Chương 2

TẬP HỢP VÀ ÁNH XẠ

Chương 2. TẬP HỢP VÀ ÁNH XẠ

- Tập hợp
- Ánh xạ

2.1. Tập hợp

1. **Khái niệm**
2. **Các phép toán trên tập hợp**
3. **Tập các tập con của một tập hợp**
4. **Tích Descartes**

2.1.1. Khái niệm

Tập hợp là một khái niệm cơ bản của Toán học, dùng để chỉ một nhóm các đối tượng nào đó mà chúng ta quan tâm.

Khi phần tử x thuộc tập hợp A ta ký hiệu $\boldsymbol{x \in A}$, ngược lại ta ký hiệu $\boldsymbol{x \notin A}$.

2.1.1. Khái niệm

Tập hợp là một khái niệm cơ bản của Toán học, dùng để chỉ một nhóm các đối tượng nào đó mà chúng ta quan tâm.

Khi phần tử x thuộc tập hợp A ta ký hiệu $\boldsymbol{x \in A}$, ngược lại ta ký hiệu $\boldsymbol{x \notin A}$.

Ví dụ.
- Tập hợp sinh viên của một trường đại học.

2.1.1. Khái niệm

Tập hợp là một khái niệm cơ bản của Toán học, dùng để chỉ một nhóm các đối tượng nào đó mà chúng ta quan tâm.

Khi phần tử x thuộc tập hợp A ta ký hiệu $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A}$, ngược lại ta ký hiệu $\boldsymbol{x} \notin \boldsymbol{A}$.

Ví dụ.

- Tập hợp sinh viên của một trường đại học.

- Tập hợp các số nguyên.

2.1.1. Khái niệm

Tập hợp là một khái niệm cơ bản của Toán học, dùng để chỉ một nhóm các đối tượng nào đó mà chúng ta quan tâm.

Khi phần tử x thuộc tập hợp A ta ký hiệu $\boldsymbol{x \in A}$, ngược lại ta ký hiệu $\boldsymbol{x \notin A}$.

Ví dụ.
- Tập hợp sinh viên của một trường đại học.
- Tập hợp các số nguyên.
- Tập hợp các trái táo trên một cây.

2.1.1. Khái niệm

Tập hợp là một khái niệm cơ bản của Toán học, dùng để chỉ một nhóm các đối tượng nào đó mà chúng ta quan tâm.

Khi phần tử x thuộc tập hợp A ta ký hiệu $\boldsymbol{x \in A}$, ngược lại ta ký hiệu $\boldsymbol{x \notin A}$.

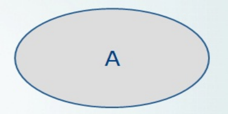
Ví dụ.

- Tập hợp sinh viên của một trường đại học.

- Tập hợp các số nguyên.

- Tập hợp các trái táo trên một cây.

Để minh họa tập hợp thì chúng ta dùng **sơ đồ Ven**



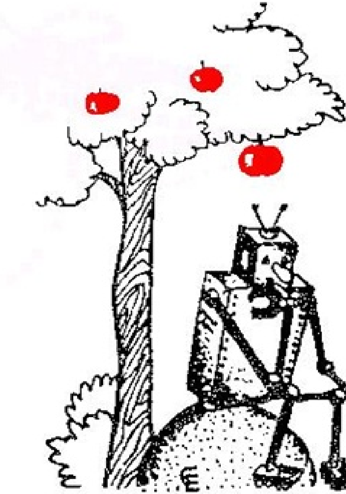
2.1.1. Khái niệm

Tập hợp là một khái niệm cơ bản của Toán học, dùng để chỉ một nhóm các đối tượng nào đó mà chúng ta quan tâm.

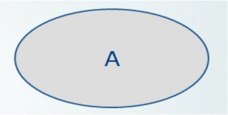
Khi phần tử x thuộc tập hợp A ta ký hiệu $\boldsymbol{x \in A}$, ngược lại ta ký hiệu $\boldsymbol{x \notin A}$.

Ví dụ.

- Tập hợp sinh viên của một trường đại học.
- Tập hợp các số nguyên.
- Tập hợp các trái táo trên một cây.



