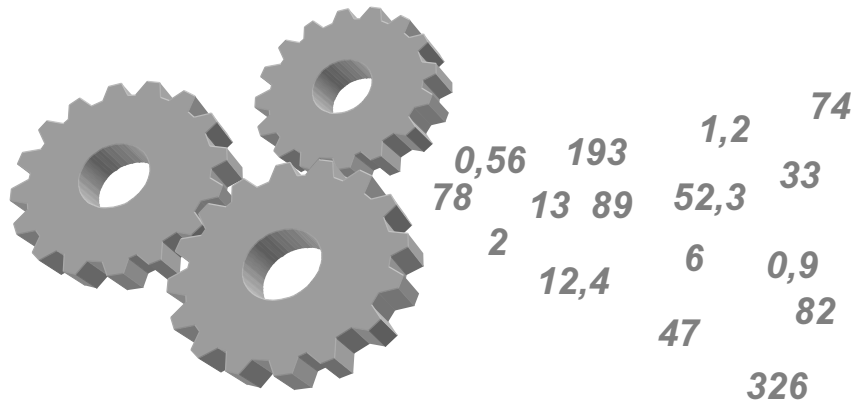


Números Aleatórios: Método de Monte Carlo



Para que Servem ?



São responsáveis pela aleatoriedade nos modelos de simulação.



Acompanhados da curva de comportamento do sistema, são capazes de gerar novos dados que se assemelham aos que foram coletados no sistema real.



Permitem simular o modelo por horizontes de tempo bem maiores do que o período usado na coleta de dados.

Aplicação do Método

Passos para aplicação do Método de Monte Carlo:

PREPARAÇÃO

- 1) Coletar os dados brutos (cronometrar do próprio sistema);
- 2) Tabular os dados (semelhante ao processo usado na Teoria das Filas): montar tabela com os intervalos de valores (ou os próprios valores) e suas frequências;
- 3) Calcular o ponto médio dos intervalos (caso sejam usados);
- 4) Calcular a frequência acumulada de cada ponto médio ou valor;
- 5) Identificar os intervalos de frequência para cada média ou valor;

APLICAÇÃO

- 6) Através de uma TABELA DE NÚMEROS ALEATÓRIOS ou de um programa GERADOR DE NÚMEROS ALEATÓRIOS (GNA), escolher um número;
- 7) Procurar, na tabela de intervalos de frequência, em qual intervalo se encontra o número escolhido;
- 8) O valor a ser usado na simulação é o ponto médio deste intervalo.

Método de Monte Carlo

Tomando como exemplo o caso anterior, do lava-rápido. Foi escolhido o tempo entre chegadas de carros para a análise como exemplo.

1) Coletar (cronometrar) os dados brutos

13.6	27.9	1.1	12.3	9.7	12.7	15.3	4.1	13.5	0.7
10.8	29.5	5.8	9.9	6.1	5.5	7.7	17.4	7.7	26.4
15.9	5.9	11.6	2.7	2.9	1.7	4.6	35.5	15.8	17.5
0.6	4.0	18.1	21.8	3.8	14.6	12.9	8.5	0.4	2.5
33.1	39.8	6.4	1.8	8.3	11.9	4.4	16.2	6.8	0.3
18.0	12.1	16.5	8.5	12.5	1.4	5.6	8.2	0.9	17.9
10.9	24.4	1.0	28.1	2.0	42.7	29.9	4.9	3.1	8.1
0.4	10.4	8.1	2.7	13.0	0.7	4.8	2.8	4.3	3.4
28.5	28.4	3.0	15.5	17.3	1.6	17.7	1.2	13.4	14.1
14.9	4.3	1.6	0.6	6.9	22.6	10.2	7.3	3.8	10.4

