Chương 3

PHƯƠNG PHÁP ĐẾM

Nội dung

Chương 3. PHƯƠNG PHÁP ĐẾM

- Các nguyên lý đếm cơ bản
- Tổ hợp
- Tổ hợp lặp

3.1. Các nguyên lý đếm cơ bản

1. **Nguyên lý cộng**
2. **Nguyên lý nhân**
3. **Nguyên lý bù trừ**
4. **Nguyên lý Dirichlet**

3.1.1. Nguyên lý cộng

3.1.1. Nguyên lý cộng

Giả sử để làm công việc A ta có 2 phương pháp

3.1.1. Nguyên lý cộng

Giả sử để làm công việc A ta có 2 phương pháp

- Phương pháp 1: có n cách làm

3.1.1. Nguyên lý cộng

Giả sử để làm công việc A ta có 2 phương pháp

- Phương pháp 1: có n cách làm
- Phương pháp 2: có m cách làm

3.1.1. Nguyên lý cộng

Giả sử để làm công việc A ta có 2 phương pháp

- Phương pháp 1: có n cách làm
- Phương pháp 2: có m cách làm

Khi đó số cách làm công việc A là $\boldsymbol{n+m}$.

3.1.1. Nguyên lý cộng

Giả sử để làm công việc A ta có 2 phương pháp

- Phương pháp 1: có n cách làm
- Phương pháp 2: có m cách làm

Khi đó số cách làm công việc A là $\boldsymbol{n+m}$.

Ví dụ. An có 3 áo tay dài, 5 áo tay ngắn. Để chọn một cái áo thì An có mấy cách?

3.1.1. Nguyên lý cộng

Giả sử để làm công việc A ta có 2 phương pháp

- Phương pháp 1: có n cách làm
- Phương pháp 2: có m cách làm

Khi đó số cách làm công việc A là $\boldsymbol{n+m}$.

Ví dụ. An có 3 áo tay dài, 5 áo tay ngắn. Để chọn một cái áo thì An có mấy cách?

Đáp án. 3+5 =8 cách.

3.1.1. Nguyên lý cộng

Giả sử để làm công việc A ta có 2 phương pháp

- Phương pháp 1: có n cách làm
- Phương pháp 2: có m cách làm

Khi đó số cách làm công việc A là $\boldsymbol{n+m}$.

Ví dụ. An có 3 áo tay dài, 5 áo tay ngắn. Để chọn một cái áo thì An có mấy cách?

Đáp án. 3+5 =8 cách.

Ví dụ. Nhà trường cần chọn một sinh viên khoa CNTT năm hai, năm ba hoặc năm tư đi tham gia hội nghị sinh viên thành phố. Biết rằng trường có 501 sinh viên năm hai, 402 sinh viên năm ba, 345 sinh viên năm tư. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

3.1.1. Nguyên lý cộng

Giả sử để làm công việc A ta có 2 phương pháp

- Phương pháp 1: có n cách làm
- Phương pháp 2: có m cách làm

Khi đó số cách làm công việc A là $\boldsymbol{n+m}$.

Ví dụ. An có 3 áo tay dài, 5 áo tay ngắn. Để chọn một cái áo thì An có mấy cách?

Đáp án. 3+5 =8 cách.

Ví dụ. Nhà trường cần chọn một sinh viên khoa CNTT năm hai, năm ba hoặc năm tư đi tham gia hội nghị sinh viên thành phố. Biết rằng trường có 501 sinh viên năm hai, 402 sinh viên năm ba, 345 sinh viên năm tư. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Đáp án. $501 + 402 + 345 = 1248$ cách.

3.1.2. Nguyên lý nhân

3.1.2. Nguyên lý nhân

Giả sử để làm công việc A cần thực hiện 2 bước

3.1.2. Nguyên lý nhân

Giả sử để làm công việc A cần thực hiện 2 bước

- Bước 1 có n cách làm

3.1.2. Nguyên lý nhân

Giả sử để làm công việc A cần thực hiện 2 bước

- Bước 1 có n cách làm
- Bước 2 có m cách làm

3.1.2. Nguyên lý nhân

Giả sử để làm công việc A cần thực hiện 2 bước

- Bước 1 có n cách làm
- Bước 2 có m cách làm

Khi đó số cách làm công việc A là $\boldsymbol{n \times m}$.

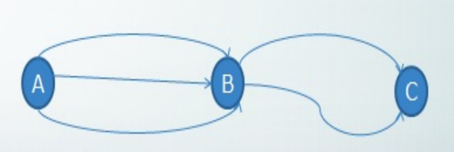
3.1.2. Nguyên lý nhân

Giả sử để làm công việc A cần thực hiện 2 bước

- Bước 1 có n cách làm
- Bước 2 có m cách làm

Khi đó số cách làm công việc A là $\boldsymbol{n \times m}$.

Ví dụ.



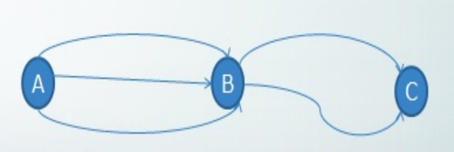
3.1.2. Nguyên lý nhân

Giả sử để làm công việc A cần thực hiện 2 bước

- Bước 1 có n cách làm
- Bước 2 có m cách làm

Khi đó số cách làm công việc A là $\boldsymbol{n \times m}$.

Ví dụ.



Hỏi có nhiêu cách đi từ A đến C?

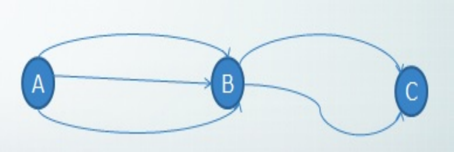
3.1.2. Nguyên lý nhân

Giả sử để làm công việc A cần thực hiện 2 bước

- Bước 1 có n cách làm
- Bước 2 có m cách làm

Khi đó số cách làm công việc A là $\boldsymbol{n \times m}$.

Ví dụ.



Hỏi có nhiêu cách đi từ A đến C?

Đáp án. $3 \times 2 = 6$ cách.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

a) Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?

b) Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

a. Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?
b. Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Giải. a) Với mỗi phần tử x của A ta có 10 cách chọn ảnh của x (vì B có 10 phần tử).

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

- a) Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?
- b) Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Giải. a) Với mỗi phần tử x của A ta có 10 cách chọn ảnh của x (vì B có 10 phần tử). Theo nguyên lý nhân, ta có 10^6 ánh xạ.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

- a) Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?
- b) Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Giải. a) Với mỗi phần tử x của A ta có 10 cách chọn ảnh của x (vì B có 10 phần tử). Theo nguyên lý nhân, ta có 10^6 ánh xạ.

b) Giải sử $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_6\}$.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

a. Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?
b. Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Giải. a) Với mỗi phần tử x của A ta có 10 cách chọn ảnh của x (vì B có 10 phần tử). Theo nguyên lý nhân, ta có 10^6 ánh xạ.

b) Giải sử $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_6\}$. Để xây dựng một đơn ánh ta cần thực hiện 6 bước:

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

a. Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?
b. Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Giải. a) Với mỗi phần tử x của A ta có 10 cách chọn ảnh của x (vì B có 10 phần tử). Theo nguyên lý nhân, ta có 10^6 ánh xạ.

b) Giải sử $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_6\}$. Để xây dựng một đơn ánh ta cần thực hiện 6 bước:

- Bước 1. Chọn ảnh của x_1 có 10 cách.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

a. Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?
b. Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Giải. a) Với mỗi phần tử x của A ta có 10 cách chọn ảnh của x (vì B có 10 phần tử). Theo nguyên lý nhân, ta có 10^6 ánh xạ.

b) Giải sử $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_6\}$. Để xây dựng một đơn ánh ta cần thực hiện 6 bước:

- Bước 1. Chọn ảnh của x_1 có 10 cách.
- Bước 2. Chọn ảnh của x_2 có $10 - 1 = 9$ cách.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

- a) Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?
- b) Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Giải. a) Với mỗi phần tử x của A ta có 10 cách chọn ảnh của x (vì B có 10 phần tử). Theo nguyên lý nhân, ta có 10^6 ánh xạ.

b) Giải sử $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_6\}$. Để xây dựng một đơn ánh ta cần thực hiện 6 bước:

- Bước 1. Chọn ảnh của x_1 có 10 cách.
- Bước 2. Chọn ảnh của x_2 có $10 - 1 = 9$ cách.
- ....

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

a. Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?
b. Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Giải. a) Với mỗi phần tử x của A ta có 10 cách chọn ảnh của x (vì B có 10 phần tử). Theo nguyên lý nhân, ta có 10^6 ánh xạ.

b) Giải sử $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_6\}$. Để xây dựng một đơn ánh ta cần thực hiện 6 bước:

- Bước 1. Chọn ảnh của x_1 có 10 cách.
- Bước 2. Chọn ảnh của x_2 có $10 - 1 = 9$ cách.
- ....
- Bước 6. Chọn ảnh của x_6 có $10 - 5 = 5$ cách.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

a. Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?
b. Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Giải. a) Với mỗi phần tử x của A ta có 10 cách chọn ảnh của x (vì B có 10 phần tử). Theo nguyên lý nhân, ta có 10^6 ánh xạ.

b) Giải sử $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_6\}$. Để xây dựng một đơn ánh ta cần thực hiện 6 bước:

- Bước 1. Chọn ảnh của x_1 có 10 cách.
- Bước 2. Chọn ảnh của x_2 có $10 - 1 = 9$ cách.
- ....
- Bước 6. Chọn ảnh của x_6 có $10 - 5 = 5$ cách.

Vậy số đơn ánh là: $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5$

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8?

Giải. Mỗi bit có thể chọn 1 trong 2 cách: 0 hoặc 1. Theo nguyên lý nhân ta có số lượng chuỗi là $2^8 = 256$.

Ví dụ. Cho tập A gồm 6 phần tử và tập B gồm 10 phần tử. Hỏi

- a) Có bao nhiêu ánh xạ từ A vào B?
- b) Có bao nhiêu đơn ánh từ A vào B?

Giải. a) Với mỗi phần tử x của A ta có 10 cách chọn ảnh của x (vì B có 10 phần tử). Theo nguyên lý nhân, ta có 10^6 ánh xạ.

b) Giải sử $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_6\}$. Để xây dựng một đơn ánh ta cần thực hiện 6 bước:

- Bước 1. Chọn ảnh của x_1 có 10 cách.
- Bước 2. Chọn ảnh của x_2 có $10 - 1 = 9$ cách.
- ....
- Bước 6. Chọn ảnh của x_6 có $10 - 5 = 5$ cách.

Vậy số đơn ánh là: $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151200$.

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc.}$

Trường hợp 1. $c = 0$.

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Trường hợp 1. $c = 0$. Khi đó

- c có 1 cách chọn

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Trường hợp 1. $c = 0$. Khi đó

- c có 1 cách chọn
- a có 5 cách chọn ($a = X \setminus \{0\}$)

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Trường hợp 1. $c = 0$. Khi đó

- c có 1 cách chọn
- a có 5 cách chọn ($a = X \setminus \{0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, 0\}$)

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Trường hợp 1. $c = 0$. Khi đó

- c có 1 cách chọn
- a có 5 cách chọn ($a = X \setminus \{0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, 0\}$)

Trường hợp 1 có $1 \times 4 \times 5 = 20$ số.

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Trường hợp 1. $c = 0$. Khi đó

- c có 1 cách chọn
- a có 5 cách chọn ($a = X \setminus \{0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, 0\}$)

Trường hợp 1 có $1 \times 4 \times 5 = 20$ số.

Trường hợp 2. $c \neq 0$.

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Trường hợp 1. $c = 0$. Khi đó

- c có 1 cách chọn
- a có 5 cách chọn ($a = X \setminus \{0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, 0\}$)

Trường hợp 1 có $1 \times 4 \times 5 = 20$ số.

Trường hợp 2. $c \neq 0$. Khi đó

- c có 2 cách chọn

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Trường hợp 1. $c = 0$. Khi đó

- c có 1 cách chọn
- a có 5 cách chọn ($a = X \setminus \{0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, 0\}$)

Trường hợp 1 có $1 \times 4 \times 5 = 20$ số.

Trường hợp 2. $c \neq 0$. Khi đó

- c có 2 cách chọn
- a có 4 cách chọn ($a = X \setminus \{c, 0\}$)

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Trường hợp 1. $c = 0$. Khi đó

- c có 1 cách chọn
- a có 5 cách chọn ($a = X \setminus \{0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, 0\}$)

Trường hợp 1 có $1 \times 4 \times 5 = 20$ số.

Trường hợp 2. $c \neq 0$. Khi đó

- c có 2 cách chọn
- a có 4 cách chọn ($a = X \setminus \{c, 0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, c\}$)

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Trường hợp 1. $c = 0$. Khi đó

- c có 1 cách chọn
- a có 5 cách chọn ($a = X \setminus \{0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, 0\}$)

Trường hợp 1 có $1 \times 4 \times 5 = 20$ số.

Trường hợp 2. $c \neq 0$. Khi đó

- c có 2 cách chọn
- a có 4 cách chọn ($a = X \setminus \{c, 0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, c\}$)

Trường hợp 2 có $2 \times 4 \times 4 = 32$ số.

Ví dụ. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau mà chia hết cho 2?

Giải. Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Trường hợp 1. $c = 0$. Khi đó

- c có 1 cách chọn
- a có 5 cách chọn ($a = X \setminus \{0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, 0\}$)

Trường hợp 1 có $1 \times 4 \times 5 = 20$ số.

Trường hợp 2. $c \neq 0$. Khi đó

- c có 2 cách chọn
- a có 4 cách chọn ($a = X \setminus \{c, 0\}$)
- b có 4 cách chọn ($b = X \setminus \{a, c\}$)

Trường hợp 2 có $2 \times 4 \times 4 = 32$ số.

Như vậy có $20 + 32 = 52$ số.

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

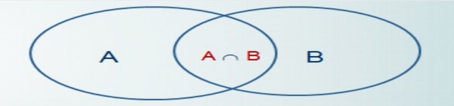
Cho A và B là hai tập hữu hạn.

