR:

Short selling is allowed.

Losses will not exceed 0.0450 with 0.95% certainty.

Short selling is prohibited.

Losses will not exceed 0.0270 with 0.95% certainty.

Анализ долей:

- Короткие продажи разрешены

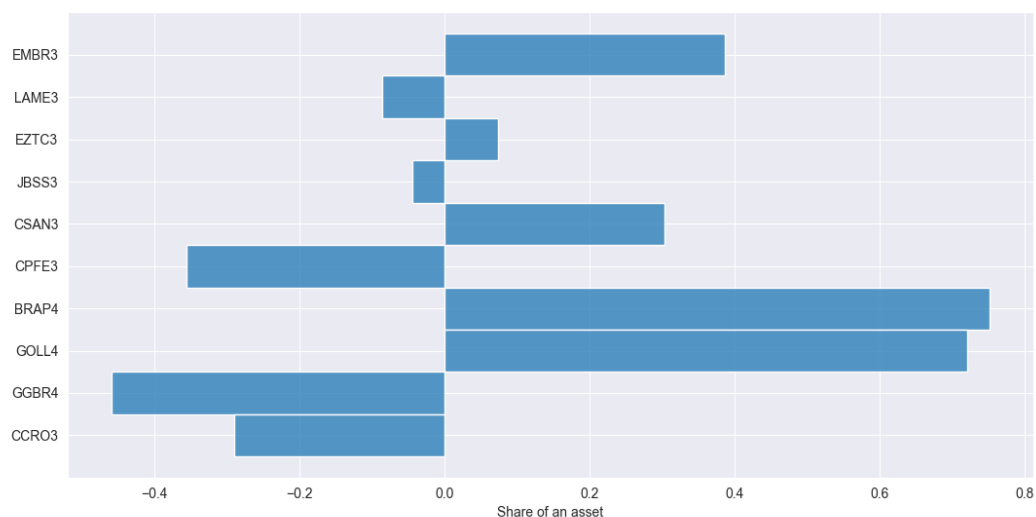


Рис.29 Распределение долей каждого актива

- Короткие продаж запрещены

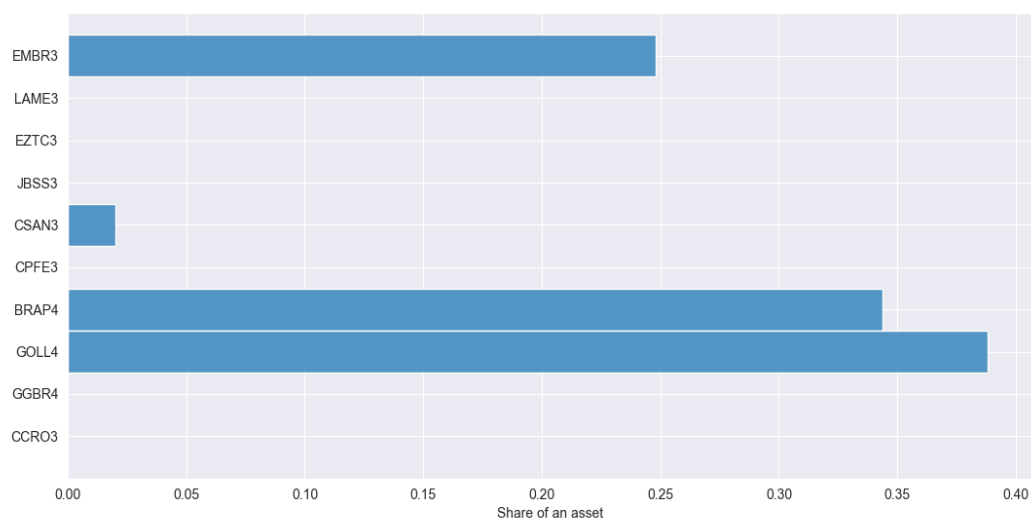


Рис.30 Распределение долей каждого актива

Общий вывод:

Рассмотрели портфели, в состав которых вошли 10 активов из 50 ранее выбранных. Отметим, что портфель при ситуации, когда короткие продажи разрешены наиболее доходный и рискованный в сравнении с портфелем при ситуации, когда короткие продажи запрещены. При анализе долей активов стоит отметить схожую тенденцию: наиболее значимые активы EMBR3(бразильский авиастроительный конгломерат), BRAP4(бразильская холдинговая компания), GOLL4(бюджетная авиакомпания Бразилии) в обоих случаях.