Để minh họa tập hợp thì chúng ta dùng **sơ đồ Ven**



Lực lượng của tập hợp

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là ***lực lượng của tập hợp***, kí hiệu $|A|$.

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là ***lực lượng của tập hợp***, kí hiệu $|\boldsymbol{A}|$. Nếu A có hữu hạn phần tử, ta nói A hữu hạn.

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là ***lực lượng của tập hợp***, kí hiệu $|\boldsymbol{A}|$. Nếu A có hữu hạn phần tử, ta nói A hữu hạn. Ngược lại, ta nói A vô hạn.

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là ***lực lượng của tập hợp***, kí hiệu $|\boldsymbol{A}|$. Nếu A có hữu hạn phần tử, ta nói A hữu hạn. Ngược lại, ta nói A vô hạn.

Ví dụ.

- $|\emptyset| = 0$

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là ***lực lượng của tập hợp***, kí hiệu $|\boldsymbol{A}|$. Nếu A có hữu hạn phần tử, ta nói A hữu hạn. Ngược lại, ta nói A vô hạn.

Ví dụ.

- $|\emptyset| = 0$
- $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, là các tập vô hạn

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là ***lực lượng của tập hợp***, kí hiệu $|A|$. Nếu A có hữu hạn phần tử, ta nói A hữu hạn. Ngược lại, ta nói A vô hạn.

Ví dụ.

- $|\emptyset| = 0$
- $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, là các tập vô hạn
- $X = \{1, 3, 4, 5\}$ là tập hữu hạn với $|X| = 4$

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là ***lực lượng của tập hợp***, kí hiệu $|\boldsymbol{A}|$. Nếu A có hữu hạn phần tử, ta nói A hữu hạn. Ngược lại, ta nói A vô hạn.

Ví dụ.

- $|\emptyset| = 0$
- $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, là các tập vô hạn
- $X = \{1, 3, 4, 5\}$ là tập hữu hạn với $|X| = 4$

Cách xác định tập hợp

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là ***lực lượng của tập hợp***, kí hiệu $|\boldsymbol{A}|$. Nếu A có hữu hạn phần tử, ta nói A hữu hạn. Ngược lại, ta nói A vô hạn.

Ví dụ.

- $|\emptyset| = 0$
- $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, là các tập vô hạn
- $X = \{1, 3, 4, 5\}$ là tập hữu hạn với $|X| = 4$

Cách xác định tập hợp

Có 2 cách phổ biến:

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là ***lực lượng của tập hợp***, kí hiệu $|\boldsymbol{A}|$. Nếu A có hữu hạn phần tử, ta nói A hữu hạn. Ngược lại, ta nói A vô hạn.

Ví dụ.

- $|\emptyset| = 0$
- $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, là các tập vô hạn
- $X = \{1, 3, 4, 5\}$ là tập hữu hạn với $|X| = 4$

Cách xác định tập hợp

Có 2 cách phổ biến:

1. Liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp

$$A = \{1, 2, 3, 4, a, b\}$$

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là *lực lượng của tập hợp*, kí hiệu $|\boldsymbol{A}|$. Nếu A có hữu hạn phần tử, ta nói A hữu hạn. Ngược lại, ta nói A vô hạn.

Ví dụ.

- $|\emptyset| = 0$
- $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, là các tập vô hạn
- $X = \{1, 3, 4, 5\}$ là tập hữu hạn với $|X| = 4$

Cách xác định tập hợp

Có 2 cách phổ biến:

1. Liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp

$$A = \{1, 2, 3, 4, a, b\}$$

Lực lượng của tập hợp

Số phần tử của tập hợp A được gọi là *lực lượng của tập hợp*, kí hiệu $|\boldsymbol{A}|$. Nếu A có hữu hạn phần tử, ta nói A hữu hạn. Ngược lại, ta nói A vô hạn.

Ví dụ.