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

Cho A và B là hai tập hữu hạn. Khi đó

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

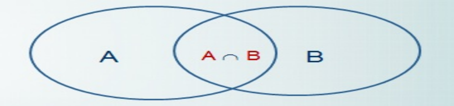


3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

Cho A và B là hai tập hữu hạn. Khi đó

$$|\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| - |\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}|$$



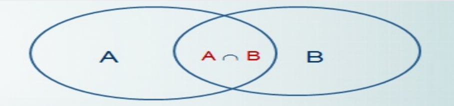
Giải ví dụ trên.

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

Cho A và B là hai tập hữu hạn. Khi đó

$$|\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| - |\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}|$$



Giải ví dụ trên.

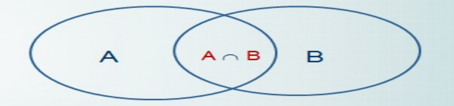
- Số lượng chuỗi bit bắt đầu bằng 1 là

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

Cho A và B là hai tập hữu hạn. Khi đó

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$



Giải ví dụ trên.

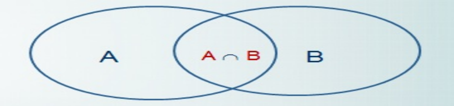
- Số lượng chuỗi bit bắt đầu bằng 1 là $2^7 = 128$.

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

Cho A và B là hai tập hữu hạn. Khi đó

$$|\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| - |\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}|$$



Giải ví dụ trên.

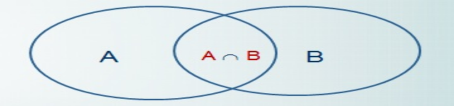
- Số lượng chuỗi bit bắt đầu bằng 1 là $2^7 = 128$.
- Số lượng chuỗi bit kết thúc bằng 00 là

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

Cho A và B là hai tập hữu hạn. Khi đó

$$|\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| - |\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}|$$



Giải ví dụ trên.

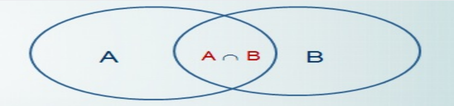
- Số lượng chuỗi bit bắt đầu bằng 1 là $2^7 = 128$.
- Số lượng chuỗi bit kết thúc bằng 00 là $2^6 = 64$.

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

Cho A và B là hai tập hữu hạn. Khi đó

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$



Giải ví dụ trên.

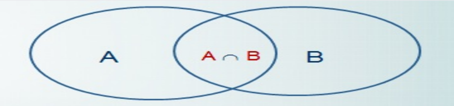
- Số lượng chuỗi bit bắt đầu bằng 1 là $2^7 = 128$.
- Số lượng chuỗi bit kết thúc bằng 00 là $2^6 = 64$.
- Số lượng chuỗi bit bắt đầu bằng 1 và kết thúc bằng 00 là

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

Cho A và B là hai tập hữu hạn. Khi đó

$$|\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| - |\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}|$$



Giải ví dụ trên.

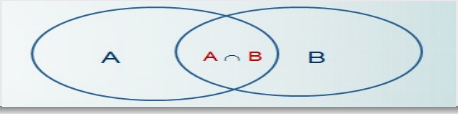
- Số lượng chuỗi bit bắt đầu bằng 1 là $2^7 = 128$.
- Số lượng chuỗi bit kết thúc bằng 00 là $2^6 = 64$.
- Số lượng chuỗi bit bắt đầu bằng 1 và kết thúc bằng 00 là $2^5 = 32$.

3.1.3. Nguyên lý bù trừ

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi bit có độ dài 8 hoặc được bắt đầu bằng 1 hoặc được kết thúc bằng 00?

Cho A và B là hai tập hữu hạn. Khi đó

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$



Giải ví dụ trên.

- Số lượng chuỗi bit bắt đầu bằng 1 là $2^7 = 128$.
- Số lượng chuỗi bit kết thúc bằng 00 là $2^6 = 64$.
- Số lượng chuỗi bit bắt đầu bằng 1 và kết thúc bằng 00 là $2^5 = 32$.

Số lượng chuỗi bit thỏa đề bài là $128 + 64 - 32 = 160$.

Ví dụ. Có 2 bài toán kiểm tra. Trong lớp có 30 sinh viên làm được bài thứ nhất và 20 sinh viên làm được bài thứ hai và chỉ có 10 sinh viên làm được cả 2 bài. Biết rằng mỗi sinh viên đều làm ít nhất một bài, hỏi lớp có bao nhiêu sinh viên?

Ví dụ. Có 2 bài toán kiểm tra. Trong lớp có 30 sinh viên làm được bài thứ nhất và 20 sinh viên làm được bài thứ hai và chỉ có 10 sinh viên làm được cả 2 bài. Biết rằng mỗi sinh viên đều làm ít nhất một bài, hỏi lớp có bao nhiêu sinh viên?

Giải. Ta gọi

- A là những sinh viên giải được bài 1

Ví dụ. Có 2 bài toán kiểm tra. Trong lớp có 30 sinh viên làm được bài thứ nhất và 20 sinh viên làm được bài thứ hai và chỉ có 10 sinh viên làm được cả 2 bài. Biết rằng mỗi sinh viên đều làm ít nhất một bài, hỏi lớp có bao nhiêu sinh viên?

Giải. Ta gọi

- A là những sinh viên giải được bài 1
- B là những sinh viên giải được bài 2

Ví dụ. Có 2 bài toán kiểm tra. Trong lớp có 30 sinh viên làm được bài thứ nhất và 20 sinh viên làm được bài thứ hai và chỉ có 10 sinh viên làm được cả 2 bài. Biết rằng mỗi sinh viên đều làm ít nhất một bài, hỏi lớp có bao nhiêu sinh viên?

Giải. Ta gọi

- A là những sinh viên giải được bài 1
- B là những sinh viên giải được bài 2

Khi đó $A \cap B$ là những sinh viên giải được cả 2 bài toán.

Ví dụ. Có 2 bài toán kiểm tra. Trong lớp có 30 sinh viên làm được bài thứ nhất và 20 sinh viên làm được bài thứ hai và chỉ có 10 sinh viên làm được cả 2 bài. Biết rằng mỗi sinh viên đều làm ít nhất một bài, hỏi lớp có bao nhiêu sinh viên?

Giải. Ta gọi

- A là những sinh viên giải được bài 1
- B là những sinh viên giải được bài 2

Khi đó $A \cap B$ là những sinh viên giải được cả 2 bài toán. Bài toán đặt ra là tính số phần tử $A \cup B$.

Ví dụ. Có 2 bài toán kiểm tra. Trong lớp có 30 sinh viên làm được bài thứ nhất và 20 sinh viên làm được bài thứ hai và chỉ có 10 sinh viên làm được cả 2 bài. Biết rằng mỗi sinh viên đều làm ít nhất một bài, hỏi lớp có bao nhiêu sinh viên?

Giải. Ta gọi

- A là những sinh viên giải được bài 1
- B là những sinh viên giải được bài 2

Khi đó $A \cap B$ là những sinh viên giải được cả 2 bài toán. Bài toán đặt ra là tính số phần tử $A \cup B$. Ta có

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Ví dụ. Có 2 bài toán kiểm tra. Trong lớp có 30 sinh viên làm được bài thứ nhất và 20 sinh viên làm được bài thứ hai và chỉ có 10 sinh viên làm được cả 2 bài. Biết rằng mỗi sinh viên đều làm ít nhất một bài, hỏi lớp có bao nhiêu sinh viên?

Giải. Ta gọi

- A là những sinh viên giải được bài 1
- B là những sinh viên giải được bài 2

Khi đó $A \cap B$ là những sinh viên giải được cả 2 bài toán. Bài toán đặt ra là tính số phần tử $A \cup B$. Ta có

$$\begin{aligned} |A \cup B| &= |A| + |B| - |A \cap B| \\ &= 30 + 20 - 10 = 40. \end{aligned}$$

Ví dụ. Có 2 bài toán kiểm tra. Trong lớp có 30 sinh viên làm được bài thứ nhất và 20 sinh viên làm được bài thứ hai và chỉ có 10 sinh viên làm được cả 2 bài. Biết rằng mỗi sinh viên đều làm ít nhất một bài, hỏi lớp có bao nhiêu sinh viên?

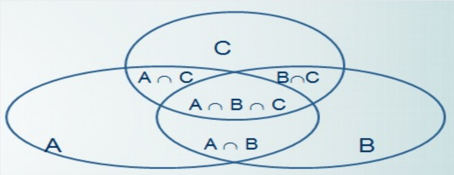
Giải. Ta gọi

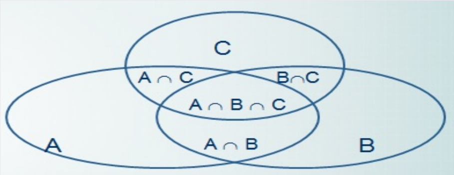
- A là những sinh viên giải được bài 1
- B là những sinh viên giải được bài 2

Khi đó $A \cap B$ là những sinh viên giải được cả 2 bài toán. Bài toán đặt ra là tính số phần tử $A \cup B$. Ta có

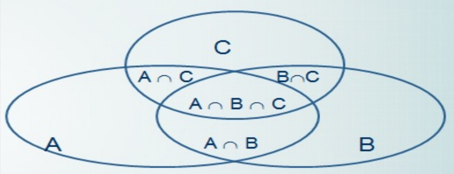
$$\begin{aligned} |A \cup B| &= |A| + |B| - |A \cap B| \\ &= 30 + 20 - 10 = 40. \end{aligned}$$

Như vậy lớp có 40 sinh viên.

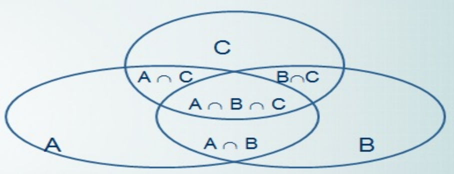

C
A ∩ C
B∩C
A ∩ B ∩ C
A
A ∩ B
B



$|A \cup B \cup C|$



$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$



$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Ví dụ.(tự làm) Bài kiểm tra Toán rời rạc có 3 bài. Biết rằng, mỗi sinh viên làm được ít nhất 1 bài, trong đó có

- 20 sinh viên làm được bài 1.
- 14 sinh viên làm được bài 2.
- 10 sinh viên làm được bài 3.
- 6 sinh viên giải được bài 1 và 3.
- 5 sinh viên giải được bài 2 và bài 3.
- 2 sinh viên giải được bài 1 và 2.
- 1 sinh viên giải được cả 3 bài.

Hỏi lớp có bao nhiêu sinh viên?

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

Ví dụ.

- Trong 367 người thì có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh nhật.

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

Ví dụ.

- Trong 367 người thì có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh nhật.
- Có 20 chim bồ câu ở trong 7 cái chuồng. Khi đó sẽ có ít nhất 1 chuồng có 3 con trở lên.

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

Ví dụ.

- Trong 367 người thì có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh nhật.
- Có 20 chim bồ câu ở trong 7 cái chuồng. Khi đó sẽ có ít nhất 1 chuồng có 3 con trở lên.

Định nghĩa. ***Giá trị trần*** của x, ký hiệu là $\lceil x \rceil$,

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

Ví dụ.

- Trong 367 người thì có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh nhật.
- Có 20 chim bồ câu ở trong 7 cái chuồng. Khi đó sẽ có ít nhất 1 chuồng có 3 con trở lên.

Định nghĩa. ***Giá trị trần*** của x, ký hiệu là $\lceil \boldsymbol{x} \rceil$, là số nguyên nhỏ nhất mà lớn hơn hay bằng x.

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

Ví dụ.

- Trong 367 người thì có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh nhật.
- Có 20 chim bồ câu ở trong 7 cái chuồng. Khi đó sẽ có ít nhất 1 chuồng có 3 con trở lên.

Định nghĩa. ***Giá trị trần*** của x, ký hiệu là $\lceil \boldsymbol{x} \rceil$, là số nguyên nhỏ nhất mà lớn hơn hay bằng x.

Ví dụ. $\lceil 2.1 \rceil = 3$;

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

Ví dụ.

- Trong 367 người thì có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh nhật.
- Có 20 chim bồ câu ở trong 7 cái chuồng. Khi đó sẽ có ít nhất 1 chuồng có 3 con trở lên.

Định nghĩa. ***Giá trị trần*** của x, ký hiệu là $\lceil x \rceil$, là số nguyên nhỏ nhất mà lớn hơn hay bằng x.

Ví dụ. $\lceil 2.1 \rceil = 3$; $\lceil 1.9 \rceil = 2$;

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

Ví dụ.

- Trong 367 người thì có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh nhật.
- Có 20 chim bồ câu ở trong 7 cái chuồng. Khi đó sẽ có ít nhất 1 chuồng có 3 con trở lên.

Định nghĩa. ***Giá trị trần*** của x, ký hiệu là $\lceil \boldsymbol{x} \rceil$, là số nguyên nhỏ nhất mà lớn hơn hay bằng x.

Ví dụ. $\lceil 2.1 \rceil = 3$; $\lceil 1.9 \rceil = 2$; $\lceil 4 \rceil = 4$;

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

Ví dụ.

- Trong 367 người thì có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh nhật.
- Có 20 chim bồ câu ở trong 7 cái chuồng. Khi đó sẽ có ít nhất 1 chuồng có 3 con trở lên.

Định nghĩa. ***Giá trị trần*** của x, ký hiệu là $\lceil x \rceil$, là số nguyên nhỏ nhất mà lớn hơn hay bằng x.

Ví dụ. $\lceil 2.1 \rceil = 3$; $\lceil 1.9 \rceil = 2$; $\lceil 4 \rceil = 4$; $\lceil -1.1 \rceil = -1$;

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

Ví dụ.

- Trong 367 người thì có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh nhật.
- Có 20 chim bồ câu ở trong 7 cái chuồng. Khi đó sẽ có ít nhất 1 chuồng có 3 con trở lên.

Định nghĩa. ***Giá trị trần*** của x, ký hiệu là $\lceil x \rceil$, là số nguyên nhỏ nhất mà lớn hơn hay bằng x.