10 активов выбранных из всех активов на рынке

Безрисковый актив был выбран следующим образом:

- Выбираем 3 актива с наименьшими рисками.
- Находим среднюю доходность.
- Находим средний риск.
- Затем полученную доходность уменьшаем на разницу между самым доходным активом и наименее доходным умноженную на коэффициент "оптимизма". Из полученного результата вычитается средний риск.

Таким образом чем выше доходность активов, тем выше доходность безрискового актива, но чем выше риски, тем меньше доходность безрискового актива. При этом угол наклона прямой от безрискового актива до актива со средней доходностью и риском, будет определяться коэффициентом "оптимизма" (аналог отношения к риску), чем он выше, тем лучше прогнозы относительно расположения без рискового актива, который будет не доходнее чем среднее из 3-х. Число крайних акций в выборке может быть увеличено.

В результате, полученный виртуальный безрисковый актив обладает следующими характеристиками:

Risk stock 0

Return stock -0.0009941304758834544

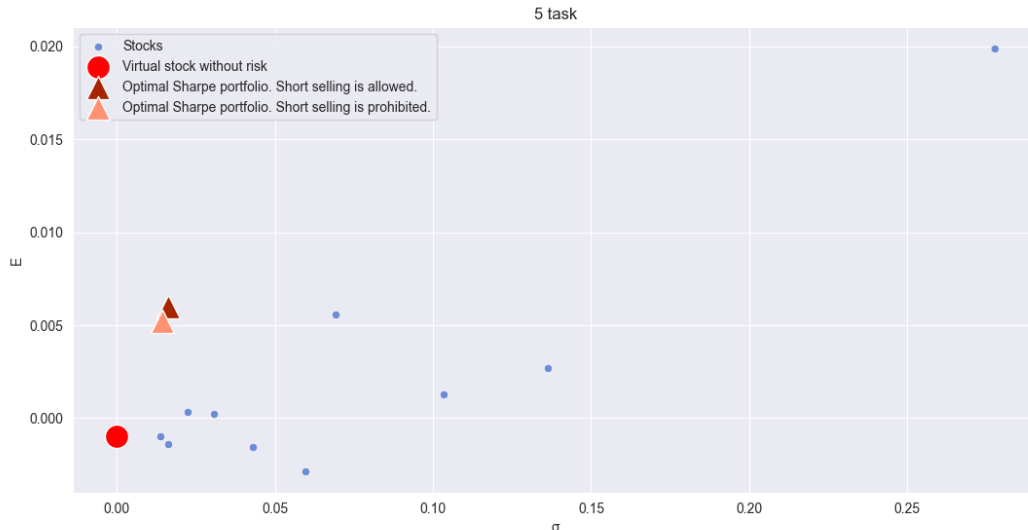


Рис.31 Демонстрация результатов

Характеристика VaR:

Short selling is allowed.

Losses will not exceed 0.0238 with 0.95% certainty.

Short selling is prohibited.

Losses will not exceed 0.0213 with 0.95% certainty.

