Esame di Laboratorio di Calcolo Numerico per Informatica 2022/2023

05/07/2023

È richiesto l'upload in Moodle di tre file Matlab: la function **corde.m**, la function **schroeder.m**, uno script il cui nome deve essere **CognomeNome_matricola.m**.
Lo script consegnato deve essere eseguibile. Non verranno valutati script con errori di esecuzione.

Data una funzione $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ contenente un unico zero in $I = [a, b]$, è possibile approssimare la posizione di tale zero attraverso i metodi di bisezione o di Newton visti già a lezione.

Il metodo delle corde (o delle secanti con estremo fisso) è anch'esso un metodo per approssimare lo zero e consiste, a partire da un intervallo $[a, b]$ contenente un unico zero e da un punto iniziale x_0. Per costruire l'iterata successive, sia x_{n+1}, si procede andando ad intersecare la funzione sempre con la stessa retta che unisce i punti $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$ passante però da x_n . Tale metodo corrisponde a costruire le iterate seguendo la seguente formula

$$x_{n+1} = x_n - \frac{b-a}{f(b)-f(a)} f(x_n).$$

Il metodo di Schröder, parte da un punto iniziale x_0 e, data una funzione f sufficientemente regolare, genera la successione

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)f'(x_n)}{(f'(x_n))^2 - f(x_n)f''(x_n)},$$

convergente allo zero di f, purché il denominatore rimanga diverso da zero.

A partire dalla function **bisezione.m** si generi la function `corde.m`, modificando gli input in modo tale che contenga anche il punto di partenza `x0` e implementando il metodo descritto sopra. Si scelga come criterio di arresto il momento in cui o $|x_{n+1} - x_n| <$ `tol` o nel caso vengano raggiunte le iterate massime preassegnate. Nel costruire la function si mantengano entrambi gli errori iniziali descritti prima di applicare il metodo delle corde.

Similmente, a partire dalla function **newton.m**, si crei la function `schroeder.m`, dove implementare il metodo omonimo. Tra gli input si aggiunga la derivata seconda in quanto necessaria per il metodo. Come prima, si usi come criterio di arresto o quando $|x_{n+1} - x_n| <$ `tol` o quando vengono raggiunte le iterate massime preassegnate. In aggiunta, si modifichi l'errore di controllo prima di applicare il metodo in modo tale che esca nel caso in cui il denominatore sia uguale a zero e, similmente, si aggiunga una modifica interna al ciclo per lo stesso motivo.

In seguito, si scriva uno script denominato **CognomeNome_matricola.m** dove utilizzare i vari metodi per la ricerca dello zero (bisezione, Newton, corde e Schröder).

Si definisca la funzione

$$f(x) = \cos^2(2x) - x^2.$$

Le derivate (prima e seconda) sono

$$f'(x) = -2\sin(4x) - 2x \qquad f''(x) = -8\cos(4x) - 2,$$

e tali funzioni, nello script, dovranno essere definite come anonymous functions associate alle variabili `Df` e `D2f`.

Si faccia un plot, in una prima finestra dedicata, della funzione f sovrapposta alla derivata prima f' e alla derivata seconda f''. Si utilizzino colori diversi per ciascuna di esse e come stili grafici si usino rispettivamente: la linea continua, il punto-linea tratteggianto e la doppia linea tratteggiata. Si limiti lo spazio del plot al rettangolo $[0, 1] \times [-77]$, attraverso il comando `axis`. Si aggiunga un cerchio colorato (preferibilmente un colore diverso dai tre scelti precedentemente) per indicare il punto dello zero di f nel grafico, tale zero avrà come ascissa la posizione della soluzione *esatta* ottenuta attraverso il comando `fzero(f,0.5)` (dove `f` è la variabile associata alla funzione f). Si aggiunga inoltre la legenda per le tre funzioni e il titolo al grafico "*Grafico delle funzioni*".

In seguito si approssimi lo zero della funzione usando i metodi della corda, di bisezione, di Newton e di Schröder utilizzando le function create e assegnate. Per il metodo della corda e bisezione si consideri l'intervallo utilizzato per disegnare il grafico, ovvero `a=0`, `b=1`. Per tutti i metodi si parta dal valore `x0 = 0.1`, e si utilizzino come parametri di tolleranza `tol = 1e-8` e di numero massimo di iterate `nMax = 1000`.

Si stampi a schermo il numero di iterate impiegate da tutti i metodi aggiungendo al valore anche una frase indicante a cosa corrisponda il valore stampato a schermo.

Si generino i vettori `errC`, `errB`, `errN`, `errS` dove immagazzinare i valori degli errori assoluti tra la soluzione *esatta* e tutte le iterate dei quattro metodi, ciascun metodo nel vettore corrispondente alla iniziale in maiuscolo, e dove la soluzione *esatta* è ottenuta con il comando descritto sopra.

Si creino inoltre due ulteriori grafici in due ulteriori finestre separate, entrambi in scala semilogaritmica. Il primo contenente gli errori dei metodi della corda e di bisezione in funzione dell'iterata e il secondo con gli errori del metodo di Newton e del metodo di Schröder, anch'essi in funzione dell'iterata. Entrambi i grafici siano dotati di legenda e vengano costruiti utilizzando come stile grafico un cerchietto unito da una linea in colori diversi.

Infine, si stampi a schermo la seguente frase completando i puntini con il metodo che ha impiegato meno iterate e aggiungendo dopo i due punti il valore della soluzione ottenuta con tale metodo, il valore deve essere espresso in formato decimale con una cifra prima della virgola e sei dopo

```
Soluzione ottenuta con il metodo ...  :
```

Attenzione: Lo script consegnato deve essere eseguibile. Non verranno valutati script con errori di esecuzione.