Ví dụ. $\lceil 2.1 \rceil = 3$; $\lceil 1.9 \rceil = 2$; $\lceil 4 \rceil = 4$; $\lceil -1.1 \rceil = -1$; $\lceil -2.9 \rceil = -2$;

3.1.4. Nguyên lý Dirichlet (chuồng bồ câu)

Ví dụ.

- Trong 367 người thì có ít nhất 2 người có cùng ngày sinh nhật.
- Có 20 chim bồ câu ở trong 7 cái chuồng. Khi đó sẽ có ít nhất 1 chuồng có 3 con trở lên.

Định nghĩa. ***Giá trị trần*** của x, ký hiệu là $\lceil x \rceil$, là số nguyên nhỏ nhất mà lớn hơn hay bằng x.

Ví dụ. $\lceil 2.1 \rceil = 3$; $\lceil 1.9 \rceil = 2$; $\lceil 4 \rceil = 4$; $\lceil -1.1 \rceil = -1$; $\lceil -2.9 \rceil = -2$;

Nguyên lý Dirichlet

Nếu có n vật được đặt vào trong k hộp thì sẽ tồn tại một hộp chứa ít nhất $\left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil$ vật.

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \dfrac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \dfrac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Chứng minh rằng trong 10 số tự nhiên bất kỳ ta có thể chọn hai số có hiệu chia hết cho 9.

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \dfrac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Chứng minh rằng trong 10 số tự nhiên bất kỳ ta có thể chọn hai số có hiệu chia hết cho 9.

Giải. Khi chia 10 số bất kỳ cho 9 ta sẽ có mỗi số có một số dư trong 9 số dư: $0, 1, 2, \ldots, 7, 8$.

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \dfrac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Chứng minh rằng trong 10 số tự nhiên bất kỳ ta có thể chọn hai số có hiệu chia hết cho 9.

Giải. Khi chia 10 số bất kỳ cho 9 ta sẽ có mỗi số có một số dư trong 9 số dư: $0, 1, 2, \ldots, 7, 8$. Do đó theo nguyên lý Dirichlet phải tồn tại ít nhất hai số có cùng số dư.

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \frac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Chứng minh rằng trong 10 số tự nhiên bất kỳ ta có thể chọn hai số có hiệu chia hết cho 9.

Giải. Khi chia 10 số bất kỳ cho 9 ta sẽ có mỗi số có một số dư trong 9 số dư: $0, 1, 2, \ldots, 7, 8$. Do đó theo nguyên lý Dirichlet phải tồn tại ít nhất hai số có cùng số dư. Khi đó hiệu của hai số đó sẽ chia hết cho 9. ∎

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \dfrac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Chứng minh rằng trong 10 số tự nhiên bất kỳ ta có thể chọn hai số có hiệu chia hết cho 9.

Giải. Khi chia 10 số bất kỳ cho 9 ta sẽ có mỗi số có một số dư trong 9 số dư: $0, 1, 2, \ldots, 7, 8$. Do đó theo nguyên lý Dirichlet phải tồn tại ít nhất hai số có cùng số dư. Khi đó hiệu của hai số đó sẽ chia hết cho 9. ∎

Ví dụ. Trong một lớp học phải có ít nhất bao nhiêu sinh viên để có ít nhất 6 sinh viên có cùng thứ bậc học tập, biết rằng có 5 loại thứ bậc học tập là A, B, C, D và E?

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \frac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Chứng minh rằng trong 10 số tự nhiên bất kỳ ta có thể chọn hai số có hiệu chia hết cho 9.

Giải. Khi chia 10 số bất kỳ cho 9 ta sẽ có mỗi số có một số dư trong 9 số dư: $0, 1, 2, \ldots, 7, 8$. Do đó theo nguyên lý Dirichlet phải tồn tại ít nhất hai số có cùng số dư. Khi đó hiệu của hai số đó sẽ chia hết cho 9. ■

Ví dụ. Trong một lớp học phải có ít nhất bao nhiêu sinh viên để có ít nhất 6 sinh viên có cùng thứ bậc học tập, biết rằng có 5 loại thứ bậc học tập là A, B, C, D và E?

Giải. Gọi số sinh viên của lớp là N.

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \frac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Chứng minh rằng trong 10 số tự nhiên bất kỳ ta có thể chọn hai số có hiệu chia hết cho 9.

Giải. Khi chia 10 số bất kỳ cho 9 ta sẽ có mỗi số có một số dư trong 9 số dư: $0, 1, 2, \ldots, 7, 8$. Do đó theo nguyên lý Dirichlet phải tồn tại ít nhất hai số có cùng số dư. Khi đó hiệu của hai số đó sẽ chia hết cho 9. ■

Ví dụ. Trong một lớp học phải có ít nhất bao nhiêu sinh viên để có ít nhất 6 sinh viên có cùng thứ bậc học tập, biết rằng có 5 loại thứ bậc học tập là A, B, C, D và E?

Giải. Gọi số sinh viên của lớp là N. Theo nguyên lý Dirichlet ta có $\lceil \frac{N}{5} \rceil \geq 6$.

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \frac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Chứng minh rằng trong 10 số tự nhiên bất kỳ ta có thể chọn hai số có hiệu chia hết cho 9.

Giải. Khi chia 10 số bất kỳ cho 9 ta sẽ có mỗi số có một số dư trong 9 số dư: $0, 1, 2, \ldots, 7, 8$. Do đó theo nguyên lý Dirichlet phải tồn tại ít nhất hai số có cùng số dư. Khi đó hiệu của hai số đó sẽ chia hết cho 9. ■

Ví dụ. Trong một lớp học phải có ít nhất bao nhiêu sinh viên để có ít nhất 6 sinh viên có cùng thứ bậc học tập, biết rằng có 5 loại thứ bậc học tập là A, B, C, D và E?

Giải. Gọi số sinh viên của lớp là N. Theo nguyên lý Dirichlet ta có $\lceil \frac{N}{5} \rceil \geq 6$. Khi đó

$$N > 25.$$

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \dfrac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Chứng minh rằng trong 10 số tự nhiên bất kỳ ta có thể chọn hai số có hiệu chia hết cho 9.

Giải. Khi chia 10 số bất kỳ cho 9 ta sẽ có mỗi số có một số dư trong 9 số dư: $0, 1, 2, \ldots, 7, 8$. Do đó theo nguyên lý Dirichlet phải tồn tại ít nhất hai số có cùng số dư. Khi đó hiệu của hai số đó sẽ chia hết cho 9. ■

Ví dụ. Trong một lớp học phải có ít nhất bao nhiêu sinh viên để có ít nhất 6 sinh viên có cùng thứ bậc học tập, biết rằng có 5 loại thứ bậc học tập là A, B, C, D và E?

Giải. Gọi số sinh viên của lớp là N. Theo nguyên lý Dirichlet ta có $\lceil \frac{N}{5} \rceil \geq 6$. Khi đó

$$N > 25.$$

Do đó ta chọn $N = 26$.

Ví dụ. Trong 100 người thì có ít nhất $\left\lceil \frac{100}{12} \right\rceil = 9$ người có cùng tháng sinh.

Ví dụ. Chứng minh rằng trong 10 số tự nhiên bất kỳ ta có thể chọn hai số có hiệu chia hết cho 9.

Giải. Khi chia 10 số bất kỳ cho 9 ta sẽ có mỗi số có một số dư trong 9 số dư: $0, 1, 2, \ldots, 7, 8$. Do đó theo nguyên lý Dirichlet phải tồn tại ít nhất hai số có cùng số dư. Khi đó hiệu của hai số đó sẽ chia hết cho 9. ■

Ví dụ. Trong một lớp học phải có ít nhất bao nhiêu sinh viên để có ít nhất 6 sinh viên có cùng thứ bậc học tập, biết rằng có 5 loại thứ bậc học tập là A, B, C, D và E?

Giải. Gọi số sinh viên của lớp là N. Theo nguyên lý Dirichlet ta có $\lceil \frac{N}{5} \rceil \geq 6$. Khi đó

$$N > 25.$$

Do đó ta chọn $N = 26$. Vậy lớp phải có ít nhất 26 sinh viên.

3.2. Tổ hợp

1. **Hoán vị**

2. **Chỉnh hợp**

3. **Tổ hợp**

3.2.1. Hoán vị

3.2.1. Hoán vị

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử.

3.2.1. Hoán vị

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi cách sắp đặt có thứ tự n phần tử của A được gọi là một ***hoán vị của n*** phần tử.

3.2.1. Hoán vị

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi cách sắp đặt có thứ tự n phần tử của A được gọi là một ***hoán vị của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$. Khi đó A có các hoán vị sau:

3.2.1. Hoán vị

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi cách sắp đặt có thứ tự n phần tử của A được gọi là một ***hoán vị của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$. Khi đó A có các hoán vị sau:

$$123,\ 132,\ 213,\ 231,\ 312,\ 321$$

3.2.1. Hoán vị

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi cách sắp đặt có thứ tự n phần tử của A được gọi là một ***hoán vị của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$. Khi đó A có các hoán vị sau:

$$123,\ 132,\ 213,\ 231,\ 312,\ 321$$

Mệnh đề. *Số các hoán vị của n phần tử, ký hiệu* $\boldsymbol{P_n}$, *là*

3.2.1. Hoán vị

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi cách sắp đặt có thứ tự n phần tử của A được gọi là một ***hoán vị của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$. Khi đó A có các hoán vị sau:

$$123,\ 132,\ 213,\ 231,\ 312,\ 321$$

Mệnh đề. *Số các hoán vị của n phần tử, ký hiệu* $\boldsymbol{P_n}$, *là*

$$\boldsymbol{P_n = n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 1}$$

3.2.1. Hoán vị

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi cách sắp đặt có thứ tự n phần tử của A được gọi là một ***hoán vị của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$. Khi đó A có các hoán vị sau:

$$123,\ 132,\ 213,\ 231,\ 312,\ 321$$

Mệnh đề. *Số các hoán vị của n phần tử, ký hiệu* $\boldsymbol{P_n}$*, là*

$$\boldsymbol{P_n = n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 1}$$

Quy ước $0! = 1$.

3.2.1. Hoán vị

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi cách sắp đặt có thứ tự n phần tử của A được gọi là một ***hoán vị của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$. Khi đó A có các hoán vị sau:

$$123,\ 132,\ 213,\ 231,\ 312,\ 321$$

Mệnh đề. *Số các hoán vị của n phần tử, ký hiệu* $\boldsymbol{P_n}$, *là*

$$\boldsymbol{P_n = n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 1}$$

Quy ước $0! = 1$.

Ví dụ.(tự làm) Cho $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được tạo từ tập X?

Ví dụ. Cần sắp xếp 5 sinh viên A, B, C, D, E thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai sinh viên A và B luôn đứng ở đầu hàng?

Ví dụ. Cần sắp xếp 5 sinh viên A, B, C, D, E thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai sinh viên A và B luôn đứng ở đầu hàng?

Giải. a) Để xếp 5 sinh viên theo một hàng dọc ta chỉ cần xếp 5 sinh viên đó theo thứ tự.

Ví dụ. Cần sắp xếp 5 sinh viên A, B, C, D, E thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai sinh viên A và B luôn đứng ở đầu hàng?

Giải. a) Để xếp 5 sinh viên theo một hàng dọc ta chỉ cần xếp 5 sinh viên đó theo thứ tự. Vậy có $P_5 = 5! = 120$ cách.

Ví dụ. Cần sắp xếp 5 sinh viên A, B, C, D, E thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai sinh viên A và B luôn đứng ở đầu hàng?

Giải. a) Để xếp 5 sinh viên theo một hàng dọc ta chỉ cần xếp 5 sinh viên đó theo thứ tự. Vậy có $P_5 = 5! = 120$ cách.

b) Do 2 bạn A và B đứng đầu hàng nên có 2! cách xếp 2 bạn A, B.

Ví dụ. Cần sắp xếp 5 sinh viên A, B, C, D, E thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai sinh viên A và B luôn đứng ở đầu hàng?

Giải. a) Để xếp 5 sinh viên theo một hàng dọc ta chỉ cần xếp 5 sinh viên đó theo thứ tự. Vậy có $P_5 = 5! = 120$ cách.

b) Do 2 bạn A và B đứng đầu hàng nên có 2! cách xếp 2 bạn A, B. Vì còn 3 sinh viên nên ta có 3! cách xếp vào 3 vị trí còn lại.

Ví dụ. Cần sắp xếp 5 sinh viên A, B, C, D, E thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai sinh viên A và B luôn đứng ở đầu hàng?

Giải. a) Để xếp 5 sinh viên theo một hàng dọc ta chỉ cần xếp 5 sinh viên đó theo thứ tự. Vậy có $P_5 = 5! = 120$ cách.

b) Do 2 bạn A và B đứng đầu hàng nên có 2! cách xếp 2 bạn A, B. Vì còn 3 sinh viên nên ta có 3! cách xếp vào 3 vị trí còn lại. Vậy theo nguyên lý nhân ta có: $2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$ cách.

Ví dụ. Cần sắp xếp 5 sinh viên A, B, C, D, E thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai sinh viên A và B luôn đứng ở đầu hàng?

Giải. a) Để xếp 5 sinh viên theo một hàng dọc ta chỉ cần xếp 5 sinh viên đó theo thứ tự. Vậy có $P_5 = 5! = 120$ cách.

b) Do 2 bạn A và B đứng đầu hàng nên có 2! cách xếp 2 bạn A, B. Vì còn 3 sinh viên nên ta có 3! cách xếp vào 3 vị trí còn lại. Vậy theo nguyên lý nhân ta có: $2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$ cách.

Ví dụ. Từ 6 chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau? Trong đó có bao nhiêu số lẻ và bao nhiêu số không chia hết cho 5?

Ví dụ. Cần sắp xếp 5 sinh viên A, B, C, D, E thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai sinh viên A và B luôn đứng ở đầu hàng?