- $|\emptyset| = 0$
- $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, là các tập vô hạn
- $X = \{1, 3, 4, 5\}$ là tập hữu hạn với $|X| = 4$

Cách xác định tập hợp

Có 2 cách phổ biến:

1. Liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp
$$A = \{1, 2, 3, 4, a, b\}$$
2. Đưa ra tính chất đặc trưng
$$B = \{n \in \mathbb{N} \,|\, n \text{ chia hết cho } 3\}$$

Quan hệ giữa các tập hợp

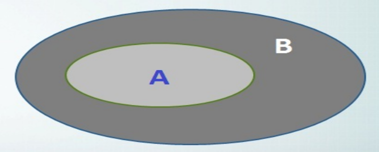
Quan hệ giữa các tập hợp

a. Bao hàm. Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì tập hợp A được gọi là tập hợp con của tập hợp B, ký hiệu là $\boldsymbol{A \subset B}$,

Quan hệ giữa các tập hợp

a. Bao hàm. Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì tập hợp A được gọi là tập hợp con của tập hợp B, ký hiệu là $\boldsymbol{A \subset B}$, nghĩa là

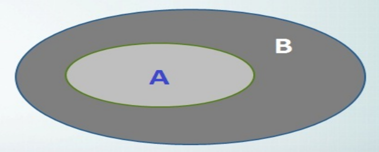
$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x, x \in A \to x \in B$$



Quan hệ giữa các tập hợp

a. Bao hàm. Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì tập hợp A được gọi là tập hợp con của tập hợp B, ký hiệu là $\boldsymbol{A \subset B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \subset B \Leftrightarrow \forall x, x \in A \rightarrow x \in B}$$

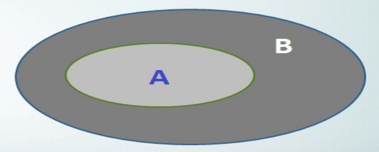


b. Bằng nhau. Hai tập hợp A và B được gọi là bằng nhau nếu $A \subset B$ và $B \subset A$, ký hiệu $\boldsymbol{A = B}$.

Quan hệ giữa các tập hợp

a. Bao hàm. Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì tập hợp A được gọi là tập hợp con của tập hợp B, ký hiệu là $\boldsymbol{A \subset B}$, nghĩa là

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x, x \in A \to x \in B$$



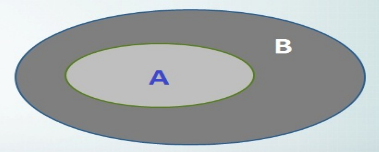
b. Bằng nhau. Hai tập hợp A và B được gọi là bằng nhau nếu $A \subset B$ và $B \subset A$, ký hiệu $\boldsymbol{A = B}$.

Ví dụ. Cho $A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ và $C = \{x \in \mathbb{Z} \,|\, 0 < x < 9\}$.

Quan hệ giữa các tập hợp

a. Bao hàm. Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì tập hợp A được gọi là tập hợp con của tập hợp B, ký hiệu là $\boldsymbol{A \subset B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \subset B \Leftrightarrow \forall x, x \in A \to x \in B}$$



b. Bằng nhau. Hai tập hợp A và B được gọi là bằng nhau nếu $A \subset B$ và $B \subset A$, ký hiệu $\boldsymbol{A = B}$.

Ví dụ. Cho $A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ và $C = \{x \in \mathbb{Z} \,|\, 0 < x < 9\}$. Khi đó

$$A \subset B \text{ và } B = C.$$

2.1.2. Các phép toán trên tập hợp

2.1.2. Các phép toán trên tập hợp

a) Hợp

2.1.2. Các phép toán trên tập hợp

a) Hợp

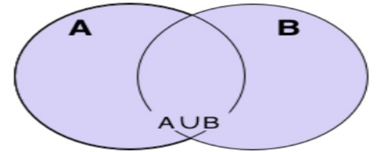
Hợp của A và B là tập hợp gồm tất cả các phần tử thuộc ít nhất một trong hai tập hợp A và B, ký hiệu $\boldsymbol{A \cup B}$,

2.1.2. Các phép toán trên tập hợp

a) Hợp

Hợp của A và B là tập hợp gồm tất cả các phần tử thuộc ít nhất một trong hai tập hợp A và B, ký hiệu $\boldsymbol{A \cup B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}}$$