Анализ долей:

- Короткие продажи разрешены

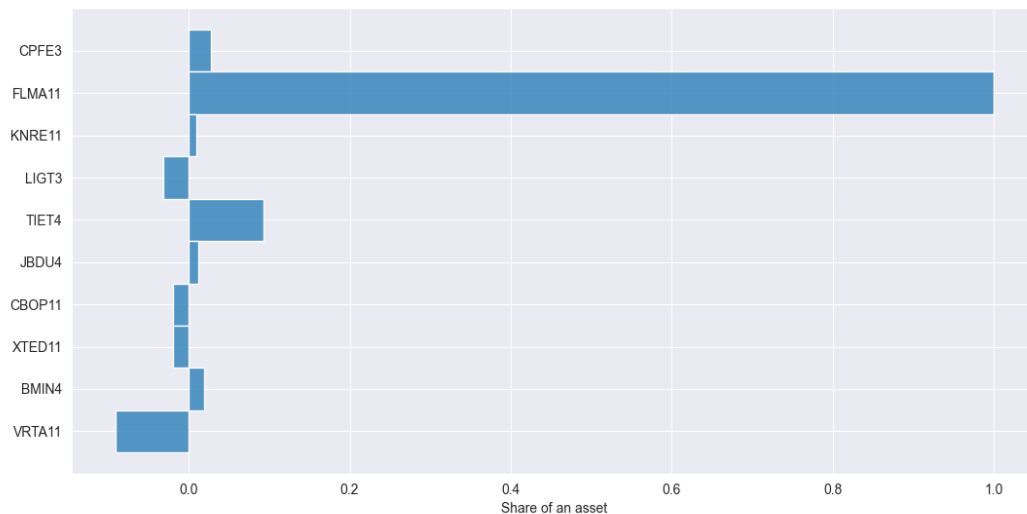


Рис.32 Распределение долей каждого актива

- Короткие продаж запрещены

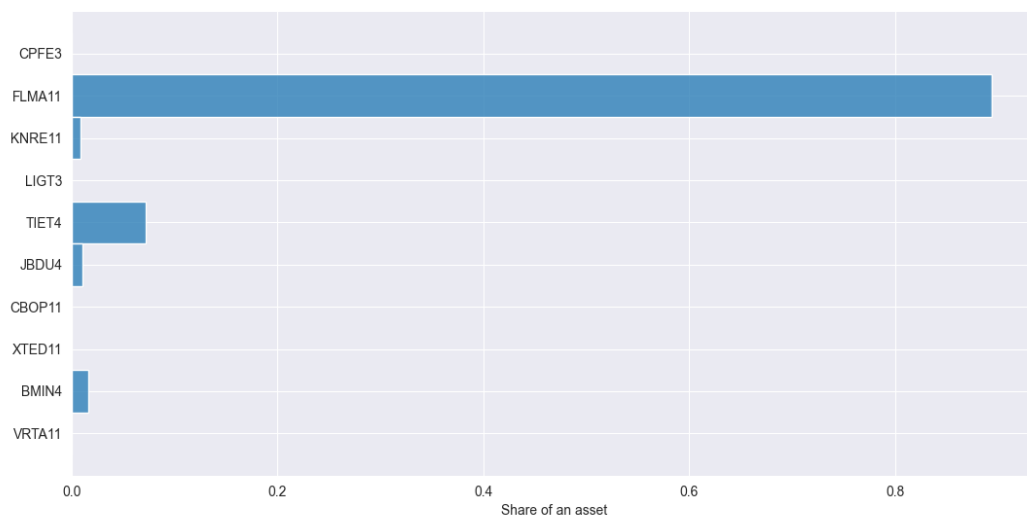


Рис.33 Распределение долей каждого актива

Общий вывод:

Рассмотрели портфели, в состав которых вошли 10 активов выбранные из всех активов рынка. Отметим, что портфель при ситуации, когда короткие продажи разрешены наиболее доходный и рискованный в сравнении с портфелем при ситуации, когда короткие продажи запрещены. При анализе долей активов стоит отметить схожую тенденцию: наиболее значимые

активы FLMA11(бразильский банк), TIET4(бразильская энергетическая компания) в обоих случаях.