Giải. a) Để xếp 5 sinh viên theo một hàng dọc ta chỉ cần xếp 5 sinh viên đó theo thứ tự. Vậy có $P_5 = 5! = 120$ cách.

b) Do 2 bạn A và B đứng đầu hàng nên có 2! cách xếp 2 bạn A, B. Vì còn 3 sinh viên nên ta có 3! cách xếp vào 3 vị trí còn lại. Vậy theo nguyên lý nhân ta có: $2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$ cách.

Ví dụ. Từ 6 chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau? Trong đó có bao nhiêu số lẻ và bao nhiêu số không chia hết cho 5?

Giải. Để có một số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau ta sắp xếp 6 chữ số đã cho theo thứ tự.

Ví dụ. Cần sắp xếp 5 sinh viên A, B, C, D, E thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai sinh viên A và B luôn đứng ở đầu hàng?

Giải. a) Để xếp 5 sinh viên theo một hàng dọc ta chỉ cần xếp 5 sinh viên đó theo thứ tự. Vậy có $P_5 = 5! = 120$ cách.

b) Do 2 bạn A và B đứng đầu hàng nên có 2! cách xếp 2 bạn A, B. Vì còn 3 sinh viên nên ta có 3! cách xếp vào 3 vị trí còn lại. Vậy theo nguyên lý nhân ta có: $2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$ cách.

Ví dụ. Từ 6 chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau? Trong đó có bao nhiêu số lẻ và bao nhiêu số không chia hết cho 5?

Giải. Để có một số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau ta sắp xếp 6 chữ số đã cho theo thứ tự. Do đó ta có $P_6 = 6! = 720$ số.

Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số có 6 chữ số khác nhau.

Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số có 6 chữ số khác nhau.

- Nếu x là số lẻ thì $f \in \{1, 3, 5\}$ nên f có 3 cách chọn. Năm chữ số $abcde$ là hoán vị của 5 chữ số còn lại (vì đã loại đi số f),

Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số có 6 chữ số khác nhau.

- Nếu x là số lẻ thì $f \in \{1, 3, 5\}$ nên f có 3 cách chọn. Năm chữ số $abcde$ là hoán vị của 5 chữ số còn lại (vì đã loại đi số f), nên có 5! cách chọn.

Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số có 6 chữ số khác nhau.

- Nếu x là số lẻ thì $f \in \{1, 3, 5\}$ nên f có 3 cách chọn. Năm chữ số $abcde$ là hoán vị của 5 chữ số còn lại (vì đã loại đi số f), nên có 5! cách chọn. Vậy theo nguyên lý nhân ta có $3 \times 5! = 360$ số lẻ.

Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số có 6 chữ số khác nhau.

- Nếu x là số lẻ thì $f \in \{1, 3, 5\}$ nên f có 3 cách chọn. Năm chữ số $abcde$ là hoán vị của 5 chữ số còn lại (vì đã loại đi số f), nên có 5! cách chọn. Vậy theo nguyên lý nhân ta có $3 \times 5! = 360$ số lẻ.
- Tương tự như lý luận trên, ta có 5! số chia hết cho 5.

Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số có 6 chữ số khác nhau.

- Nếu x là số lẻ thì $f \in \{1, 3, 5\}$ nên f có 3 cách chọn. Năm chữ số $abcde$ là hoán vị của 5 chữ số còn lại (vì đã loại đi số f), nên có 5! cách chọn. Vậy theo nguyên lý nhân ta có $3 \times 5! = 360$ số lẻ.
- Tương tự như lý luận trên, ta có 5! số chia hết cho 5. Như vậy số không chia hết cho 5 là $6! - 5! = 600$.

Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số có 6 chữ số khác nhau.

- Nếu x là số lẻ thì $f \in \{1, 3, 5\}$ nên f có 3 cách chọn. Năm chữ số $abcde$ là hoán vị của 5 chữ số còn lại (vì đã loại đi số f), nên có 5! cách chọn. Vậy theo nguyên lý nhân ta có $3 \times 5! = 360$ số lẻ.
- Tương tự như lý luận trên, ta có 5! số chia hết cho 5. Như vậy số không chia hết cho 5 là $6! - 5! = 600$.

Ví dụ.(tự làm) Cần sắp xếp 3 sinh viên nữ và 5 sinh viên nam thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu 3 sinh viên nữ luôn đứng liền nhau?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu sinh viên đứng đầu hàng là sinh viên nữ và sinh viên cuối hàng là sinh viên nam?

Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số có 6 chữ số khác nhau.

- Nếu x là số lẻ thì $f \in \{1, 3, 5\}$ nên f có 3 cách chọn. Năm chữ số $abcde$ là hoán vị của 5 chữ số còn lại (vì đã loại đi số f), nên có 5! cách chọn. Vậy theo nguyên lý nhân ta có $3 \times 5! = 360$ số lẻ.
- Tương tự như lý luận trên, ta có 5! số chia hết cho 5. Như vậy số không chia hết cho 5 là $6! - 5! = 600$.

Ví dụ.(tự làm) Cần sắp xếp 3 sinh viên nữ và 5 sinh viên nam thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu 3 sinh viên nữ luôn đứng liền nhau?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu sinh viên đứng đầu hàng là sinh viên nữ và sinh viên cuối hàng là sinh viên nam?

Đáp án. a) $5! \times 6 \times 3! = 4320$ cách

Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số có 6 chữ số khác nhau.

- Nếu x là số lẻ thì $f \in \{1, 3, 5\}$ nên f có 3 cách chọn. Năm chữ số $abcde$ là hoán vị của 5 chữ số còn lại (vì đã loại đi số f), nên có 5! cách chọn. Vậy theo nguyên lý nhân ta có $3 \times 5! = 360$ số lẻ.
- Tương tự như lý luận trên, ta có 5! số chia hết cho 5. Như vậy số không chia hết cho 5 là $6! - 5! = 600$.

Ví dụ.(tự làm) Cần sắp xếp 3 sinh viên nữ và 5 sinh viên nam thành một hàng dọc.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu 3 sinh viên nữ luôn đứng liền nhau?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu sinh viên đứng đầu hàng là sinh viên nữ và sinh viên cuối hàng là sinh viên nam?

Đáp án. a) $5! \times 6 \times 3! = 4320$ cách b) $3 \times 5 \times 6! = 10800$ cách

Ví dụ.(tự làm) Có 3 luật sư, 4 bác sĩ và 5 kỹ sư xếp thành một hàng dọc sao cho các đồng nghiệp phải đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp? Nếu yêu cầu thêm các luật sư không đứng ở đầu hàng thì có tất cả bao nhiêu cách xếp?

Ví dụ.(tự làm) Có 3 luật sư, 4 bác sĩ và 5 kỹ sư xếp thành một hàng dọc sao cho các đồng nghiệp phải đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp? Nếu yêu cầu thêm các luật sư không đứng ở đầu hàng thì có tất cả bao nhiêu cách xếp?

Đáp án. $3! \times 3! \times 4! \times 5!$

Ví dụ.(tự làm) Có 3 luật sư, 4 bác sĩ và 5 kỹ sư xếp thành một hàng dọc sao cho các đồng nghiệp phải đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp? Nếu yêu cầu thêm các luật sư không đứng ở đầu hàng thì có tất cả bao nhiêu cách xếp?

Đáp án. $3! \times 3! \times 4! \times 5!$ $\qquad 2 \times 2! \times 3! \times 4! \times 5!$

Ví dụ.(tự làm) Có 3 luật sư, 4 bác sĩ và 5 kỹ sư xếp thành một hàng dọc sao cho các đồng nghiệp phải đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp? Nếu yêu cầu thêm các luật sư không đứng ở đầu hàng thì có tất cả bao nhiêu cách xếp?

Đáp án. $3! \times 3! \times 4! \times 5!$ $\qquad$ $2 \times 2! \times 3! \times 4! \times 5!$

Ví dụ.(tự làm) Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bác sĩ, 4 kỹ sư, 3 luật sư vào một bàn dài có 12 chỗ ngồi (được đánh số từ 1 đến 12) trong các trường hợp sau:

a. không có điều kiện gì thêm?
b. các đồng nghiệp ngồi cạnh nhau?
c. các bác sĩ ngồi cạnh nhau ở một đầu bàn, còn các kỹ sư, luật sư ngồi xen kẻ ở đầu bàn còn lại?

Ví dụ.(tự làm) Có 3 luật sư, 4 bác sĩ và 5 kỹ sư xếp thành một hàng dọc sao cho các đồng nghiệp phải đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp? Nếu yêu cầu thêm các luật sư không đứng ở đầu hàng thì có tất cả bao nhiêu cách xếp?

Đáp án. $3! \times 3! \times 4! \times 5!$ $\qquad$ $2 \times 2! \times 3! \times 4! \times 5!$

Ví dụ.(tự làm) Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bác sĩ, 4 kỹ sư, 3 luật sư vào một bàn dài có 12 chỗ ngồi (được đánh số từ 1 đến 12) trong các trường hợp sau:

a. không có điều kiện gì thêm?
b. các đồng nghiệp ngồi cạnh nhau?
c. các bác sĩ ngồi cạnh nhau ở một đầu bàn, còn các kỹ sư, luật sư ngồi xen kẻ ở đầu bàn còn lại?

Đáp án. a) $12!$

Ví dụ.(tự làm) Có 3 luật sư, 4 bác sĩ và 5 kỹ sư xếp thành một hàng dọc sao cho các đồng nghiệp phải đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp? Nếu yêu cầu thêm các luật sư không đứng ở đầu hàng thì có tất cả bao nhiêu cách xếp?

Đáp án. $3! \times 3! \times 4! \times 5!$ $\qquad$ $2 \times 2! \times 3! \times 4! \times 5!$

Ví dụ.(tự làm) Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bác sĩ, 4 kỹ sư, 3 luật sư vào một bàn dài có 12 chỗ ngồi (được đánh số từ 1 đến 12) trong các trường hợp sau:

a. không có điều kiện gì thêm?
b. các đồng nghiệp ngồi cạnh nhau?
c. các bác sĩ ngồi cạnh nhau ở một đầu bàn, còn các kỹ sư, luật sư ngồi xen kẻ ở đầu bàn còn lại?

Đáp án. a) $12!$ $\qquad$ b) $3! \times 5! \times 4! \times 3!$

Ví dụ.(tự làm) Có 3 luật sư, 4 bác sĩ và 5 kỹ sư xếp thành một hàng dọc sao cho các đồng nghiệp phải đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp? Nếu yêu cầu thêm các luật sư không đứng ở đầu hàng thì có tất cả bao nhiêu cách xếp?

Đáp án. $3! \times 3! \times 4! \times 5!$ $\qquad$ $2 \times 2! \times 3! \times 4! \times 5!$

Ví dụ.(tự làm) Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bác sĩ, 4 kỹ sư, 3 luật sư vào một bàn dài có 12 chỗ ngồi (được đánh số từ 1 đến 12) trong các trường hợp sau:

a. không có điều kiện gì thêm?
b. các đồng nghiệp ngồi cạnh nhau?
c. các bác sĩ ngồi cạnh nhau ở một đầu bàn, còn các kỹ sư, luật sư ngồi xen kẻ ở đầu bàn còn lại?

Đáp án. a) $12!$ $\qquad$ b) $3! \times 5! \times 4! \times 3!$ $\qquad$ c) $2 \times 5! \times 4! \times 3!$

3.2.2. Chỉnh hợp

3.2.2. Chỉnh hợp

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử.

3.2.2. Chỉnh hợp

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử. Mỗi bộ **sắp thứ tự** gồm r phần tử của tập hợp A được gọi là một ***chỉnh hợp chập r của n*** phần tử.

3.2.2. Chỉnh hợp

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử. Mỗi bộ **sắp thứ tự** gồm r phần tử của tập hợp A được gọi là một ***chỉnh hợp chập*** $\boldsymbol{r}$ ***của*** $\boldsymbol{n}$ phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b, c\}$. Khi đó X có các chỉnh hợp chập 2 của 3 là:

3.2.2. Chỉnh hợp

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử. Mỗi bộ **sắp thứ tự** gồm r phần tử của tập hợp A được gọi là một ***chỉnh hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b, c\}$. Khi đó X có các chỉnh hợp chập 2 của 3 là:

$$ab,\ ba,\ ac,\ ca,\ bc,\ cb$$

3.2.2. Chỉnh hợp

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử. Mỗi bộ **sắp thứ tự** gồm r phần tử của tập hợp A được gọi là một ***chỉnh hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b, c\}$. Khi đó X có các chỉnh hợp chập 2 của 3 là:

$$ab,\ ba,\ ac,\ ca,\ bc,\ cb$$

Mệnh đề. *Số các chỉnh hợp chập r của n, ký hiệu* A_n^r,

3.2.2. Chỉnh hợp

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử. Mỗi bộ **sắp thứ tự** gồm r phần tử của tập hợp A được gọi là một ***chỉnh hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b, c\}$. Khi đó X có các chỉnh hợp chập 2 của 3 là:

$$ab, \; ba, \; ac, \; ca, \; bc, \; cb$$

Mệnh đề. *Số các chỉnh hợp chập r của n, ký hiệu A_n^r, là*

$$\mathrm{A}_n^r = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

3.2.2. Chỉnh hợp

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử. Mỗi bộ **sắp thứ tự** gồm r phần tử của tập hợp A được gọi là một ***chỉnh hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b, c\}$. Khi đó X có các chỉnh hợp chập 2 của 3 là:

$$ab,\ ba,\ ac,\ ca,\ bc,\ cb$$

Mệnh đề. *Số các chỉnh hợp chập r của n, ký hiệu A_n^r, là*

$$\mathrm{A}_n^r = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Ví dụ. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được tạo thành từ $1, 2, 3, 4, 5, 6$.

3.2.2. Chỉnh hợp

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử. Mỗi bộ **sắp thứ tự** gồm r phần tử của tập hợp A được gọi là một ***chỉnh hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b, c\}$. Khi đó X có các chỉnh hợp chập 2 của 3 là:

$$ab,\ ba,\ ac,\ ca,\ bc,\ cb$$

Mệnh đề. *Số các chỉnh hợp chập r của n, ký hiệu A_n^r, là*

$$\mathrm{A}_n^r = n \times (n-1) \times \cdots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Ví dụ. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được tạo thành từ $1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Đáp án. $\mathrm{A}_6^3 = 120$ số.