2. Tratamento dos Dados

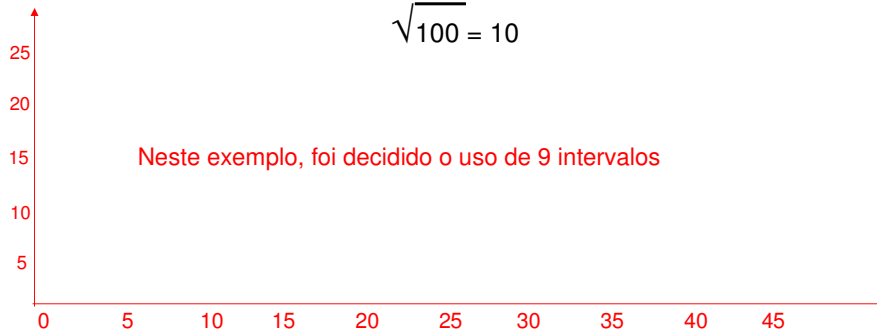
Processo de elaboração do histograma:

13.6	27.9	1.1	12.3	9.7	12.7	15.3	4.1	13.5	0.7
10.8	29.5	5.8	9.9	6.1	5.5	7.7	17.4	7.7	26.4
15.9	5.9	11.8	2.7	2.9	1.7	4.6	35.5	15.8	17.5
0.6	4.0	18.1	21.8	3.8	14.6	12.9	8.5	0.4	2.5
33.1	39.8	6.4	1.8	8.3	11.9	4.4	16.2	6.8	0.3
18.0	12.1	16.5	6.5	12.5	1.4	5.6	8.2	0.9	17.9
10.9	24.4	1.0	28.1	2.0	42.7	29.9	4.9	3.1	8.1
0.4	10.4	8.1	2.7	13.0	0.7	4.8	2.8	4.3	3.4
28.5	28.4	3.0	15.5	17.3	1.6	17.7	1.2	13.4	14.1
14.9	4.3	1.6	0.6	6.9	22.6	10.2	7.3	3.8	10.4

Determinar o número de intervalos:

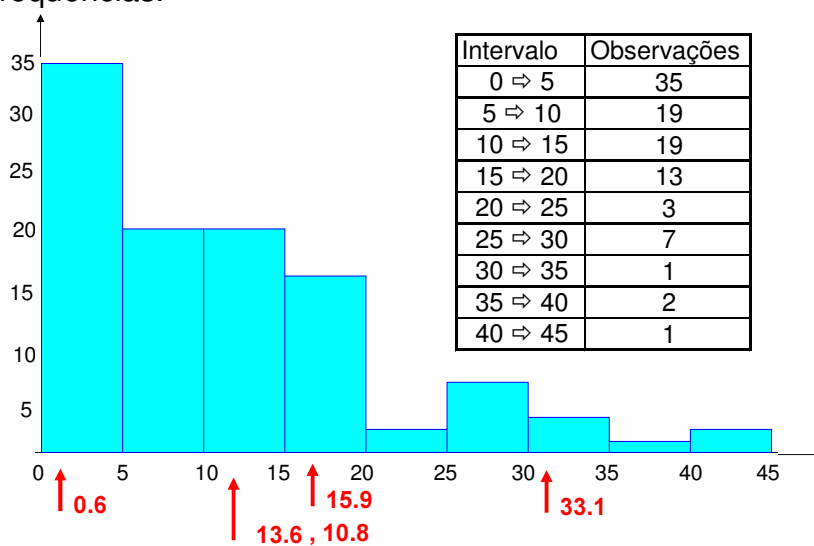
Aproximação sugerida: raiz quadrada do número de observações realizadas (método empírico). Ex: para as 100 tomadas de tempo ao lado, um número perto de 10 intervalos é adequado:

$$\sqrt{100} = 10$$



Método de Monte Carlo

2) Tabular os valores: Identificar os intervalos e descobrir suas frequências.



Exemplo: Método de Monte Carlo


Cálculo das frequências:

Intervalo	Observações		Frequência
0 ⇨ 5	35	→ 35/100 →	0.35
5 ⇨ 10	19		0.19
10 ⇨ 15	19		0.19
15 ⇨ 20	13		0.13
20 ⇨ 25	3		0.03
25 ⇨ 30	7		0.07
30 ⇨ 35	1		0.01
35 ⇨ 40	2		0.02
40 ⇨ 45	1		0.01

Total: 100 observações

Exemplo: Método de Monte Carlo

3) Cálculo do ponto médio dos intervalos:



Intervalo	Observações	Frequência	Pto.Médio
0 ⇨ 5	35	0.35	2.5
5 ⇨ 10	19	0.19	7.5
10 ⇨ 15	19	0.19	12.5
15 ⇨ 20	13	0.13	17.5
20 ⇨ 25	3	0.03	22.5
25 ⇨ 30	7	0.07	27.5
30 ⇨ 35	1	0.01	32.5
35 ⇨ 40	2	0.02	37.5
40 ⇨ 45	1	0.01	42.5

Exemplo: Método de Monte Carlo

4) Calcular a frequência ACUMULADA:

Intervalo	Observações	Pto.Médio	Frequência		Frequência Acumulada
0 ⇒ 5	35	2.5	0.35	→ 0.35	0.35
5 ⇒ 10	19	7.5	0.19	→ 0.35 + 0.19 = 0.54	0.54
10 ⇒ 15	19	12.5	0.19	→ 0.54 + 0.19 = 0.73	0.73
15 ⇒ 20	13	17.5	0.13	→ 0.73 + 0.13 = 0.86	0.86
20 ⇒ 25	3	22.5	0.03		0.89
25 ⇒ 30	7	27.5	0.07		0.96
30 ⇒ 35	1	32.5	0.01		0.97
35 ⇒ 40	2	37.5	0.02		0.99
40 ⇒ 45	1	42.5	0.01		1.00

Método de Monte Carlo

5) Identificar os intervalos de frequência:

Intervalo	Observações	Pto.Médio	Frequência	Frequência Acumulada	Intervalos
0 ⇒ 5	35	2.5	0.35	0.35	0.01 ⇒ 0.35
5 ⇒ 10	19	7.5	0.19	0.54	0.36 ⇒ 0.54
10 ⇒ 15	19	12.5	0.19	0.73	0.55 ⇒ 0.73
15 ⇒ 20	13	17.5	0.13	0.86	0.74 ⇒ 0.86
20 ⇒ 25	3	22.5	0.03	0.89	0.87 ⇒ 0.89
25 ⇒ 30	7	27.5	0.07	0.96	0.90 ⇒ 0.96
30 ⇒ 35	1	32.5	0.01	0.97	0.97
35 ⇒ 40	2	37.5	0.02	0.99	0.98 ⇒ 0.99
40 ⇒ 45	1	42.5	0.01	1	1.00

Exemplo: Método de Monte Carlo

6) Escolher valor na tabela de números aleatórios:

O que é ?

Lista de valores gerada através de algoritmo computacional (programa gerador de números aleatórios, ou GNA).

Os valores sorteados são uniformemente distribuídos entre 0 e 1 e multiplicados por 10.000. Abaixo, tabela parcial obtida do livro

"Introdução a Modelagem e Simulação de Sistemas" (Paulo Freitas)

98543	59525	21114	73109	690095	...
87060	95250	50277	17486	7962	...
82170	68014	7937	98003	40146	...
...

Como usar ?

Escolher os dois últimos algarismos de cada número, percorrendo a tabela da esquerda para a direita e de cima para baixo. Exemplo: o primeiro número a ser escolhido é **43**.

Método de Monte Carlo

Tabela reduzida, usada para obter os valores

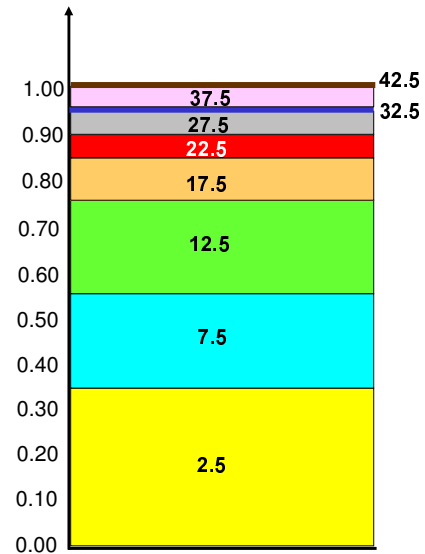
Intervalo	Pto.Médio	Intervalos
0 ⇨ 5	2.5	0.01 ⇨ 0.35
5 ⇨ 10	7.5	0.36 ⇨ 0.54
10 ⇨ 15	12.5	0.55 ⇨ 0.73
15 ⇨ 20	17.5	0.74 ⇨ 0.86
20 ⇨ 25	22.5	0.87 ⇨ 0.89
25 ⇨ 30	27.5	0.90 ⇨ 0.96
30 ⇨ 35	32.5	0.97
35 ⇨ 40	37.5	0.98 ⇨ 0.99
40 ⇨ 45	42.5	1.00