Бонус. Индекс рынка. Разберитесь, как составляется портфель индекса (определите веса, с которыми активы входят в индекс). Дайте характеристику индекса (гистограмма, распределение, выбросы). Найдите собственные значения матрицы ковариаций активов индекса. Что необычного в распределении собственных значений? На основе метода главных компонент предложите свою модель индекса рынка. Сравните ваш индекс с индексом рынка.

Индекс BOVESPA - более известный как Ibovespa, является базовым индексом примерно 92 акций, торгуемых на B3 (Brasil Bolsa Balcão), на долю которого приходится большая часть торговли и рыночной капитализации на бразильском фондовом рынке. Это взвешенный индекс измерения, который включает «голубые фишки» Бразилии и другие менее крупные компании из 600+ компаний на бирже.

Особенные участники: Оборонно-аэрокосмическая корпорация Embrater и Фондовая биржа Сан-Паулу.

Преимущества индекса BOVESPA:

- завязан на реальный сектор;
- легко накачивается спекулятивными деньгами;
- отличается умеренной волатильностью;
- является единственным фондовым индексом Латинской Америки;

Особенности индекса BOVESPA:

- Каждый год или раз в несколько лет учредитель индекса снижает его котировку (по отношению к исходному показателю) на несколько единиц.
- Это удешевляет индекс и делает его менее привлекательным для спекулянтов.

Помимо BOVESPA, существуют подиндексы.

- IBRX: 50 включает 50 самых ликвидных бразильских акций в рамках сессии;
- MLCX: компании с наивысшей или средней капитализацией;
- SMLL: структуры с малой капитализацией;
- IEE: компании энергетического сектора;
- INDX: компании промышленного сектора;

Зависимости:

- Зависит от монетарной политики США и Азии;
- Регулятор вынужден ограничивать котировку индекса;
- Характеризуется мощными немотивированными падениями;
- Восстановление рынка занимает годы;

Метод расчета индекса BOVESPA

$IN = \sqrt{(n_i/N) * (v_i/V)}$ - коэффициент торгуемости.

n_i = количество сделок течение сессии;

N = общее количество торгов;

v_i = общий объем торгов;

V = общая стоимость биржи;

Формула расчета индекса

$I_{bovespa}(t) = \sum((i, N)(P(i,t)*Q(i,t)))$

N = общее количество различных акций в обращении.

P = цена акций i на момент измерения,

Q = теоретическое количество акций i в портфеле.

t = момент времени.

Индекс представляет собой общую доходность, составленную из теоретического портфеля следующим образом:

- о Акция входит 15% лучших по индивидуальному коэффициенту торгуемости (IN);
- о Акиця торгуется в 95% торговых сессий;
- о 0,1% от стоимости, торгуемой на наличныхфондовый рынок (круглые лоты);
- о Не penny.
- о Как минимум 80% акций компании должны быть в свободном обращении;
- о До включения бумаг в корзину они должны торговаться на биржах в течение как минимум 1 года;
- о Торговый оборот должен хотя бы на 0,1% превышать общее число акций доступных на бирже.
- о Взвешенная рыночная стоимость free float / cap 20% на компанию / cap 2x IN
- о Все перечисленные требования должны выполняться в течение года, предшествующего включению бумаг в корзину.
- о Существует ограничение с точки зрения максимального относительного веса общего вклада компании в индекс.

Если хотя бы 2 пункта не выполняются, бумагу удаляют из состава индекса, пересмотр состава Бовеспа происходит ежеквартально.

Bovespa показывает теоретический рост портфеля условного инвестора, сформированный в 1968 г. исходя из условий полного реинвестирования дивидендов.

Индекс пересматривается на основе 4-месячного портфельного цикла в январе, мае и сентябре.

В среднем на стоимость компонент Ibovespa приходится 70% суммарной стоимости акций, которыми торгуют.