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 15 sinh viên nam và 20 sinh viên nữ. Trong buổi tập trung lớp đầu năm, giáo viên chọn 3 sinh viên làm ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó và 1 thủ quỹ.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu lớp trưởng là nam.

c) Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu trong 3 bạn được chọn phải có ít nhất 1 nữ.

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 15 sinh viên nam và 20 sinh viên nữ. Trong buổi tập trung lớp đầu năm, giáo viên chọn 3 sinh viên làm ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó và 1 thủ quỹ.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn?
b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu lớp trưởng là nam.
c) Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu trong 3 bạn được chọn phải có ít nhất 1 nữ.

Đáp án. $a)\, \mathrm{A}_{35}^{3}$

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 15 sinh viên nam và 20 sinh viên nữ. Trong buổi tập trung lớp đầu năm, giáo viên chọn 3 sinh viên làm ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó và 1 thủ quỹ.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn?
b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu lớp trưởng là nam.
c) Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu trong 3 bạn được chọn phải có ít nhất 1 nữ.

Đáp án. $a)\, \mathrm{A}_{35}^{3}$

$b)\, 15 \times \mathrm{A}_{34}^{2}$

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 15 sinh viên nam và 20 sinh viên nữ. Trong buổi tập trung lớp đầu năm, giáo viên chọn 3 sinh viên làm ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó và 1 thủ quỹ.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn?
b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu lớp trưởng là nam.
c) Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu trong 3 bạn được chọn phải có ít nhất 1 nữ.

Đáp án. $a)\ \mathrm{A}_{35}^{3}$

$b)\ 15 \times \mathrm{A}_{34}^{2}$

$c)\ \mathrm{A}_{35}^{3} - \mathrm{A}_{15}^{3}$

3.2.3. Tổ hợp

3.2.3. Tổ hợp

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử.

3.2.3. Tổ hợp

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi **tập con** gồm r phần tử của A được gọi là một ***tổ hợp chập r của n*** phần tử.

3.2.3. Tổ hợp

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi **tập con** gồm r phần tử của A được gọi là một ***tổ hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Tổ hợp chập 3 của 4 phần tử của X là

3.2.3. Tổ hợp

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi **tập con** gồm r phần tử của A được gọi là một ***tổ hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Tổ hợp chập 3 của 4 phần tử của X là

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$$

3.2.3. Tổ hợp

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi **tập con** gồm r phần tử của A được gọi là một ***tổ hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Tổ hợp chập 3 của 4 phần tử của X là

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$$

Định nghĩa. Số tổ hợp chập r của n phần tử, được kí hiệu $\binom{n}{r}$ hay C_n^r, là

3.2.3. Tổ hợp

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi **tập con** gồm r phần tử của A được gọi là một ***tổ hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Tổ hợp chập 3 của 4 phần tử của X là

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$$

Định nghĩa. Số tổ hợp chập r của n phần tử, được kí hiệu $\binom{n}{r}$ hay C_n^r, là

$$\mathrm{C}_n^k = \frac{\mathrm{A}_n^r}{r!}$$

3.2.3. Tổ hợp

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi **tập con** gồm r phần tử của A được gọi là một ***tổ hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Tổ hợp chập 3 của 4 phần tử của X là

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$$

Định nghĩa. Số tổ hợp chập r của n phần tử, được kí hiệu $\binom{n}{r}$ hay C_n^r, là

$$\mathrm{C}_n^k = \frac{\mathrm{A}_n^r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

3.2.3. Tổ hợp

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi **tập con** gồm r phần tử của A được gọi là một ***tổ hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Tổ hợp chập 3 của 4 phần tử của X là

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$$

Định nghĩa. Số tổ hợp chập r của n phần tử, được kí hiệu $\binom{n}{r}$ hay C_n^r, là

$$\mathrm{C}_n^k = \frac{\mathrm{A}_n^r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Ví dụ. Một lớp có 30 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 10 bạn?

3.2.3. Tổ hợp

Định nghĩa. Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi **tập con** gồm r phần tử của A được gọi là một ***tổ hợp chập r của n*** phần tử.

Ví dụ. Cho $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Tổ hợp chập 3 của 4 phần tử của X là

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$$

Định nghĩa. Số tổ hợp chập r của n phần tử, được kí hiệu $\binom{n}{r}$ hay C_n^r, là

$$\mathrm{C}_n^k = \frac{\mathrm{A}_n^r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Ví dụ. Một lớp có 30 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 10 bạn?

Đáp án. C_{30}^{10} cách.

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 40 sinh viên gồm 25 nam và 15 nữ. Ta cần chọn ra 6 sinh viên tham gia hội nghị của trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

a) Không phân biệt nam nữ?
b) Có 4 nam và 2 nữ?
c) Có ít nhất là 4 sinh viên nam?

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 40 sinh viên gồm 25 nam và 15 nữ. Ta cần chọn ra 6 sinh viên tham gia hội nghị của trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

a) Không phân biệt nam nữ?

b) Có 4 nam và 2 nữ?

c) Có ít nhất là 4 sinh viên nam?

Đáp án. a) C_{40}^{6}

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 40 sinh viên gồm 25 nam và 15 nữ. Ta cần chọn ra 6 sinh viên tham gia hội nghị của trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

a) Không phân biệt nam nữ?
b) Có 4 nam và 2 nữ?
c) Có ít nhất là 4 sinh viên nam?

Đáp án. a) C_{40}^{6} b) $C_{25}^{4} \times C_{15}^{2}$

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 40 sinh viên gồm 25 nam và 15 nữ. Ta cần chọn ra 6 sinh viên tham gia hội nghị của trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

a) Không phân biệt nam nữ?
b) Có 4 nam và 2 nữ?
c) Có ít nhất là 4 sinh viên nam?

Đáp án. a) C_{40}^{6} b) $C_{25}^{4} \times C_{15}^{2}$

c) $C_{25}^{4} \times C_{15}^{2} + C_{25}^{5} \times C_{15}^{1} + C_{25}^{6} \times C_{15}^{0}$

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 40 sinh viên gồm 25 nam và 15 nữ. Ta cần chọn ra 6 sinh viên tham gia hội nghị của trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

a) Không phân biệt nam nữ?

b) Có 4 nam và 2 nữ?

c) Có ít nhất là 4 sinh viên nam?

Đáp án. a) C_{40}^{6} b) $C_{25}^{4} \times C_{15}^{2}$

c) $C_{25}^{4} \times C_{15}^{2} + C_{25}^{5} \times C_{15}^{1} + C_{25}^{6} \times C_{15}^{0}$

Ví dụ.(tự làm) Cho tập hợp $S = \{1, 2, \ldots, 9, 10\}$. Hỏi S có

a) bao nhiêu tập hợp con?

b) bao nhiêu tập hợp con mà mỗi tập có đúng 5 phần tử?

c) bao nhiêu tập hợp con mà mỗi tập có không quá 4 phần tử?

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 40 sinh viên gồm 25 nam và 15 nữ. Ta cần chọn ra 6 sinh viên tham gia hội nghị của trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

a) Không phân biệt nam nữ?

b) Có 4 nam và 2 nữ?

c) Có ít nhất là 4 sinh viên nam?

Đáp án. a) C_{40}^6 b) $C_{25}^4 \times C_{15}^2$

c) $C_{25}^4 \times C_{15}^2 + C_{25}^5 \times C_{15}^1 + C_{25}^6 \times C_{15}^0$

Ví dụ.(tự làm) Cho tập hợp $S = \{1, 2, \ldots, 9, 10\}$. Hỏi S có

a) bao nhiêu tập hợp con?

b) bao nhiêu tập hợp con mà mỗi tập có đúng 5 phần tử?

c) bao nhiêu tập hợp con mà mỗi tập có không quá 4 phần tử?

Đáp án. a) 2^{10}

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 40 sinh viên gồm 25 nam và 15 nữ. Ta cần chọn ra 6 sinh viên tham gia hội nghị của trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

a) Không phân biệt nam nữ?

b) Có 4 nam và 2 nữ?

c) Có ít nhất là 4 sinh viên nam?

Đáp án. a) C_{40}^{6} b) $C_{25}^{4} \times C_{15}^{2}$

c) $C_{25}^{4} \times C_{15}^{2} + C_{25}^{5} \times C_{15}^{1} + C_{25}^{6} \times C_{15}^{0}$

Ví dụ.(tự làm) Cho tập hợp $S = \{1, 2, \ldots, 9, 10\}$. Hỏi S có

a) bao nhiêu tập hợp con?

b) bao nhiêu tập hợp con mà mỗi tập có đúng 5 phần tử?

c) bao nhiêu tập hợp con mà mỗi tập có không quá 4 phần tử?

Đáp án. a) 2^{10} b) C_{10}^{5}

Ví dụ.(tự làm) Một lớp có 40 sinh viên gồm 25 nam và 15 nữ. Ta cần chọn ra 6 sinh viên tham gia hội nghị của trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

a) Không phân biệt nam nữ?

b) Có 4 nam và 2 nữ?

c) Có ít nhất là 4 sinh viên nam?

Đáp án. a) C_{40}^{6} b) $C_{25}^{4} \times C_{15}^{2}$

c) $C_{25}^{4} \times C_{15}^{2} + C_{25}^{5} \times C_{15}^{1} + C_{25}^{6} \times C_{15}^{0}$

Ví dụ.(tự làm) Cho tập hợp $S = \{1, 2, \ldots, 9, 10\}$. Hỏi S có

a) bao nhiêu tập hợp con?

b) bao nhiêu tập hợp con mà mỗi tập có đúng 5 phần tử?

c) bao nhiêu tập hợp con mà mỗi tập có không quá 4 phần tử?

Đáp án. a) 2^{10} b) C_{10}^{5} c) $C_{10}^{0} + C_{10}^{1} + C_{10}^{2} + C_{10}^{3} + C_{10}^{4}$

Ví dụ.(tự làm) Cho $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Tìm số tập con A của X có đúng 4 phần tử và thỏa điều kiện trong mỗi trường hợp sau:

a. Tập A chứa phần tử 3 và 5.
b. Phần tử lớn nhất của A là 8.
c. Phần tử nhỏ nhất của A là 2 hoặc 3.

Ví dụ.(tự làm) Cho $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Tìm số tập con A của X có đúng 4 phần tử và thỏa điều kiện trong mỗi trường hợp sau:

a) Tập A chứa phần tử 3 và 5.
b) Phần tử lớn nhất của A là 8.
c) Phần tử nhỏ nhất của A là 2 hoặc 3.

Ví dụ.(tự làm) Cho $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Hỏi có bao nhiêu tập hợp con A của X mà

a) có 5 phần tử?
b) chứa phần tử 1 và 2?
c) có số phần tử là lẻ?

3.3. Tổ hợp lặp

1. **Hoán vị lặp**
2. **Chỉnh hợp lặp**
3. **Tổ hợp lặp**
4. **Khai triển lũy thừa của đa thức**

3.3.1. Hoán vị lặp

3.3.1. Hoán vị lặp

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ AAABB?

3.3.1. Hoán vị lặp

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ AAABB?

Đáp án. 10

3.3.1. Hoán vị lặp

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ AAABB?

Đáp án. 10

Ví dụ. Có thể nhận được bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau bằng cách sắp xếp lại các chữ cái của từ SUCCESS?

3.3.1. Hoán vị lặp

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ AAABB?

Đáp án. 10

Ví dụ. Có thể nhận được bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau bằng cách sắp xếp lại các chữ cái của từ SUCCESS?

Giải. Chuỗi SUCCESS chứa 3 chữ S, 2 chữ C, 1 chữ U và 1 chữ E.

3.3.1. Hoán vị lặp

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ AAABB?

Đáp án. 10

Ví dụ. Có thể nhận được bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau bằng cách sắp xếp lại các chữ cái của từ SUCCESS?

Giải. Chuỗi SUCCESS chứa 3 chữ S, 2 chữ C, 1 chữ U và 1 chữ E. Để tạo ra một chuỗi ký tự từ các ký tự này, ta thấy

3.3.1. Hoán vị lặp

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ AAABB?

Đáp án. 10

Ví dụ. Có thể nhận được bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau bằng cách sắp xếp lại các chữ cái của từ SUCCESS?

Giải. Chuỗi SUCCESS chứa 3 chữ S, 2 chữ C, 1 chữ U và 1 chữ E. Để tạo ra một chuỗi ký tự từ các ký tự này, ta thấy

- Có C_7^3 cách chọn 3 vị trí cho 3 chữ S, còn lại 4 vị trí trống.

3.3.1. Hoán vị lặp

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ AAABB?

Đáp án. 10

Ví dụ. Có thể nhận được bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau bằng cách sắp xếp lại các chữ cái của từ SUCCESS?

Giải. Chuỗi SUCCESS chứa 3 chữ S, 2 chữ C, 1 chữ U và 1 chữ E. Để tạo ra một chuỗi ký tự từ các ký tự này, ta thấy

- Có C_7^3 cách chọn 3 vị trí cho 3 chữ S, còn lại 4 vị trí trống.
- Có C_4^2 cách chọn 2 vị trí cho 2 chữ C, còn lại 2 vị trí trống.

3.3.1. Hoán vị lặp

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ AAABB?

Đáp án. 10

Ví dụ. Có thể nhận được bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau bằng cách sắp xếp lại các chữ cái của từ SUCCESS?

Giải. Chuỗi SUCCESS chứa 3 chữ S, 2 chữ C, 1 chữ U và 1 chữ E. Để tạo ra một chuỗi ký tự từ các ký tự này, ta thấy

- Có C_7^3 cách chọn 3 vị trí cho 3 chữ S, còn lại 4 vị trí trống.
- Có C_4^2 cách chọn 2 vị trí cho 2 chữ C, còn lại 2 vị trí trống.
- Có C_2^1 cách chọn vị trí cho chữ U. Và cuối cùng có C_1^1 cách chọn vị trí chữ E.