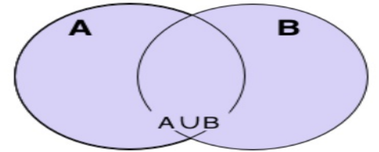


2.1.2. Các phép toán trên tập hợp

a) Hợp

Hợp của A và B là tập hợp gồm tất cả các phần tử thuộc ít nhất một trong hai tập hợp A và B, ký hiệu $\boldsymbol{A \cup B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}}$$



Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

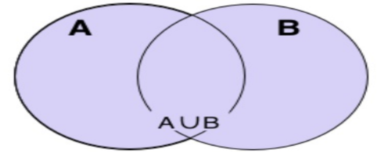
$$A \cup B =$$

2.1.2. Các phép toán trên tập hợp

a) Hợp

Hợp của A và B là tập hợp gồm tất cả các phần tử thuộc ít nhất một trong hai tập hợp A và B, ký hiệu $\boldsymbol{A \cup B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}}$$



Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$$

Nhận xét. $x \in A \cup B$

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right.$

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right.$ $\qquad x \notin A \cup B$

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array} \right.$ $\quad x \notin A \cup B \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right.$ $\qquad x \notin A \cup B \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array}\right.$

Tính chất.

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array} \right.$ $\quad x \notin A \cup B \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cup A = A$

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right.$ $\qquad x \notin A \cup B \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array}\right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cup A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cup B = B \cup A$

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right.$ $\qquad x \notin A \cup B \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array}\right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cup A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cup B = B \cup A$
3. *Tính kết hợp* $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array} \right.$ $\quad x \notin A \cup B \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cup A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cup B = B \cup A$
3. *Tính kết hợp* $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
4. *Hợp với tập rỗng* $A \cup \emptyset = A$

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array} \right.$ $\qquad x \notin A \cup B \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cup A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cup B = B \cup A$
3. *Tính kết hợp* $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
4. *Hợp với tập rỗng* $A \cup \emptyset = A$

b) Giao

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right.$ $\qquad x \notin A \cup B \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array}\right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cup A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cup B = B \cup A$
3. *Tính kết hợp* $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
4. *Hợp với tập rỗng* $A \cup \emptyset = A$

b) Giao

Giao của A và B là tập hợp gồm tất cả các phần tử vừa thuộc A và thuộc B, ký hiệu $\boldsymbol{A \cap B}$,

Nhận xét. $x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right.$ $\quad x \notin A \cup B \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array}\right.$

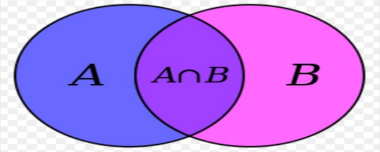
Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cup A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cup B = B \cup A$
3. *Tính kết hợp* $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
4. *Hợp với tập rỗng* $A \cup \emptyset = A$

b) Giao

Giao của A và B là tập hợp gồm tất cả các phần tử vừa thuộc A và thuộc B, ký hiệu $\boldsymbol{A \cap B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}}$$



Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B =$$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array} \right.$ $\qquad x \notin A \cap B$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array} \right.$ $\qquad x \notin A \cap B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$ $\quad x \notin A \cap B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Tính chất.

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$ $\quad x \notin A \cap B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cap A = A$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$ $\qquad x \notin A \cap B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cap A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cap B = B \cap A$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó
$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$ $\qquad x \notin A \cap B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cap A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cap B = B \cap A$
3. *Tính kết hợp* $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$ $\qquad x \notin A \cap B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cap A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cap B = B \cap A$
3. *Tính kết hợp* $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
4. *Giao với tập rỗng* $A \cap \emptyset = \emptyset$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$ $\qquad x \notin A \cap B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cap A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cap B = B \cap A$
3. *Tính kết hợp* $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
4. *Giao với tập rỗng* $A \cap \emptyset = \emptyset$

Tính chất. *Tính phân phối của phép hợp và giao*

1. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Ví dụ. Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{c, d, e, f\}$. Khi đó

$$A \cap B = \{c, d\}.$$

Nhận xét. $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$ $\qquad x \notin A \cap B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \notin B \end{array} \right.$

Tính chất.