Функция взвешивания

Взвешивание основано на рыночной стоимости, приходящейся на долю акций, находящихся в свободном обращении, при этом предел ликвидности (коэффициент торгуемости) установлен в два раза больше гипотетического веса акций. Коэффициент торгуемости (Indice de Negociabilidade, или IN) рассчитывается с учетом 1/3 доли компонента в общем количестве сделок и 2/3 доли компонента в общей стоимости, торгуемой на рынке наличных акций;



Рис.34 Котировки индекса за 2017 год.

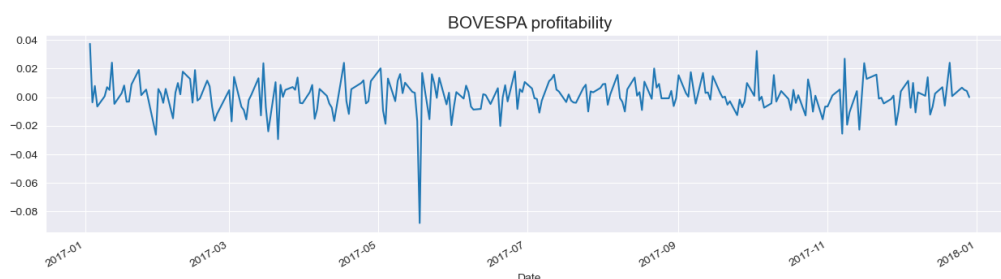


Рис.35 Дневные доходности индекса за 2017 год.

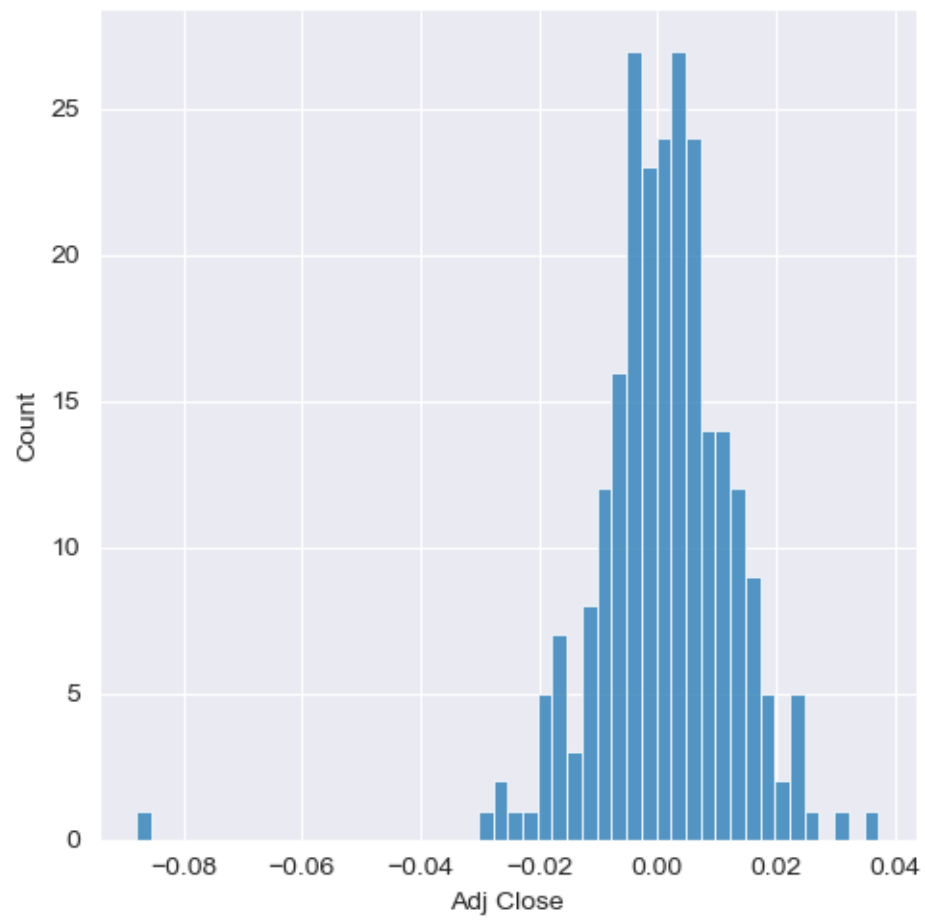


Рис.36 Распределение доходностей индекса.