Theo nguyên lý nhân, số chuỗi ký tự khác nhau là

$$C_7^3 \times C_4^2 \times C_2^1 \times C_1^1$$

Theo nguyên lý nhân, số chuỗi ký tự khác nhau là

$$\mathrm{C}_7^3 \times \mathrm{C}_4^2 \times \mathrm{C}_2^1 \times \mathrm{C}_1^1 = \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{2!}{1! \times 1!} \times \frac{1!}{1! \times 0!}$$

Theo nguyên lý nhân, số chuỗi ký tự khác nhau là

$$\begin{aligned}
C_7^3 \times C_4^2 \times C_2^1 \times C_1^1 &= \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{2!}{1! \times 1!} \times \frac{1!}{1! \times 0!} \\
&= \frac{7!}{3! \times 2! \times 1! \times 1!} = 420.
\end{aligned}$$

Theo nguyên lý nhân, số chuỗi ký tự khác nhau là

$$\begin{aligned} C_7^3 \times C_4^2 \times C_2^1 \times C_1^1 &= \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{2!}{1! \times 1!} \times \frac{1!}{1! \times 0!} \\ &= \frac{7!}{3! \times 2! \times 1! \times 1!} = 420. \end{aligned}$$

Định nghĩa. Cho n đối tượng trong đó có n_i đối tượng loại i $(1 < i \leq k)$ giống hệt nhau,

Theo nguyên lý nhân, số chuỗi ký tự khác nhau là

$$\begin{aligned} C_7^3 \times C_4^2 \times C_2^1 \times C_1^1 &= \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{2!}{1! \times 1!} \times \frac{1!}{1! \times 0!} \\ &= \frac{7!}{3! \times 2! \times 1! \times 1!} = 420. \end{aligned}$$

Định nghĩa. Cho n đối tượng trong đó có n_i đối tượng loại i $(1 < i \le k)$ giống hệt nhau, nghĩa là

$$n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n.$$

Theo nguyên lý nhân, số chuỗi ký tự khác nhau là

$$\begin{aligned}
C_7^3 \times C_4^2 \times C_2^1 \times C_1^1 &= \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{2!}{1! \times 1!} \times \frac{1!}{1! \times 0!} \\
&= \frac{7!}{3! \times 2! \times 1! \times 1!} = 420.
\end{aligned}$$

Định nghĩa. Cho n đối tượng trong đó có n_i đối tượng loại i $(1 < i \leq k)$ giống hệt nhau, nghĩa là

$$n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n.$$

Mỗi cách sắp xếp có thứ tự n đối tượng đã cho gọi là ***một hoán vị lặp***.

Theo nguyên lý nhân, số chuỗi ký tự khác nhau là

$$\begin{aligned} C_7^3 \times C_4^2 \times C_2^1 \times C_1^1 &= \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{2!}{1! \times 1!} \times \frac{1!}{1! \times 0!} \\ &= \frac{7!}{3! \times 2! \times 1! \times 1!} = 420. \end{aligned}$$

Định nghĩa. Cho n đối tượng trong đó có n_i đối tượng loại i $(1 < i \leq k)$ giống hệt nhau, nghĩa là

$$n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n.$$

Mỗi cách sắp xếp có thứ tự n đối tượng đã cho gọi là ***một hoán vị lặp***.

Định lý. *Số hoán vị lặp trong trường hợp trên là*

Theo nguyên lý nhân, số chuỗi ký tự khác nhau là

$$\begin{aligned} C_7^3 \times C_4^2 \times C_2^1 \times C_1^1 &= \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{2!}{1! \times 1!} \times \frac{1!}{1! \times 0!} \\ &= \frac{7!}{3! \times 2! \times 1! \times 1!} = 420. \end{aligned}$$

Định nghĩa. Cho n đối tượng trong đó có n_i đối tượng loại i $(1 < i \leq k)$ giống hệt nhau, nghĩa là

$$n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n.$$

Mỗi cách sắp xếp có thứ tự n đối tượng đã cho gọi là ***một hoán vị lặp***.

Định lý. *Số hoán vị lặp trong trường hợp trên là*

$$\mathrm{P}_{\mathbf{n}}(\mathbf{n_1}, \mathbf{n_2}, \ldots, \mathbf{n_k}) = \frac{\mathbf{n}!}{\mathbf{n_1}! \times \mathbf{n_2}! \times \cdots \times \mathbf{n_k}!}$$

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ ATAHATAT?

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ ATAHATAT?

Giải. Trong từ ATAHATAT có 4 chữ A, 3 chữ T và 1 chữ H.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ ATAHATAT?

Giải. Trong từ ATAHATAT có 4 chữ A, 3 chữ T và 1 chữ H. Do đó số chuỗi có được là

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ ATAHATAT?

Giải. Trong từ ATAHATAT có 4 chữ A, 3 chữ T và 1 chữ H. Do đó số chuỗi có được là

$$\mathrm{P}_8(4,3,1) = \frac{8!}{4! \times 3! \times 1!}$$

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ ATAHATAT?

Giải. Trong từ ATAHATAT có 4 chữ A, 3 chữ T và 1 chữ H. Do đó số chuỗi có được là

$$\mathrm{P}_8(4,3,1) = \frac{8!}{4! \times 3! \times 1!} = 280.$$

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ ATAHATAT?

Giải. Trong từ ATAHATAT có 4 chữ A, 3 chữ T và 1 chữ H. Do đó số chuỗi có được là

$$\mathrm{P}_8(4,3,1) = \frac{8!}{4! \times 3! \times 1!} = 280.$$

Ví dụ.(tự làm) Từ các chữ số 1, 2, 3 ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có đúng 5 chữ số 1, 2 chữ số 2 và 3 chữ số 3.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ ATAHATAT?

Giải. Trong từ ATAHATAT có 4 chữ A, 3 chữ T và 1 chữ H. Do đó số chuỗi có được là

$$P_8(4,3,1) = \frac{8!}{4! \times 3! \times 1!} = 280.$$

Ví dụ.(tự làm) Từ các chữ số 1, 2, 3 ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có đúng 5 chữ số 1, 2 chữ số 2 và 3 chữ số 3.

Hướng dẫn. Số tự nhiên đó có 10 chữ số, trong đó có đúng 5 chữ số 1, 2 chữ số 2 và 3 chữ số 3.

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ ATAHATAT?

Giải. Trong từ ATAHATAT có 4 chữ A, 3 chữ T và 1 chữ H. Do đó số chuỗi có được là

$$P_8(4,3,1) = \frac{8!}{4! \times 3! \times 1!} = 280.$$

Ví dụ.(tự làm) Từ các chữ số 1, 2, 3 ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có đúng 5 chữ số 1, 2 chữ số 2 và 3 chữ số 3.

Hướng dẫn. Số tự nhiên đó có 10 chữ số, trong đó có đúng 5 chữ số 1, 2 chữ số 2 và 3 chữ số 3. Do đó ta sẽ lập được

Ví dụ. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau có được bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ ATAHATAT?

Giải. Trong từ ATAHATAT có 4 chữ A, 3 chữ T và 1 chữ H. Do đó số chuỗi có được là

$$P_8(4,3,1) = \frac{8!}{4! \times 3! \times 1!} = 280.$$

Ví dụ.(tự làm) Từ các chữ số 1, 2, 3 ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có đúng 5 chữ số 1, 2 chữ số 2 và 3 chữ số 3.

Hướng dẫn. Số tự nhiên đó có 10 chữ số, trong đó có đúng 5 chữ số 1, 2 chữ số 2 và 3 chữ số 3. Do đó ta sẽ lập được

$$P_{10}(5,2,3) = \frac{10!}{5! \times 2! \times 3!} = 2520 \text{ số}.$$

3.3.2. Chỉnh hợp lặp

3.3.2. Chỉnh hợp lặp

Ví dụ. Từ bảng chữ cái tiếng Anh, có thể được bao nhiêu chuỗi chữ cái có độ dài 5?

3.3.2. Chỉnh hợp lặp

Ví dụ. Từ bảng chữ cái tiếng Anh, có thể được bao nhiêu chuỗi chữ cái có độ dài 5?

Đáp án. 26^5

3.3.2. Chỉnh hợp lặp

Ví dụ. Từ bảng chữ cái tiếng Anh, có thể được bao nhiêu chuỗi chữ cái có độ dài 5?

Đáp án. 26^5

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử.

3.3.2. Chỉnh hợp lặp

Ví dụ. Từ bảng chữ cái tiếng Anh, có thể được bao nhiêu chuỗi chữ cái có độ dài 5?

Đáp án. 26^5

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử. ***Chỉnh hợp lặp*** chập k của n phần tử là một bộ sắp thứ tự k phần tử của A, các phần tử có thể lặp lại.

3.3.2. Chỉnh hợp lặp

Ví dụ. Từ bảng chữ cái tiếng Anh, có thể được bao nhiêu chuỗi chữ cái có độ dài 5?

Đáp án. 26^5

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử. ***Chỉnh hợp lặp*** chập k của n phần tử là một bộ sắp thứ tự k phần tử của A, các phần tử có thể lặp lại.

Định lý. *Số chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là* $\boldsymbol{n^k}$.

3.3.2. Chỉnh hợp lặp

Ví dụ. Từ bảng chữ cái tiếng Anh, có thể được bao nhiêu chuỗi chữ cái có độ dài 5?

Đáp án. 26^5

Định nghĩa. Cho A là tập hợp gồm n phần tử. ***Chỉnh hợp lặp*** chập k của n phần tử là một bộ sắp thứ tự k phần tử của A, các phần tử có thể lặp lại.

Định lý. *Số chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là* $\boldsymbol{n^k}$.

Ví dụ.(tự làm) Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 10 chữ số mà 4 chữ số đầu và 4 chữ số cuối tương ứng giống nhau?

Đáp án. $9 \times 10^3 \times 10^2 = 900000$ số.

3.3.3. Tổ hợp lặp

3.3.3. Tổ hợp lặp

Ví dụ. Có 3 loại nón A, B và C, An mua 2 cái nón. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn?

3.3.3. Tổ hợp lặp

Ví dụ. Có 3 loại nón A, B và C, An mua 2 cái nón. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn?

Đáp án. An có 6 cách chọn là AA, AB, AC, BB, BC, CC.

3.3.3. Tổ hợp lặp

Ví dụ. Có 3 loại nón A, B và C, An mua 2 cái nón. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn?

Đáp án. An có 6 cách chọn là AA, AB, AC, BB, BC, CC.

Định nghĩa. Mỗi cách chọn ra r vật từ n loại vật khác nhau (trong đó mỗi loại vật có thể được chọn lại nhiều lần)

3.3.3. Tổ hợp lặp

Ví dụ. Có 3 loại nón A, B và C, An mua 2 cái nón. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn?

Đáp án. An có 6 cách chọn là AA, AB, AC, BB, BC, CC.

Định nghĩa. Mỗi cách chọn ra r vật từ n loại vật khác nhau (trong đó mỗi loại vật có thể được chọn lại nhiều lần) được gọi là ***tổ hợp lặp*** chập r của n.

3.3.3. Tổ hợp lặp

Ví dụ. Có 3 loại nón A, B và C, An mua 2 cái nón. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn?

Đáp án. An có 6 cách chọn là AA, AB, AC, BB, BC, CC.

Định nghĩa. Mỗi cách chọn ra r vật từ n loại vật khác nhau (trong đó mỗi loại vật có thể được chọn lại nhiều lần) được gọi là ***tổ hợp lặp*** chập r của n. Số tổ hợp lặp chập r của n được ký hiệu là K_n^r

3.3.3. Tổ hợp lặp

Ví dụ. Có 3 loại nón A, B và C, An mua 2 cái nón. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn?

Đáp án. An có 6 cách chọn là AA, AB, AC, BB, BC, CC.

Định nghĩa. Mỗi cách chọn ra r vật từ n loại vật khác nhau (trong đó mỗi loại vật có thể được chọn lại nhiều lần) được gọi là ***tổ hợp lặp*** chập r của n. Số tổ hợp lặp chập r của n được ký hiệu là K_n^r

Định lý. *Số các tổ hợp lặp chập r của n là* $\mathrm{K}_n^r = \mathrm{C}_{r+n-1}^r$.

3.3.3. Tổ hợp lặp

Ví dụ. Có 3 loại nón A, B và C, An mua 2 cái nón. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn?

Đáp án. An có 6 cách chọn là AA, AB, AC, BB, BC, CC.

Định nghĩa. Mỗi cách chọn ra r vật từ n loại vật khác nhau (trong đó mỗi loại vật có thể được chọn lại nhiều lần) được gọi là ***tổ hợp lặp*** chập r của n. Số tổ hợp lặp chập r của n được ký hiệu là K_n^r

Định lý. *Số các tổ hợp lặp chập r của n là* $\mathrm{K}_n^r = \mathrm{C}_{r+n-1}^r$.