1. *Tính lũy đẳng* $A \cap A = A$
2. *Tính giao hoán* $A \cap B = B \cap A$
3. *Tính kết hợp* $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
4. *Giao với tập rỗng* $A \cap \emptyset = \emptyset$

Tính chất. *Tính phân phối của phép hợp và giao*

1. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
2. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

c) Hiệu

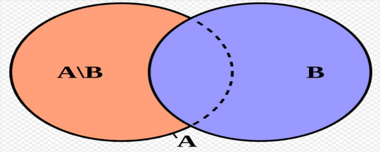
c) Hiệu

Hiệu của hai tập hợp A và B là tập hợp tạo bởi tất cả các phần tử thuộc tập A mà không thuộc tập B ký hiệu $\boldsymbol{A \backslash B}$,

c) Hiệu

Hiệu của hai tập hợp A và B là tập hợp tạo bởi tất cả các phần tử thuộc tập A mà không thuộc tập B ký hiệu $\boldsymbol{A \backslash B}$, nghĩa là

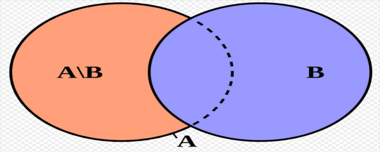
$$\boldsymbol{A \backslash B = \{x \,|\, x \in A \wedge x \notin B\}}$$



c) Hiệu

Hiệu của hai tập hợp A và B là tập hợp tạo bởi tất cả các phần tử thuộc tập A mà không thuộc tập B ký hiệu $\boldsymbol{A \backslash B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \backslash B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}}$$

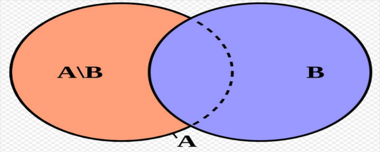


Nhận xét. $x \in A \backslash B$

c) Hiệu

Hiệu của hai tập hợp A và B là tập hợp tạo bởi tất cả các phần tử thuộc tập A mà không thuộc tập B ký hiệu $\boldsymbol{A \backslash B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \backslash B = \{x \,|\, x \in A \wedge x \notin B\}}$$

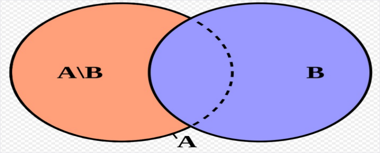


Nhận xét. $x \in A \backslash B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$

c) Hiệu

Hiệu của hai tập hợp A và B là tập hợp tạo bởi tất cả các phần tử thuộc tập A mà không thuộc tập B ký hiệu $\boldsymbol{A \backslash B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \backslash B = \{x \,|\, x \in A \wedge x \notin B\}}$$

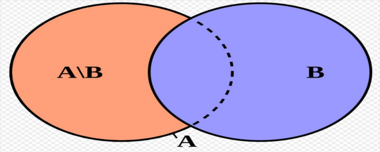


Nhận xét. $x \in A \backslash B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$ $\qquad x \notin A \backslash B$

c) Hiệu

Hiệu của hai tập hợp A và B là tập hợp tạo bởi tất cả các phần tử thuộc tập A mà không thuộc tập B ký hiệu $\boldsymbol{A \backslash B}$, nghĩa là

$$A \backslash B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

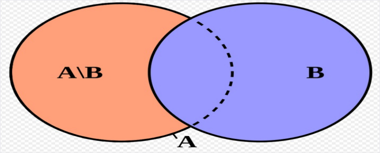


Nhận xét. $x \in A \backslash B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$ $\qquad x \notin A \backslash B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \in B \end{array} \right.$

c) Hiệu

Hiệu của hai tập hợp A và B là tập hợp tạo bởi tất cả các phần tử thuộc tập A mà không thuộc tập B ký hiệu $\boldsymbol{A\backslash B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A\backslash B = \{x \,|\, x \in A \wedge x \notin B\}}$$



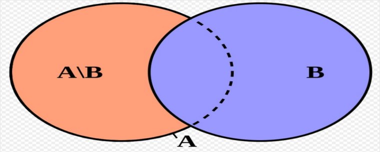
Nhận xét. $x \in A\backslash B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \qquad x \notin A\backslash B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \in B \end{array}\right.$

