

Họ và tên SV: Nguyễn Hải Đăng.....  
Mã số SV: 20120049.....  
Ngày thi: 28/10/2021 Giờ thi: 15h40.....

Tên học phần: Thực hành vi tích phân 2B  
Mã học phần: MT100082.....  
Số trang/Tổng số trang: 1 / 3.....

Câu 1:

a. Vectơ chỉ hướng  $\vec{u} = (0, 2 \sin \frac{\pi}{2}) = (0, 2)$ .

a. Vectơ chỉ hướng  $\vec{u} = (\cos \frac{\pi}{2}, \sin \frac{\pi}{2}) = (0, 1)$ .

$\nabla f(x, y) = (-y^2 e^{-xy}, e^{-xy} - y x e^{-xy})$ .

Đạo hàm theo hướng  $\vec{u}$  của  $f(x, y)$  tại điểm  $(0, 2)$  là:

$\nabla f(0, 2) \cdot \vec{u} = (-4, 1) \cdot (0, 1) = 1$ .

b.  $\nabla g(x, y) = \left( \frac{6x^2 + y^2 - 2x^2}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2} \right)$ .

Theo hướng  $\vec{a}$  thì  $\nabla g(x, y)$  thì tốc độ tăng  $g$  là cực đại nhất.

$\vec{a} = \nabla g(1, 2) = \left( \frac{3}{25}, -\frac{4}{25} \right)$ .

Theo hướng  $\vec{a}$  thì  $\nabla g(1, 2)$  thì tốc độ giảm  $g$  là cực đại nhất.

$\vec{a} = -\nabla g(1, 2) = \left( -\frac{3}{25}, \frac{4}{25} \right)$ .

Câu 2: Cho  $z = f(x, y)$

phân hoạch  $R$  thành các đơn con:

$\Delta x = \frac{12-6}{3} = 2 \Rightarrow x_i = 6 + 2i \quad (i = 0, 1, 2)$  Diện tích hình chữ nhật con:

$\Delta y = \frac{8-4}{2} = 2 \Rightarrow y_j = 4 + 2j \quad (j = 0, 1, 2)$   $A = \Delta x \cdot \Delta y = 4$ .

4. Vì điểm mẫu  $(x_i^*, y_j^*)$  là các điểm góc trên bên phải ở mỗi hình chữ nhật con:

Nên  $(x_i^*, y_j^*) = (x_i, y_j)$  với  $i = 1, 2$  và  $j = 1, 2$ .

Vậy thể tích của khối hộp xấp xỉ bằng:

$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (f(x_i, y_j) \cdot A)$

$= 4 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 ((6+2i)(4+2j)) = 4 \sum_{i=1}^2 (6+2i) \cdot 14 = 1680$ .

Câu 3:

$f_x(x, y) = 2x - 2 \sin(y); \quad f_y(x, y) = -2x \cos(y)$ .

Họ và tên SV: Nguyễn Hải Hùng  
Mã số SV: 20120049  
Ngày thi: 28/10/2024. Giờ thi: 15h40.

Tên học phần: Thực hành vi tích phân 2B  
Mã học phần: MTH000.8.2  
Số trang/Tổng số trang: 2/3

$$\begin{cases} f_x(x,y) = 0 \\ f_y(x,y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2\sin y = 0 \\ -2x \cos y = 0 \end{cases}$$

TH<sub>1</sub>:  $x=0 \Rightarrow y=k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) mà  $-9 \leq y \leq 9 \Rightarrow k = -1; 0; 1$

TH<sub>2</sub>:  $\cos y = 0 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) mà  $-9 \leq y \leq 9 \Rightarrow k = -1; 0$

$\begin{cases} \sin y = 1 \\ \sin y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Điểm cực trị:  $A(0; -\pi)$ ,  $B(0; 0)$ ,  $C(0; \pi)$ ,  $D(1; \frac{\pi}{2})$ ,  $E(-1; \frac{\pi}{2})$ ,  $F(-1; -\frac{\pi}{2})$ ,  $G(-1; \frac{\pi}{2})$ .

$$f_{xx} = 2$$

$$f_{xy} = -2 \cos y$$

$$f_{yy} = -4 \sin y$$

$$\text{Xét: } D(x,y) = f_{xx} f_{yy} - (f_{xy})^2 = 4x^2 \sin y - 4 \cos^2 y$$

$$D(x,y) = 4x^2 \sin y - 4 \cos^2 y$$

$$D(A) < 0 \Rightarrow A \text{ là điểm yên ngựa}$$

$$D(B) < 0 \Rightarrow B \text{ là điểm yên ngựa}$$

$$D(C) < 0 \Rightarrow C \text{ là điểm yên ngựa}$$

$$D(D) < 0 \Rightarrow D \text{ là điểm yên ngựa}$$

$$D(E) > 0; f_{xx} > 0 \Rightarrow E \text{ là điểm cực tiểu} \Rightarrow \text{giá trị cực tiểu là: } -1$$

$$D(F) < 0 \Rightarrow F \text{ là điểm yên ngựa}$$

$$D(G) > 0; f_{xx} < 0 \Rightarrow G \text{ là điểm cực đại} \Rightarrow \text{giá trị cực đại là: } 3$$

Câu 4:

$$a. \frac{df}{dt} = K(L - f(t))$$

$$\Leftrightarrow \frac{df}{dt} = KL - Kf(t)$$

$$\Rightarrow Kf(t) + f'(t) = KL$$

$$\Leftrightarrow f'(t) + Kf(t) = KL$$

Ta có:  $\int K dt = Kt$  (đây chính là nguyên hàm của  $K$ ).



Họ và tên SV: Nguyễn Hải Đăng.....  
Mã số SV: 20120049.....  
Ngày thi: 28/10/2021... Giờ thi: 15h40...:

Tên học phần: Thử kinh vi tích phân 2B  
Mã học phần: MTH00082.....  
Số trang/Tổng số trang: 3/3.....

Nhân  $e^{kt}$  vào phương trình (1):

$$e^{kt} f'(t) + k e^{kt} f(t) = k L e^{kt}$$

$$\Leftrightarrow (e^{kt} f(t))' = k L e^{kt}$$

Nguyên hàm 2 vế

$$\int (e^{kt} f(t))' dt = \int k L e^{kt} dt$$

$$\Leftrightarrow e^{kt} f(t) = L e^{kt} + C$$

$$\Leftrightarrow f(t) = L + \frac{C}{e^{kt}}$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow L + C = 0 \Rightarrow C = -L$$

$$\text{Vậy } f(t) = L - \frac{L}{e^{kt}} = L \left( 1 - \frac{1}{e^{kt}} \right)$$

$$f'(t) = \frac{Lk}{e^{kt}}$$

b. Khi  $t$  tăng dần thì  $\frac{L}{e^{kt}}$  sẽ càng giảm  $\Rightarrow f(t)$  càng tăng.

$\frac{L}{e^{kt}}$  sẽ càng giảm  $\Rightarrow f(t)$  càng giảm

Kết luận: khi  $t$  càng lâu thì mức độ thu hút sẽ càng cao và tới độ bão hòa.

hầu hết sẽ ngày càng giảm đi  $\Rightarrow$  đầu tư càng lâu thì người học càng thành thạo.

c. Khi  $t \rightarrow \infty$  thì  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} L \left( 1 - \frac{1}{e^{kt}} \right) = L \lim_{t \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{e^{kt}} \right)$   
 $= L \lim_{t \rightarrow \infty} 1 = L$

Vậy khi  $t$  càng tăng thì  $f(t)$  không vượt quá đường bình đẳng.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = L \text{ và } f(t) \leq L$$