Hệ quả. *Số nghiệm nguyên không âm* $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ $(x_i \in \mathbb{Z}, x_i \geq 0)$ *của phương trình*

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = r$$

là $\mathrm{K}_n^r = \mathrm{C}_{r+n-1}^r$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10.$$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10.$$

Đáp án. $\mathrm{K}_3^{10} = \mathrm{C}_{12}^{10} = 66.$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10.$$

Đáp án. $\mathrm{K}_3^{10} = \mathrm{C}_{12}^{10} = 66.$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \qquad (*)$$

thỏa điều kiện $x_1 \geq 4; x_2 > 2; x_3 > 5; x_4 \geq -2$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10.$$

Đáp án. $\mathrm{K}_3^{10} = \mathrm{C}_{12}^{10} = 66.$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \qquad (*)$$

thỏa điều kiện $x_1 \geq 4; x_2 > 2; x_3 > 5; x_4 \geq -2$

Giải. Ta viết điều kiện đã cho thành

$$x_1 \geq 4; x_2 \geq 3; x_3 \geq 6; x_4 \geq -2.$$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10.$$

Đáp án. $\mathrm{K}_3^{10} = \mathrm{C}_{12}^{10} = 66$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \qquad (*)$$

thỏa điều kiện $x_1 \geq 4; x_2 > 2; x_3 > 5; x_4 \geq -2$

Giải. Ta viết điều kiện đã cho thành

$$x_1 \geq 4; x_2 \geq 3; x_3 \geq 6; x_4 \geq -2.$$

Đặt

$$y_1 = x_1 - 4;\ y_2 = x_2 - 3;\ y_3 = x_3 - 6;\ y_4 = x_4 + 2.$$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10.$$

Đáp án. $K_3^{10} = C_{12}^{10} = 66.$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \qquad (*)$$

thỏa điều kiện $x_1 \geq 4; x_2 > 2; x_3 > 5; x_4 \geq -2$

Giải. Ta viết điều kiện đã cho thành

$$x_1 \geq 4; x_2 \geq 3; x_3 \geq 6; x_4 \geq -2.$$

Đặt

$$y_1 = x_1 - 4;\ y_2 = x_2 - 3;\ y_3 = x_3 - 6;\ y_4 = x_4 + 2.$$

Khi đó $y_i \geq 0$ với mọi $1 \leq i \leq 4$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10.$$

Đáp án. $K_3^{10} = C_{12}^{10} = 66.$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \qquad (*)$$

thỏa điều kiện $x_1 \geq 4; x_2 > 2; x_3 > 5; x_4 \geq -2$

Giải. Ta viết điều kiện đã cho thành

$$x_1 \geq 4; x_2 \geq 3; x_3 \geq 6; x_4 \geq -2.$$

Đặt

$$y_1 = x_1 - 4;\ y_2 = x_2 - 3;\ y_3 = x_3 - 6;\ y_4 = x_4 + 2.$$

Khi đó $y_i \geq 0$ với mọi $1 \leq i \leq 4$. Phương trình $(*)$ trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 9 \qquad (**)$$

Ta có số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số nghiệm của phương trình $(**)$.

Ta có số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số nghiệm của phương trình $(**)$. Do đó số nghiệm của phương trình $(*)$ là $\mathrm{K}_4^9 = \mathrm{C}_{12}^9 = 220$.

Ta có số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số nghiệm của phương trình $(**)$. Do đó số nghiệm của phương trình $(*)$ là $\mathrm{K}_4^9 = \mathrm{C}_{12}^9 = 220$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

thỏa điều kiện $x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 > 4. \quad (*)$

Ta có số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số nghiệm của phương trình $(**)$. Do đó số nghiệm của phương trình $(*)$ là $\mathrm{K}_4^9 = \mathrm{C}_{12}^9 = 220$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

thỏa điều kiện $x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 > 4. \quad (*)$

Giải. Ta viết điều kiện đã cho thành

$$0 \leq x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 \geq 5; x_4 \geq 0.$$

Ta có số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số nghiệm của phương trình $(**)$. Do đó số nghiệm của phương trình $(*)$ là $\mathrm{K}_4^9 = \mathrm{C}_{12}^9 = 220$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

thỏa điều kiện $x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 > 4. \quad (*)$

Giải. Ta viết điều kiện đã cho thành

$$0 \leq x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 \geq 5; x_4 \geq 0.$$

Xét các điều kiện sau:

Ta có số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số nghiệm của phương trình $(**)$. Do đó số nghiệm của phương trình $(*)$ là $K_4^9 = C_{12}^9 = 220$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

thỏa điều kiện $x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 > 4. \quad (*)$

Giải. Ta viết điều kiện đã cho thành

$$0 \leq x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 \geq 5; x_4 \geq 0.$$

Xét các điều kiện sau:

- $x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 2;\ x_3 \geq 5;\ x_4 \geq 0 \qquad (**)$

Ta có số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số nghiệm của phương trình $(**)$. Do đó số nghiệm của phương trình $(*)$ là $K_4^9 = C_{12}^9 = 220$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

thỏa điều kiện $x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 > 4. \quad (*)$

Giải. Ta viết điều kiện đã cho thành

$$0 \leq x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 \geq 5; x_4 \geq 0.$$

Xét các điều kiện sau:

- $x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 2;\ x_3 \geq 5;\ x_4 \geq 0 \qquad (**)$
- $x_1 > 3;\ x_2 \geq 2;\ x_3 \geq 5;\ x_4 \geq 0 \qquad (***)$

Ta có số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số nghiệm của phương trình $(**)$. Do đó số nghiệm của phương trình $(*)$ là $\mathrm{K}_4^9 = \mathrm{C}_{12}^9 = 220$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

thỏa điều kiện $x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 > 4. \quad (*)$

Giải. Ta viết điều kiện đã cho thành

$$0 \leq x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 \geq 5; x_4 \geq 0.$$

Xét các điều kiện sau:

- $x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 2;\ x_3 \geq 5;\ x_4 \geq 0 \qquad (**)$
- $x_1 > 3;\ x_2 \geq 2;\ x_3 \geq 5;\ x_4 \geq 0 \qquad (***)$

Gọi p, q, r lần lượt là các số nghiệm nguyên không âm của phương trình thỏa các điều kiện $(*), (**), (***)$.

Ta có số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số nghiệm của phương trình $(**)$. Do đó số nghiệm của phương trình $(*)$ là $\mathrm{K}_4^9 = \mathrm{C}_{12}^9 = 220$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

thỏa điều kiện $x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 > 4. \quad (*)$

Giải. Ta viết điều kiện đã cho thành

$$0 \leq x_1 \leq 3; x_2 \geq 2; x_3 \geq 5; x_4 \geq 0.$$

Xét các điều kiện sau:

- $x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 2;\ x_3 \geq 5;\ x_4 \geq 0 \qquad (**)$
- $x_1 > 3;\ x_2 \geq 2;\ x_3 \geq 5;\ x_4 \geq 0 \qquad (***)$

Gọi p, q, r lần lượt là các số nghiệm nguyên không âm của phương trình thỏa các điều kiện $(*), (**), (***)$. Ta có $\boldsymbol{p = q - r}$.

Trước hết ta tìm q.

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Số nghiệm đó là K_4^{13}

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Số nghiệm đó là $\mathrm{K}_4^{13} = \mathrm{C}_{16}^{13}$.

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Số nghiệm đó là $\mathrm{K}_4^{13} = \mathrm{C}_{16}^{13}$. Vậy $q = \mathrm{C}_{16}^{13}$.

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Số nghiệm đó là $\mathrm{K}_4^{13} = \mathrm{C}_{16}^{13}$. Vậy $q = \mathrm{C}_{16}^{13}$.

Lý luận tương tự ta có $r = \mathrm{K}_4^{9}$

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Số nghiệm đó là $\mathrm{K}_4^{13} = \mathrm{C}_{16}^{13}$. Vậy $q = \mathrm{C}_{16}^{13}$.

Lý luận tương tự ta có $r = \mathrm{K}_4^{9} = \mathrm{C}_{12}^{9}$.

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Số nghiệm đó là $\mathrm{K}_4^{13} = \mathrm{C}_{16}^{13}$. Vậy $q = \mathrm{C}_{16}^{13}$.

Lý luận tương tự ta có $r = \mathrm{K}_4^{9} = \mathrm{C}_{12}^{9}$. Như vậy

$$p = q - r$$

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Số nghiệm đó là $\mathrm{K}_4^{13} = \mathrm{C}_{16}^{13}$. Vậy $q = \mathrm{C}_{16}^{13}$.

Lý luận tương tự ta có $r = \mathrm{K}_4^{9} = \mathrm{C}_{12}^{9}$. Như vậy

$$p = q - r = \mathrm{C}_{16}^{13} - \mathrm{C}_{12}^{9}$$

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Số nghiệm đó là $\mathrm{K}_4^{13} = \mathrm{C}_{16}^{13}$. Vậy $q = \mathrm{C}_{16}^{13}$.

Lý luận tương tự ta có $r = \mathrm{K}_4^{9} = \mathrm{C}_{12}^{9}$. Như vậy

$$p = q - r = \mathrm{C}_{16}^{13} - \mathrm{C}_{12}^{9} = 560 - 220 = 340.$$

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Số nghiệm đó là $\mathrm{K}_4^{13} = \mathrm{C}_{16}^{13}$. Vậy $q = \mathrm{C}_{16}^{13}$.

Lý luận tương tự ta có $r = \mathrm{K}_4^9 = \mathrm{C}_{12}^9$. Như vậy

$$p = q - r = \mathrm{C}_{16}^{13} - \mathrm{C}_{12}^{9} = 560 - 220 = 340.$$

Vậy số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện $(*)$ là 340.

Trước hết ta tìm q. Đặt

$$y_1 = x_1; y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 - 5; y_4 = x_4$$

Phương trình (1) trở thành

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 13 \qquad (2)$$

Số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện (**) bằng số nghiệm nguyên không âm của phương trình (2)

Số nghiệm đó là $\mathrm{K}_4^{13} = \mathrm{C}_{16}^{13}$. Vậy $q = \mathrm{C}_{16}^{13}$.

Lý luận tương tự ta có $r = \mathrm{K}_4^{9} = \mathrm{C}_{12}^{9}$. Như vậy

$$p = q - r = \mathrm{C}_{16}^{13} - \mathrm{C}_{12}^{9} = 560 - 220 = 340.$$

Vậy số nghiệm nguyên không âm của phương trình (1) thỏa điều kiện $(*)$ là 340.

Hệ quả. *Số cách chia r vật giống nhau vào n hộp phân biệt cũng chính bằng số tổ hợp lặp chập r của n.*

Ví dụ.(tự làm) Tìm số cách chia 15 viên bi giống nhau cho 4 đứa trẻ.

Ví dụ.(tự làm) Tìm số cách chia 15 viên bi giống nhau cho 4 đứa trẻ.

Đáp án. $\mathrm{K}_4^{15} = \mathrm{C}_{18}^{15} = 816.$

Ví dụ.(tự làm) Tìm số cách chia 15 viên bi giống nhau cho 4 đứa trẻ.

Đáp án. $\mathrm{K}_4^{15} = \mathrm{C}_{18}^{15} = 816.$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình sau:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 11.$$

Ví dụ.(tự làm) Tìm số cách chia 15 viên bi giống nhau cho 4 đứa trẻ.

Đáp án. $\mathrm{K}_4^{15} = \mathrm{C}_{18}^{15} = 816.$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình sau:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 11.$$

Giải. Đặt $x_4 = 11 - (x_1 + x_2 + x_3)$. Khi đó $x_4 \geq 0$ và bất phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$$

Ví dụ.(tự làm) Tìm số cách chia 15 viên bi giống nhau cho 4 đứa trẻ.

Đáp án. $K_4^{15} = C_{18}^{15} = 816.$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình sau:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 11.$$

Giải. Đặt $x_4 = 11 - (x_1 + x_2 + x_3)$. Khi đó $x_4 \geq 0$ và bất phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$$

với x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên không âm.

Ví dụ.(tự làm) Tìm số cách chia 15 viên bi giống nhau cho 4 đứa trẻ.

Đáp án. $K_4^{15} = C_{18}^{15} = 816$.

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình sau:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 11.$$

Giải. Đặt $x_4 = 11 - (x_1 + x_2 + x_3)$. Khi đó $x_4 \geq 0$ và bất phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$$

với x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên không âm. Do đó số nghiệm của bất phương trình là:

Ví dụ.(tự làm) Tìm số cách chia 15 viên bi giống nhau cho 4 đứa trẻ.

Đáp án. $\mathrm{K}_4^{15} = \mathrm{C}_{18}^{15} = 816.$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình sau:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 11.$$

Giải. Đặt $x_4 = 11 - (x_1 + x_2 + x_3)$. Khi đó $x_4 \geq 0$ và bất phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$$

với x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên không âm. Do đó số nghiệm của bất phương trình là: $\mathrm{K}_4^{11} = \mathrm{C}_{14}^{11} = 364.$

Ví dụ.(tự làm) Tìm số cách chia 15 viên bi giống nhau cho 4 đứa trẻ.

Đáp án. $\mathrm{K}_4^{15} = \mathrm{C}_{18}^{15} = 816.$

Ví dụ. Tìm số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình sau:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 11.$$

Giải. Đặt $x_4 = 11 - (x_1 + x_2 + x_3)$. Khi đó $x_4 \geq 0$ và bất phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$$

với x_1, x_2, x_3, x_4 là các số nguyên không âm. Do đó số nghiệm của bất phương trình là: $\mathrm{K}_4^{11} = \mathrm{C}_{14}^{11} = 364$.

Ví dụ.(tự làm) Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình

$$x + y + z \leq 20,$$

biết $x \geq 1, y \geq 2, z \geq 3$.

Ví dụ.(tự làm) Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $x + y + z \leq 15$ thỏa điều kiện $2 \leq x \leq 6, y \geq 2, z \geq 3$.

Ví dụ.(tự làm) Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $x + y + z \leq 15$ thỏa điều kiện $2 \leq x \leq 6, y \geq 2, z \geq 3$.

Ví dụ.(tự làm) Tìm số nghiệm nguyên của phương trình $x + y + z + t = 16$ thỏa điều kiện $2 \leq x \leq 5, y \geq 1, z \geq 2, t \geq 3$.

Ví dụ.(tự làm) Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $x + y + z \leq 15$ thỏa điều kiện $2 \leq x \leq 6, y \geq 2, z \geq 3$.

Ví dụ.(tự làm) Tìm số nghiệm nguyên của phương trình $x + y + z + t = 16$ thỏa điều kiện $2 \leq x \leq 5, y \geq 1, z \geq 2, t \geq 3$.

Ví dụ.(tự làm) Có bao nhiêu cách chia 18 viên bi giống nhau cho 4 đứa trẻ sao cho mỗi đứa trẻ đều có bi và đứa lớn nhất được ít nhất 6 viên bi.