Tính chất. *Cho A, B, C là các tập hợp. Khi đó*

c) Hiệu

Hiệu của hai tập hợp A và B là tập hợp tạo bởi tất cả các phần tử thuộc tập A mà không thuộc tập B ký hiệu $\boldsymbol{A\backslash B}$, nghĩa là

$$A\backslash B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$



Nhận xét. $x \in A\backslash B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$ $\qquad x \notin A\backslash B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \in B \end{array} \right.$

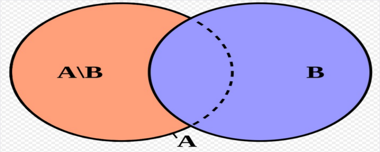
Tính chất. *Cho A, B, C là các tập hợp. Khi đó*

1. $A\backslash(B \cap C) = (A\backslash B) \cup (A\backslash C)$;

c) Hiệu

Hiệu của hai tập hợp A và B là tập hợp tạo bởi tất cả các phần tử thuộc tập A mà không thuộc tập B ký hiệu $\boldsymbol{A \backslash B}$, nghĩa là

$$A \backslash B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$



Nhận xét. $x \in A \backslash B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$ $\quad x \notin A \backslash B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \notin A \\ x \in B \end{array} \right.$

Tính chất. *Cho A, B, C là các tập hợp. Khi đó*

1. $A \backslash (B \cap C) = (A \backslash B) \cup (A \backslash C)$;
2. $A \backslash (B \cup C) = (A \backslash B) \cap (A \backslash C)$.

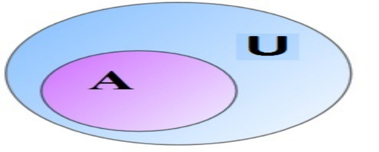
d) Tập bù

d) Tập bù

Khi $A \subset U$ thì $U \backslash A$ gọi là ***tập bù*** của A trong U.

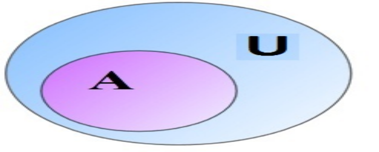
d) Tập bù

Khi $A \subset U$ thì $U \setminus A$ gọi là ***tập bù*** của A trong U. Ký hiệu $\boldsymbol{C_U A}$ hay đơn giản là $\overline{\boldsymbol{A}}$



d) Tập bù

Khi $A \subset U$ thì $U \backslash A$ gọi là ***tập bù*** của A trong U. Ký hiệu $\boldsymbol{C_U A}$ hay đơn giản là $\overline{\boldsymbol{A}}$

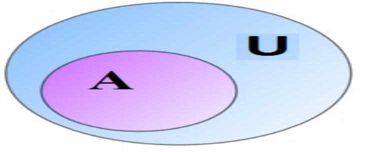


Ví dụ. Cho $A = \{1, 3, 4, 6\}$ và $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Khi đó

$$\overline{A} =$$

d) Tập bù

Khi $A \subset U$ thì $U \backslash A$ gọi là ***tập bù*** của A trong U. Ký hiệu $\boldsymbol{C_U A}$ hay đơn giản là $\overline{\boldsymbol{A}}$

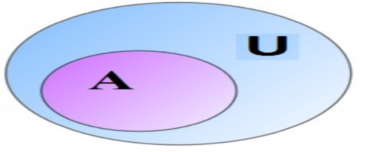


Ví dụ. Cho $A = \{1, 3, 4, 6\}$ và $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Khi đó

$$\overline{A} = \{2, 5, 7, 8\}$$

d) Tập bù

Khi $A \subset U$ thì $U \backslash A$ gọi là ***tập bù*** của A trong U. Ký hiệu $\boldsymbol{C_U A}$ hay đơn giản là $\overline{\boldsymbol{A}}$

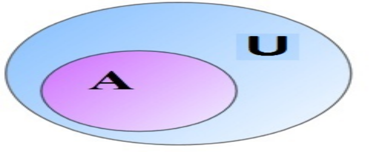


Ví dụ. Cho $A = \{1, 3, 4, 6\}$ và $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Khi đó

$$\overline{A} = \{2, 5, 7, 8\}$$

d) Tập bù

Khi $A \subset U$ thì $U \backslash A$ gọi là ***tập bù*** của A trong U. Ký hiệu $\boldsymbol{C_U A}$ hay đơn giản là $\overline{\boldsymbol{A}}$



