TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TP. HO CHI MINH

Họ và tên SV: Nguyễn Hải Đăng	Tên học phần: Vi tích phân 2B
Mã số SV: 20120049	Mã học phần: MTH00004
Ngày thi: 26/10/2021 Giờ thi: 07h45	Số trang/Tổng số trang: 1/4

Câu 1:

a. Xét hàm $f(x) = \frac{y^2 \ln(1+x^2)}{x^2+y^2}$ với $(x,y) \neq (0,0)$ | Xét 2 họ đường cong: $x=0$ thì $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x) = 0$; ~~x=ky~~ Họ $x = ky$ thì $\lim_{y\to 0} f(x) = 0$. Vậy $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x)$ tồn tại.

Ta thấy: $0 \le \frac{y^2}{x^2+y^2} \le 1 \Leftrightarrow 0 \le \frac{y^2 \ln(1+x^2)}{x^2+y^2} \le \ln(1+x^2)$

Với $(x,y) = (0,0)$ ta có $\ln(1+x^2) = 0$

Vậy $0 \le f(x) \le 0$

Theo định lý kẹp, ta được: $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x) = 0$

b (*) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^2}{x^4+y^4}$ với $a=2$; $b=2$; $c=4$; $d=4$.

Ta thấy: $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = 1$

Nên theo định lý Sertoz thì $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^2}{x^4+y^4}$ không tồn tại.

b (*) Với $m = 0$:

Với Hàm $f(x,y)$ liên tục tại $(x,y) \neq (0,0)$

+ $f(x,y)$ liên tục tại $(x,y) = (0,0)$.

(*) Với $m \neq 0$

Hàm $f(x,y)$ liên tục tại $(x,y) \neq (0,0)$

$f(x,y)$ không liên tục tại $(x,y) = (0,0)$.

Câu 2:

a. $\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$

$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}$

Vậy $\frac{\partial z}{\partial s}\frac{\partial z}{\partial t} = \left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}\right) = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = VT$ (đpcm).

~~Câu~~ b. $g_x(x,y) = e^{xy} + xye^{xy}$

$g_y(x,y) = x^2 e^{xy}$

Cả $g_x(x,y)$ và $g_y(x,y)$ đều liên tục trên $\mathbb{R}^2$ nên tồn tại 1 phép xấp xỉ $L(x,y)$ đủ tốt để $L(x,y) \approx g(x,y)$

phép xấp xỉ tuyến tính tại $(1;0)$ là:

$L(x,y) = g(1;0) + g_x(1,0)(x-1) + g_y(1,0)(y-0)$

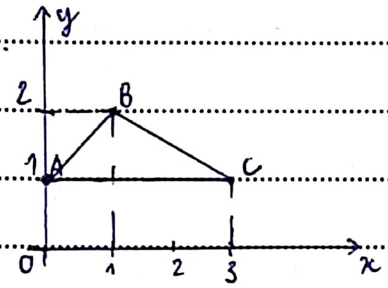
$= 1 + 1(x-1) + 1y$

$= 1 + x - 1 + y = x + y$

c. $g(1,1; -0,1) \approx L(1,1; -0,1) = 1$

Câu 3: đặt $A(0;1)$; $B(1;2)$; $C(3;1)$

a.



phương trình đường thẳng AB là: $y = x + 1 \Leftrightarrow x = y - 1$

phương trình đường thẳng BC: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = -2y + 5$

phương trình đường thẳng AC: $y = 1$.

$\iint_T (x^2 + 2xy)\,dA = \int_1^2 \int_{y-1}^{-2y+5} (x^2 + 2xy)\,dx\,dy$

$= \int_1^2 \left(\frac{x^3}{3} + x^2 y\right)\Big|_{y-1}^{-2y+5} dy = \int_1^2 \left[\left(\frac{(-2y+5)^3}{3} + (-2y+5)^2 y\right) - \left(\frac{(y-1)^3}{3} + (y-1)^2 y\right)\right] dy$

$= \frac{17}{2}$

b. Áp dụng định lý Green: $Q(x,y) = x^3$; $P(x,y) = -3xy^2$.