0.43

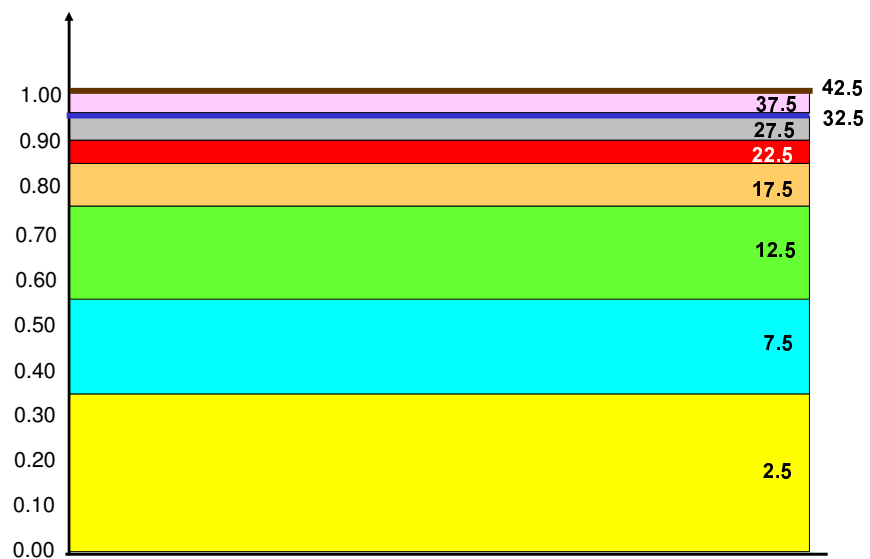
Os Intervalos

O efeito dos intervalos:

Intervalo	Pto.Médio	Intervalos
0 ⇒ 5	2.5	0.01 ⇒ 0.35
5 ⇒ 10	7.5	0.36 ⇒ 0.54
10 ⇒ 15	12.5	0.55 ⇒ 0.73
15 ⇒ 20	17.5	0.74 ⇒ 0.86
20 ⇒ 25	22.5	0.87 ⇒ 0.89
25 ⇒ 30	27.5	0.90 ⇒ 0.96
30 ⇒ 35	32.5	0.97
35 ⇒ 40	37.5	0.98 ⇒ 0.99
40 ⇒ 45	42.5	1.00

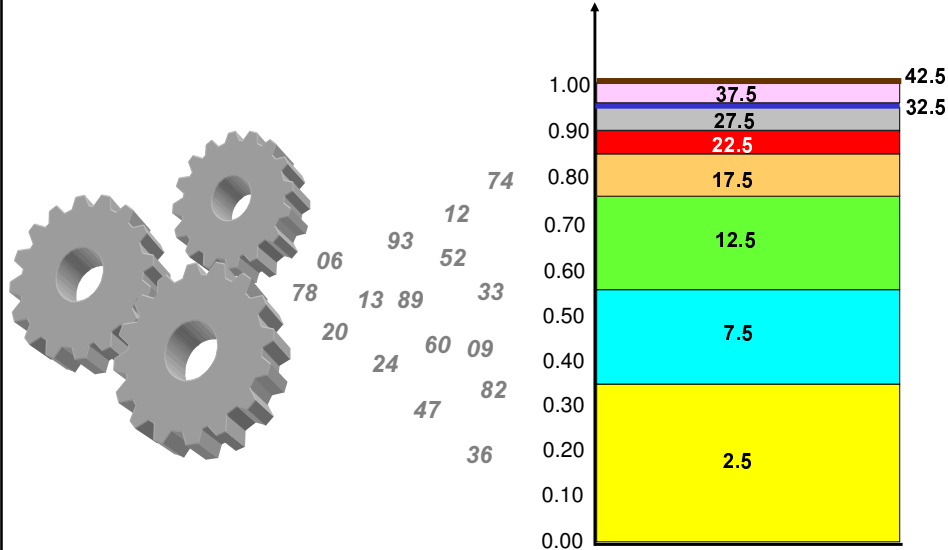


Os Intervalos



Os Intervalos

Atuação do Método de Monte Carlo:



Monte Carlo: Exercício



Recepção do Pronto-Socorro

Em um Pronto-Socorro, deseja-se dimensionar através de simulação a quantidade de recepcionistas. Para isso será necessário simular o sistema durante vários meses. Devido a inviabilidade de se simular tanto tempo com dados reais, será necessário gerar os valores por meio de Método de Monte Carlo.

A partir dos dados ao lado, obtidos através de 50 cronometragens dos intervalos entre chegadas dos pacientes (tempos em minutos), monte a tabela de intervalos de frequências e, através da tabela de números aleatórios fornecida, encontre 10 números, que serão usados para iniciar a simulação.

18.9	20.1	16.1	19.8	15.1
15.3	19.4	16.1	17.3	15
15.1	17.5	21.1	14.7	21.8
10.7	20.6	15	16.9	19.7
18.1	18.5	16.7	14.2	12.9
16	12.4	16.2	14.9	14.8
11.8	16.8	17.2	15.5	17.6
14.2	21.2	11.6	16	20.7
15.4	14	16	17.6	16.8
15.9	15.6	16.8	18.9	15.2

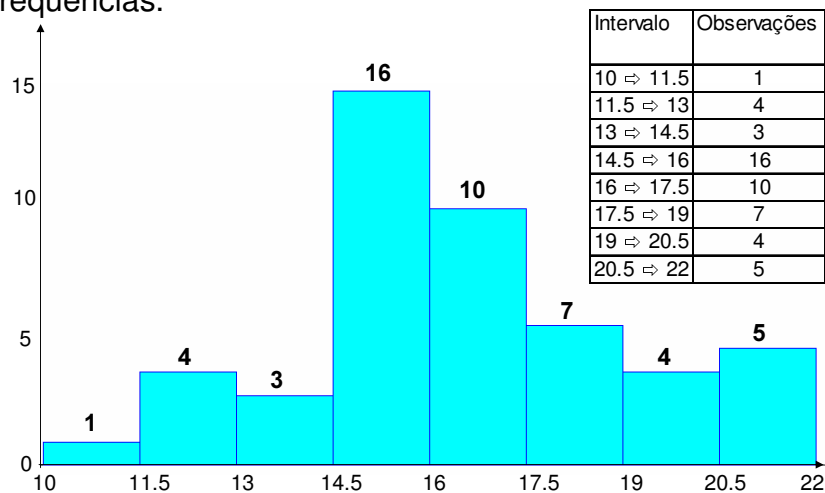
Monte Carlo: Exercício

1) Coletar (cronometrar) os dados brutos

18.9	20.1	16.1	19.8	15.1
15.3	19.4	16.1	17.3	15
15.1	17.5	21.1	14.7	21.8
10.7	20.6	15	16.9	19.7
18.1	18.5	16.7	14.2	12.9
16	12.4	16.2	14.9	14.8
11.8	16.8	17.2	15.5	17.6
14.2	21.2	11.6	16	20.7
15.4	14	16	17.6	16.8
15.9	15.6	16.8	18.9	15.2

Monte Carlo: Exercício

2) Tabular os valores: Identificar os intervalos e descobrir suas frequências.