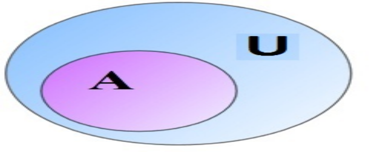
Ví dụ. Cho $A = \{1,3,4,6\}$ và $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Khi đó

$$\overline{A} = \{2,5,7,8\}$$

Tính chất. *Luật De Morgan*

d) Tập bù

Khi $A \subset U$ thì $U \backslash A$ gọi là ***tập bù*** của A trong U. Ký hiệu $\boldsymbol{C_U A}$ hay đơn giản là $\overline{\boldsymbol{A}}$



Ví dụ. Cho $A = \{1, 3, 4, 6\}$ và $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Khi đó

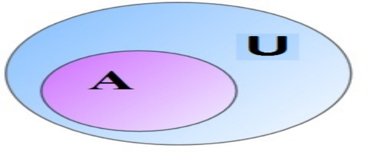
$$\overline{A} = \{2, 5, 7, 8\}$$

Tính chất. *Luật De Morgan*

1. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

d) Tập bù

Khi $A \subset U$ thì $U \backslash A$ gọi là ***tập bù*** của A trong U. Ký hiệu $\boldsymbol{C_U A}$ hay đơn giản là $\overline{\boldsymbol{A}}$



Ví dụ. Cho $A = \{1, 3, 4, 6\}$ và $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Khi đó

$$\overline{A} = \{2, 5, 7, 8\}$$

Tính chất. *Luật De Morgan*

1. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
2. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Tính chất.

Tính chất.

- $A \backslash B = A \cap \overline{B}$ *(triệt hiệu)*

Tính chất.

- $A \backslash B = A \cap \overline{B}$ *(triệt hiệu)*
- $\overline{\overline{A}} = A$

Tính chất.

- $A \backslash B = A \cap \overline{B}$ *(triệt hiệu)*
- $\overline{\overline{A}} = A$
- $A \cap \overline{A} = \emptyset$.

Tính chất.

- $A \backslash B = A \cap \overline{B}$ *(triệt hiệu)*
- $\overline{\overline{A}} = A$
- $A \cap \overline{A} = \emptyset.$
- $A \cup \overline{A} = U.$

Tính chất.

- $A\backslash B = A \cap \overline{B}$ *(triệt hiệu)*
- $\overline{\overline{A}} = A$
- $A \cap \overline{A} = \emptyset$.
- $A \cup \overline{A} = U$.

Ví dụ. Cho A, B, C là các tập hợp. Chứng minh rằng:

a. $A\backslash(A\backslash B) = A \cap B$

b. $(A\backslash B) \cup (A\backslash C) = A\backslash(B \cap C)$

c. $(A\backslash B) \cup (B\backslash A) = (A \cup B)\backslash(A \cap B)$

d. $A \cap (B\backslash A) = \emptyset$

e. $A\backslash B = A\backslash(A \cap B) = (A \cup B)\backslash B$

Tính chất.

- $A\backslash B = A \cap \overline{B}$ *(triệt hiệu)*
- $\overline{\overline{A}} = A$
- $A \cap \overline{A} = \emptyset$.
- $A \cup \overline{A} = U$.

Ví dụ. Cho A, B, C là các tập hợp. Chứng minh rằng:

a. $A\backslash(A\backslash B) = A \cap B$
b. $(A\backslash B) \cup (A\backslash C) = A\backslash(B \cap C)$
c. $(A\backslash B) \cup (B\backslash A) = (A \cup B)\backslash(A \cap B)$
d. $A \cap (B\backslash A) = \emptyset$
e. $A\backslash B = A\backslash(A \cap B) = (A \cup B)\backslash B$

Ví dụ. Cho các tập hợp A, B và C chứa trong E. Chứng minh

$$(B\backslash C)\backslash(B\backslash A) = (A \cap B)\backslash C.$$

Giải. $\mathrm{VT} = (B\backslash C)\backslash(B\backslash A)$

Giải. $\text{VT} = (B \setminus C) \setminus (B \setminus A)$

$$= (B \cap \overline{C}) \setminus (B \cap \overline{A}) \qquad \text{(triệt hiệu)}$$