3.3.4. Khai triển lũy thừa của đa thức

3.3.4. Khai triển lũy thừa của đa thức

Định lý. *Cho x, y là biến và n là số tự nhiên.*

3.3.4. Khai triển lũy thừa của đa thức

Định lý. *Cho x, y là biến và n là số tự nhiên. Khi đó*

$$(x+y)^n =$$

3.3.4. Khai triển lũy thừa của đa thức

Định lý. *Cho x, y là biến và n là số tự nhiên. Khi đó*

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k x^{n-k} y^k$$

3.3.4. Khai triển lũy thừa của đa thức

Định lý. *Cho x, y là biến và n là số tự nhiên. Khi đó*

$$
\begin{aligned}
(x+y)^n &= \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k x^{n-k} y^k \\
&= \mathrm{C}_n^0 x^n + \mathrm{C}_n^1 x^{n-1} y + \cdots + \mathrm{C}_n^{n-1} x y^{n-1} + \mathrm{C}_n^n y^n.
\end{aligned}
$$

3.3.4. Khai triển lũy thừa của đa thức

Định lý. *Cho x, y là biến và n là số tự nhiên. Khi đó*

$$\begin{aligned}(x+y)^n &= \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k x^{n-k} y^k \\ &= \mathrm{C}_n^0 x^n + \mathrm{C}_n^1 x^{n-1} y + \cdots + \mathrm{C}_n^{n-1} x y^{n-1} + \mathrm{C}_n^n y^n.\end{aligned}$$

Ví dụ. Khai triển $(x+y)^4$

3.3.4. Khai triển lũy thừa của đa thức

Định lý. *Cho x, y là biến và n là số tự nhiên. Khi đó*

$$
\begin{aligned}
(x+y)^n &= \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k x^{n-k} y^k \\
&= \mathrm{C}_n^0 x^n + \mathrm{C}_n^1 x^{n-1} y + \cdots + \mathrm{C}_n^{n-1} x y^{n-1} + \mathrm{C}_n^n y^n.
\end{aligned}
$$

Ví dụ. Khai triển $(x+y)^4$

Giải. $(x+y)^4 = \sum_{k=0}^{4} \mathrm{C}_4^k x^{4-k} y^k$

3.3.4. Khai triển lũy thừa của đa thức

Định lý. *Cho x, y là biến và n là số tự nhiên. Khi đó*

$$
\begin{aligned}
(x+y)^n &= \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k x^{n-k} y^k \\
&= \mathrm{C}_n^0 x^n + \mathrm{C}_n^1 x^{n-1} y + \cdots + \mathrm{C}_n^{n-1} x y^{n-1} + \mathrm{C}_n^n y^n.
\end{aligned}
$$

Ví dụ. Khai triển $(x+y)^4$

Giải. $(x+y)^4 = \sum_{k=0}^{4} \mathrm{C}_4^k x^{4-k} y^k$

$$= \mathrm{C}_4^0 x^4 + \mathrm{C}_4^1 x^3 y + \mathrm{C}_4^2 x^2 y^2 + \mathrm{C}_4^3 x y^3 + \mathrm{C}_4^4 y^4.$$

3.3.4. Khai triển lũy thừa của đa thức

Định lý. *Cho x, y là biến và n là số tự nhiên. Khi đó*

$$\begin{aligned}(x+y)^n &= \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k x^{n-k} y^k \\ &= \mathrm{C}_n^0 x^n + \mathrm{C}_n^1 x^{n-1} y + \cdots + \mathrm{C}_n^{n-1} x y^{n-1} + \mathrm{C}_n^n y^n.\end{aligned}$$

Ví dụ. Khai triển $(x+y)^4$

Giải. $$\begin{aligned}(x+y)^4 &= \sum_{k=0}^{4} \mathrm{C}_4^k x^{4-k} y^k \\ &= \mathrm{C}_4^0 x^4 + \mathrm{C}_4^1 x^3 y + \mathrm{C}_4^2 x^2 y^2 + \mathrm{C}_4^3 x y^3 + \mathrm{C}_4^4 y^4. \\ &= x^4 + 4x^3 y + 6x^2 y^2 + 4xy^3 + y^4.\end{aligned}$$

3.3.4. Khai triển lũy thừa của đa thức

Định lý. *Cho x, y là biến và n là số tự nhiên. Khi đó*

$$\begin{aligned}(x+y)^n &= \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k x^{n-k} y^k \\ &= \mathrm{C}_n^0 x^n + \mathrm{C}_n^1 x^{n-1} y + \cdots + \mathrm{C}_n^{n-1} x y^{n-1} + \mathrm{C}_n^n y^n.\end{aligned}$$

Ví dụ. Khai triển $(x+y)^4$

Giải. $$\begin{aligned}(x+y)^4 &= \sum_{k=0}^{4} \mathrm{C}_4^k x^{4-k} y^k \\ &= \mathrm{C}_4^0 x^4 + \mathrm{C}_4^1 x^3 y + \mathrm{C}_4^2 x^2 y^2 + \mathrm{C}_4^3 x y^3 + \mathrm{C}_4^4 y^4. \\ &= x^4 + 4x^3 y + 6x^2 y^2 + 4xy^3 + y^4.\end{aligned}$$

Ví dụ.(tự làm) Khai triển $(2x-3y)^5$

Hệ quả. *Lần lượt cho* $x = y = 1$ *và* $x = 1, y = -1$ *vào khai triển trên ta có*

Hệ quả. *Lần lượt cho $x = y = 1$ và $x = 1, y = -1$ vào khai triển trên ta có*

1. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_n^0 + \mathrm{C}_n^1 + \mathrm{C}_n^2 + \ldots + \mathrm{C}_n^n = 2^n$

Hệ quả. *Lần lượt cho $x = y = 1$ và $x = 1, y = -1$ vào khai triển trên ta có*

i) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_n^0 + \mathrm{C}_n^1 + \mathrm{C}_n^2 + \ldots + \mathrm{C}_n^n = 2^n$

ii) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_n^0 - \mathrm{C}_n^1 + \mathrm{C}_n^2 + \ldots + (-1)^n \mathrm{C}_n^n = 0$

Hệ quả. *Lần lượt cho $x = y = 1$ và $x = 1, y = -1$ vào khai triển trên ta có*

i) $$\sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_n^0 + \mathrm{C}_n^1 + \mathrm{C}_n^2 + \ldots + \mathrm{C}_n^n = 2^n$$

ii) $$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_n^0 - \mathrm{C}_n^1 + \mathrm{C}_n^2 + \ldots + (-1)^n \mathrm{C}_n^n = 0$$

Ví dụ. Tìm hệ số của $x^{12}y^{13}$ trong khai triển $(2x - 3y)^{25}$?

Hệ quả. *Lần lượt cho $x = y = 1$ và $x = 1, y = -1$ vào khai triển trên ta có*

i) $\sum_{k=0}^{n} C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n$

ii) $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + \ldots + (-1)^n C_n^n = 0$

Ví dụ. Tìm hệ số của $x^{12}y^{13}$ trong khai triển $(2x - 3y)^{25}$?

Giải. Dựa vào Định lý, ta có

$$\Big[2x + (-3y)\Big]^{25} = \sum_{k=0}^{25} C_{25}^k (2x)^{25-k}(-3y)^k.$$

Hệ quả. *Lần lượt cho $x = y = 1$ và $x = 1, y = -1$ vào khai triển trên ta có*

i) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_n^0 + \mathrm{C}_n^1 + \mathrm{C}_n^2 + \ldots + \mathrm{C}_n^n = 2^n$

ii) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_n^0 - \mathrm{C}_n^1 + \mathrm{C}_n^2 + \ldots + (-1)^n \mathrm{C}_n^n = 0$

Ví dụ. Tìm hệ số của $x^{12}y^{13}$ trong khai triển $(2x - 3y)^{25}$?

Giải. Dựa vào Định lý, ta có

$$\Big[2x + (-3y)\Big]^{25} = \sum_{k=0}^{25} \mathrm{C}_{25}^k (2x)^{25-k}(-3y)^k.$$

Do đó hệ số của $x^{12}y^{13}$ có được khi $k = 13$.

Hệ quả. *Lần lượt cho $x = y = 1$ và $x = 1, y = -1$ vào khai triển trên ta có*

i) $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n$

ii) $\sum\limits_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + \ldots + (-1)^n C_n^n = 0$

Ví dụ. Tìm hệ số của $x^{12}y^{13}$ trong khai triển $(2x - 3y)^{25}$?

Giải. Dựa vào Định lý, ta có

$$\Big[2x + (-3y)\Big]^{25} = \sum_{k=0}^{25} C_{25}^k (2x)^{25-k}(-3y)^k.$$

Do đó hệ số của $x^{12}y^{13}$ có được khi $k = 13$. Suy ra hệ số cần tìm là:

$$C_{25}^{13}\, 2^{12}(-3)^{13}$$

Hệ quả. *Lần lượt cho $x = y = 1$ và $x = 1, y = -1$ vào khai triển trên ta có*

i) $\sum_{k=0}^{n} C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n$

ii) $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + \ldots + (-1)^n C_n^n = 0$

Ví dụ. Tìm hệ số của $x^{12}y^{13}$ trong khai triển $(2x - 3y)^{25}$?

Giải. Dựa vào Định lý, ta có

$$\Big[2x + (-3y)\Big]^{25} = \sum_{k=0}^{25} C_{25}^k (2x)^{25-k}(-3y)^k.$$

Do đó hệ số của $x^{12}y^{13}$ có được khi $k = 13$. Suy ra hệ số cần tìm là:

$$C_{25}^{13}\, 2^{12}(-3)^{13} = -33959763545702400.$$

Định lý. *Cho* $x_1, x_2, \ldots, x_m$ *là các biến và* n *là số nguyên dương.*

Định lý. *Cho* $x_1, x_2, \dots, x_m$ *là các biến và* n *là số nguyên dương. Khi đó*

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{k_1+k_2+\cdots+k_m=n} \frac{n!}{k_1!\,k_2!\dots k_m!} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_m^{k_m}$$

Định lý. *Cho* $x_1, x_2, \dots, x_m$ *là các biến và* n *là số nguyên dương. Khi đó*

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{k_1+k_2+\cdots+k_m=n} \frac{n!}{k_1!\,k_2!\dots k_m!} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_m^{k_m}$$

Ví dụ. Tìm hệ số của x^3y^5z trong khai triển $(x + 2y - 3z + t)^9$

Định lý. *Cho* $x_1, x_2, \ldots, x_m$ *là các biến và* n *là số nguyên dương. Khi đó*

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{k_1+k_2+\cdots+k_m=n} \frac{n!}{k_1!\,k_2!\ldots k_m!} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_m^{k_m}$$

Ví dụ. Tìm hệ số của x^3y^5z trong khai triển $(x + 2y - 3z + t)^9$

Giải. Áp dụng Định lý trên, ta có số hạng chứa x^3y^5z là

Định lý. *Cho $x_1, x_2, \ldots, x_m$ là các biến và n là số nguyên dương. Khi đó*

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{k_1+k_2+\cdots+k_m=n} \frac{n!}{k_1!\, k_2! \ldots k_m!} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_m^{k_m}$$

Ví dụ. Tìm hệ số của x^3y^5z trong khai triển $(x + 2y - 3z + t)^9$

Giải. Áp dụng Định lý trên, ta có số hạng chứa x^3y^5z là

$$\frac{9!}{3!\,5!\,1!\,0!} x^3 (2y)^5 (-3z)^1 t^0$$

Định lý. *Cho $x_1, x_2, \ldots, x_m$ là các biến và n là số nguyên dương. Khi đó*

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{k_1+k_2+\cdots+k_m=n} \frac{n!}{k_1!\,k_2!\ldots k_m!} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_m^{k_m}$$

Ví dụ. Tìm hệ số của x^3y^5z trong khai triển $(x + 2y - 3z + t)^9$

Giải. Áp dụng Định lý trên, ta có số hạng chứa x^3y^5z là

$$\frac{9!}{3!\,5!\,1!\,0!} x^3(2y)^5(-3z)^1t^0 = -48384\, x^3y^5z.$$

Định lý. *Cho $x_1, x_2, \ldots, x_m$ là các biến và n là số nguyên dương. Khi đó*

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{k_1+k_2+\cdots+k_m=n} \frac{n!}{k_1!\,k_2!\ldots k_m!} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_m^{k_m}$$

Ví dụ. Tìm hệ số của x^3y^5z trong khai triển $(x + 2y - 3z + t)^9$

Giải. Áp dụng Định lý trên, ta có số hạng chứa x^3y^5z là

$$\frac{9!}{3!\,5!\,1!\,0!} x^3(2y)^5(-3z)^1t^0 = -48384\,x^3y^5z.$$

Vậy hệ số của x^3y^5z là -48384.

Định lý. *Cho $x_1, x_2, \ldots, x_m$ là các biến và n là số nguyên dương. Khi đó*

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{k_1+k_2+\cdots+k_m=n} \frac{n!}{k_1!\,k_2!\ldots k_m!} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_m^{k_m}$$

Ví dụ. Tìm hệ số của x^3y^5z trong khai triển $(x + 2y - 3z + t)^9$

Giải. Áp dụng Định lý trên, ta có số hạng chứa x^3y^5z là

$$\frac{9!}{3!\,5!\,1!\,0!} x^3(2y)^5(-3z)^1t^0 = -48384\,x^3y^5z.$$

Vậy hệ số của x^3y^5z là -48384.

Ví dụ.(tự làm) Cho khai triển của $(-x + y^2 - 2z + t)^{10}$

a. Tìm hệ số của x^5y^8t.
b. Có bao nhiêu số hạng khác nhau trong phép khai triển trên?

Hướng dẫn. b) Mỗi số hạng có dạng $Mx^a(y^2)^b z^c t^d$.

Hướng dẫn. b) Mỗi số hạng có dạng $Mx^a(y^2)^b z^c t^d$. Suy ra các số hạng khác nhau của khai triển là số nghiệm của phương trình

$$a+b+c+d=10,$$

với a,b,c,d là các số nguyên không âm.

Hướng dẫn. b) Mỗi số hạng có dạng $Mx^a(y^2)^b z^c t^d$. Suy ra các số hạng khác nhau của khai triển là số nghiệm của phương trình

$$a + b + c + d = 10,$$

với a, b, c, d là các số nguyên không âm.

Đáp án. $\mathrm{K}_4^{10} = \mathrm{C}_{13}^{10} = 286$.