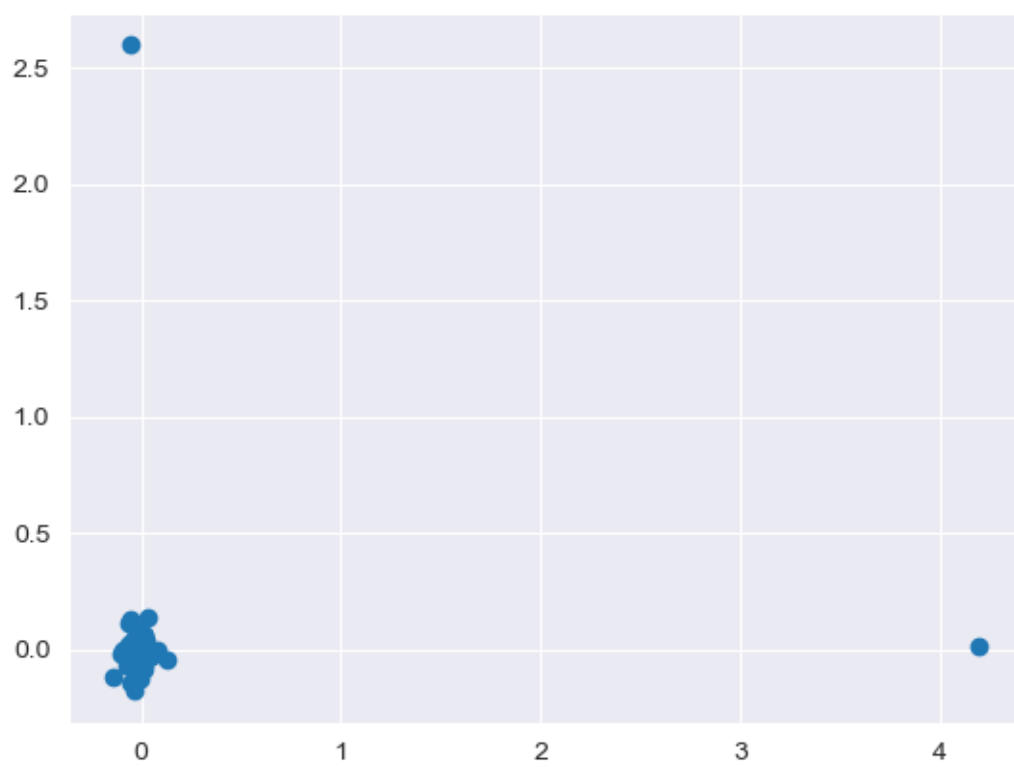


Рис.37 Выбросы при применении метода главных компонент.