Monte Carlo: Exercício


Cálculo das frequências:

Intervalo	Observações		Frequência
10 ⇒ 11.5	1	→ 1/50 →	0.02
11.5 ⇒ 13	4		0.08
13 ⇒ 14.5	3		0.06
14.5 ⇒ 16	16		0.32
16 ⇒ 17.5	10		0.20
17.5 ⇒ 19	7		0.14
19 ⇒ 20.5	4		0.08
20.5 ⇒ 22	5		0.10

Total: 50 observações

Monte Carlo: Exercício

3) Cálculo do ponto médio dos intervalos:



Intervalo	Observações	Frequência	Pto.Médio
10 ⇒ 11.5	1	0.02	10.75
11.5 ⇒ 13	4	0.08	12.25
13 ⇒ 14.5	3	0.06	13.75
14.5 ⇒ 16	16	0.32	15.25
16 ⇒ 17.5	10	0.20	16.75
17.5 ⇒ 19	7	0.14	18.25
19 ⇒ 20.5	4	0.08	19.75
20.5 ⇒ 22	5	0.10	21.25

Monte Carlo: Exercício

4) Calcular a frequência ACUMULADA:

Intervalo	Observações	Pto.Médio	Frequência		Frequência Acumulada
10 ⇨ 11.5	1	10.75	0.02	→ 0.02	0.02
11.5 ⇨ 13	4	12.25	0.08	→ 0.02 + 0.08 = 0.10	0.10
13 ⇨ 14.5	3	13.75	0.06	→ 0.10 + 0.06 = 0.16	0.16
14.5 ⇨ 16	16	15.25	0.32	→ 0.16 + 0.32 = 0.48	0.48
16 ⇨ 17.5	10	16.75	0.20		0.68
17.5 ⇨ 19	7	18.25	0.14		0.82
19 ⇨ 20.5	4	19.75	0.08		0.90
20.5 ⇨ 22	5	21.25	0.10		1.00

Monte Carlo: Exercício

6) Escolher os valores na tabela de números aleatórios:

98543	59525	21114	73109	690095	...
87060	95250	50277	17486	7962	...
82170	68014	7937	98003	40146	...
...

Escolher os dois últimos algarismos de cada número, percorrendo a tabela da esquerda para a direita e de cima para baixo. Exemplo: o primeiro número a ser escolhido é **43**.

Monte Carlo: Exercício

- 7) Procurar, na tabela de intervalos de frequência, em qual intervalo se encontra o número escolhido

Intervalo	Observações	Pto.Médio	Intervalos
10 ⇒ 11.5	1	10.75	0.01 ⇒ 0.02
11.5 ⇒ 13	4	12.25	0.03 ⇒ 0.10
13 ⇒ 14.5	3	13.75	0.11 ⇒ 0.16
14.5 ⇒ 16	16	15.25	0.17 ⇒ 0.48
16 ⇒ 17.5	10	16.75	0.49 ⇒ 0.68
17.5 ⇒ 19	7	18.25	0.69 ⇒ 0.82
19 ⇒ 20.5	4	19.75	0.83 ⇒ 0.90
20.5 ⇒ 22	5	21.25	0.91 ⇒ 1.00

0.43

Monte Carlo: Exercício

Sorteando o segundo valor

98543	59525	21114	73109	690095	...
87060	95250	50277	17486	7962	...
82170	68014	7937	98003	40146	...
...

No número seguinte, extrair os dois últimos algarismos, resultando no valor **25**.

Monte Carlo: Exercício

- 7) Procurar, na tabela de intervalos de frequência, em qual intervalo se encontra o número escolhido

Intervalo	Observações	Pto.Médio	Intervalos
10 ⇒ 11.5	1	10.75	0.01 ⇒ 0.02
11.5 ⇒ 13	4	12.25	0.03 ⇒ 0.10
13 ⇒ 14.5	3	13.75	0.11 ⇒ 0.16
14.5 ⇒ 16	16	15.25	0.17 ⇒ 0.48
16 ⇒ 17.5	10	16.75	0.49 ⇒ 0.68
17.5 ⇒ 19	7	18.25	0.69 ⇒ 0.82
19 ⇒ 20.5	4	19.75	0.83 ⇒ 0.90
20.5 ⇒ 22	5	21.25	0.91 ⇒ 1.00

0.25

Monte Carlo: Exercício

Valores obtidos:

Paciente	Tempo de chegada
1	15.25
2	15.25
3	13.75
4	12.25
5	21.25
6	16.75
7	16.75
8	18.25
9	19.75
10	16.75



Valores sorteados

Os Intervalos

Comparação entre os dois intervalos gerados até agora