$\oint_{\partial T} -3xy^2\,dx + x^3\,dy = \iint_T (3x^2 + 6xy)\,dA$

$= 3\iint_T (x^2 + 2xy)\,dA = \frac{51}{2}$

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN TP. HỒ CHÍ MINH

Họ và tên SV: Nguyễn Hải Đăng	Tên học phần: Vi tích phân 2B
Mã số SV: 20120049	Mã học phần: MTH00004
Ngày thi: 26/10/2021 Giờ thi: 18:02h45.	Số trang/Tổng số trang: 3 / 4

c. ~~Ta~~ ~~vì~~ Ta thấy: $J = 3I$.

Thật vậy, ta thấy $I = \frac{17}{2}$

Vì vậy $J = \frac{51}{2}$

Câu 4:

a. i) $\frac{dy}{dt} = ky\left(\frac{2021-y}{2021}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{2021}{y(2021-y)} dy = kdt$.

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{2021-y}\right) dy = kdt$.

$\Leftrightarrow \int \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{2021-y}\right) dy = \int kdt$.

$\Leftrightarrow \ln(y) - \ln(2021-y) = kt + C$ (1)

~~ii) (1) $\Leftrightarrow \ln \frac{y}{2021-y} = kt + C$.~~

Với $y(0) = 1$, (1) trở thành:

$\ln(1) + \ln(2021-1) = C$.

$\Leftrightarrow C = \ln(2020)$

Vậy (1) là $\ln y - \ln(2021-y) = kt + \ln 2020$ (2)

ii) (2) $\Leftrightarrow \ln \frac{y}{2021-y} = kt + \ln 2020$ (2).

$\Leftrightarrow \frac{y}{2021-y} = e^{kt} e^{\ln 2020} = 2020 e^{kt}$.

$\Leftrightarrow \frac{2021-y}{y} = \frac{1}{2020e^{kt}} \Leftrightarrow \frac{2021}{y} = \frac{1}{2020.e^{kt}} + 1$

Vì khi $t \to \infty$ thì $\frac{2021}{y} \to 1 \Leftrightarrow$ vậy $y \to 2021$.

vậy $\lim_{t \to 0} y(t) = 2021$.

TRUONG DAI HOC KHOA HOC TU NHIEN
TP. HO CHI MINH

Họ và tên SV: Nguyễn Hải Đăng
Mã số SV: 20120049
Ngày thi: 26/10/2021. Giờ thi: 07h45

Tên học phần: Vi tích phân 2B
Mã học phần: MTH00004
Số trang/Tổng số trang: 4/4

b) $y'' - y' = xe^x$ (*)

Xét phương trình đặc trưng $\lambda^2 - \lambda = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\lambda = 0\\ \lambda = 1\end{array}\right.$

Vậy $y_{TQ} = C_1 + C_2 e^x$.

VP có dạng: $P_n(x)e^{\alpha x}$ với $n = 1$; $\alpha = 1$.

Ta thấy α là 1 nghiệm của phương trình đặc trưng.

Vì vậy $y_r = x(Ax+B)e^x = (Ax^2+Bx)e^x$.

$y_r' = (2Ax+B)e^x + (Ax^2+Bx)e^x$.

$y_r'' = 2Ae^x + (2Ax+B)e^x + (2Ax+B)e^x + (Ax^2+Bx)e^x$.

Thay y_r' và y_r'' vào (*), ta được:

$(2Ax+B)e^x + 2Ae^x = xe^x$.

$\Leftrightarrow (2Ax+2A+B)e^x = xe^x$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2A = 1 \\ 2A + B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2} \\ B = -1 \end{cases}$

Vậy $y_r = x(\frac{1}{2}x - 1)e^x$.

Vậy $y = C_1 + C_2 e^x + x(\frac{1}{2}x - 1)e^x$; $y' = C_2 e^x + (x-1)e^x + (\frac{1}{2}x^2 - x)e^x$

$y(0) = C_1 + C_2 = 2021$

$y'(0) = C_2 - 1 = 2020 \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = 2021 \end{cases}$

Vậy $y = x(\frac{1}{2}x - 1)e^x + 2021e^x$.