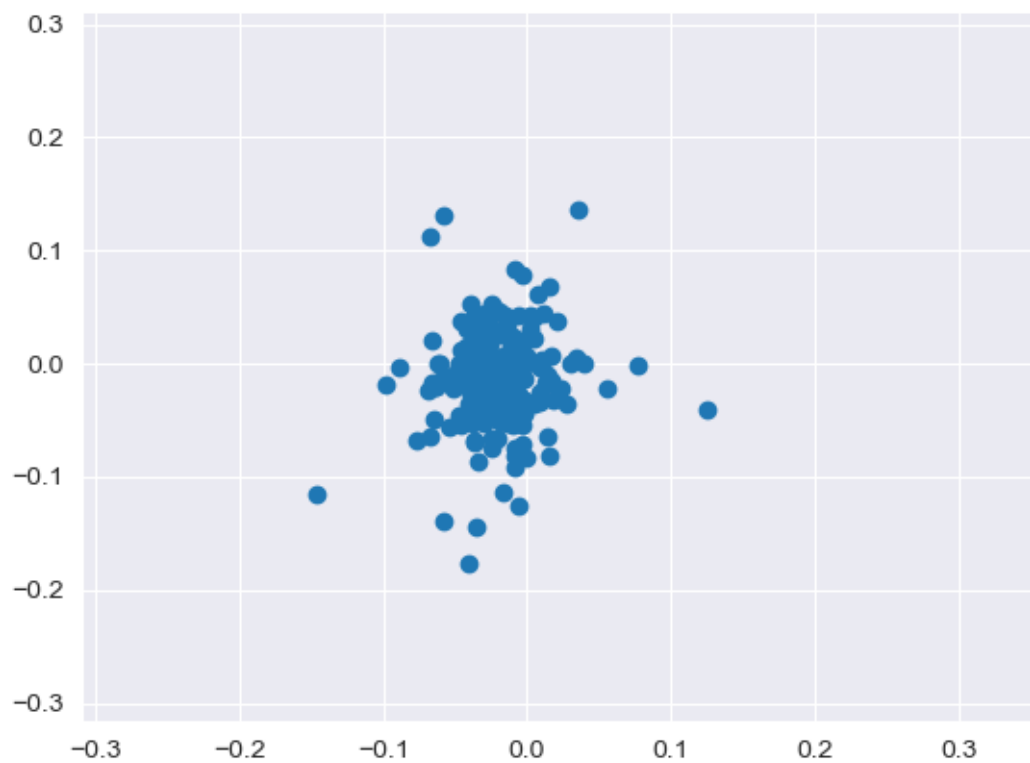


Рис.38 Распределение из метода главных компонент.

Для построения своего индекса был использован метод главных компонент из библиотеки sklearn с параметром `n_components=94` на всём рынке бразилии.

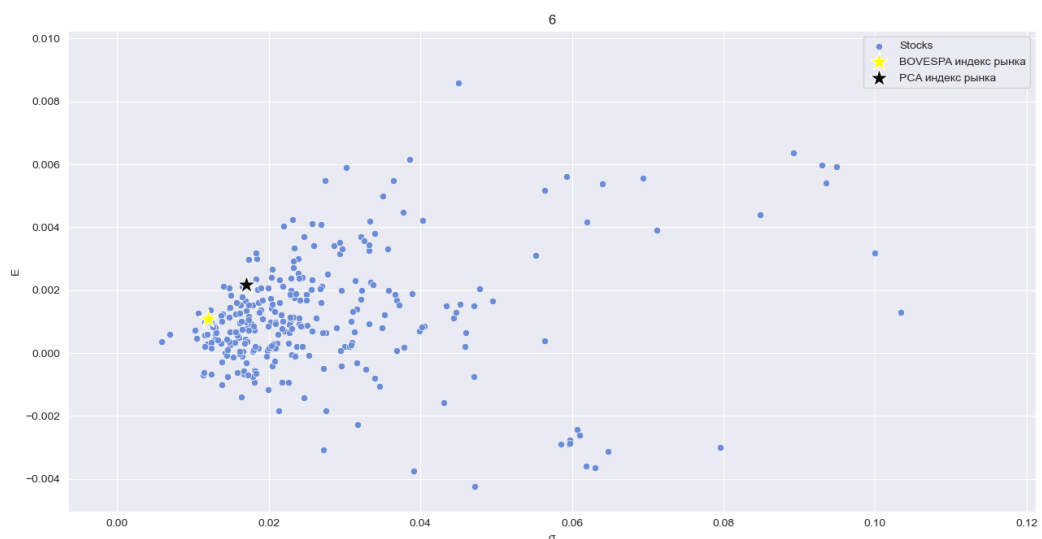


Рис.39 Сравнение индекса BOVESPA и индекса полученного с помощью метода PCA.

Вывод: был получен свой индекс с большей доходностью и большим риском.