Giải. $$\begin{aligned} \text{VT} &= (B\backslash C)\backslash(B\backslash A) \\ &= (B\cap\overline{C})\backslash(B\cap\overline{A}) && \text{(triệt hiệu)} \\ &= (B\cap\overline{C})\cap\overline{(B\cap\overline{A})} && \text{(triệt hiệu)} \end{aligned}$$

Giải.
$$\begin{aligned}
\text{VT} &= (B\backslash C)\backslash(B\backslash A) \\
&= (B\cap\overline{C})\backslash(B\cap\overline{A}) && \text{(triệt hiệu)} \\
&= (B\cap\overline{C})\cap\overline{(B\cap\overline{A})} && \text{(triệt hiệu)} \\
&= (B\cap\overline{C})\cap(\overline{B}\cup A) && \text{(De Morgan)}
\end{aligned}$$

Giải.
$$\begin{aligned}\text{VT} &= (B\backslash C)\backslash(B\backslash A)\\ &= (B\cap\overline{C})\backslash(B\cap\overline{A}) && \text{(triệt hiệu)}\\ &= (B\cap\overline{C})\cap\overline{(B\cap\overline{A})} && \text{(triệt hiệu)}\\ &= (B\cap\overline{C})\cap(\overline{B}\cup A) && \text{(De Morgan)}\\ &= \overline{C}\cap(B\cap(\overline{B}\cup A)) && \text{(giao hoán, kết hợp)}\end{aligned}$$

Giải.

$$\begin{aligned}
\text{VT} &= (B\backslash C)\backslash(B\backslash A) \\
&= (B\cap\overline{C})\backslash(B\cap\overline{A}) && \text{(triệt hiệu)} \\
&= (B\cap\overline{C})\cap\overline{(B\cap\overline{A})} && \text{(triệt hiệu)} \\
&= (B\cap\overline{C})\cap(\overline{B}\cup A) && \text{(De Morgan)} \\
&= \overline{C}\cap(B\cap(\overline{B}\cup A)) && \text{(giao hoán, kết hợp)} \\
&= \overline{C}\cap((B\cap\overline{B})\cup(B\cap A)) && \text{(phân phối)}
\end{aligned}$$

Giải.
$$
\begin{aligned}
\text{VT} &= (B\backslash C)\backslash(B\backslash A) \\
&= (B \cap \overline{C})\backslash(B \cap \overline{A}) && \text{(triệt hiệu)} \\
&= (B \cap \overline{C}) \cap \overline{(B \cap \overline{A})} && \text{(triệt hiệu)} \\
&= (B \cap \overline{C}) \cap (\overline{B} \cup A) && \text{(De Morgan)} \\
&= \overline{C} \cap (B \cap (\overline{B} \cup A)) && \text{(giao hoán, kết hợp)} \\
&= \overline{C} \cap ((B \cap \overline{B}) \cup (B \cap A)) && \text{(phân phối)} \\
&= \overline{C} \cap (\emptyset \cup (B \cap A)) && \text{(bù)}
\end{aligned}
$$

Giải. $$\begin{aligned}\text{VT} &= (B\backslash C)\backslash(B\backslash A) \\ &= (B \cap \overline{C})\backslash(B \cap \overline{A}) && \text{(triệt hiệu)} \\ &= (B \cap \overline{C}) \cap \overline{(B \cap \overline{A})} && \text{(triệt hiệu)} \\ &= (B \cap \overline{C}) \cap (\overline{B} \cup A) && \text{(De Morgan)} \\ &= \overline{C} \cap (B \cap (\overline{B} \cup A)) && \text{(giao hoán, kết hợp)} \\ &= \overline{C} \cap ((B \cap \overline{B}) \cup (B \cap A)) && \text{(phân phối)} \\ &= \overline{C} \cap (\emptyset \cup (B \cap A)) && \text{(bù)} \\ &= \overline{C} \cap (B \cap A) && \text{(trung hòa)}\end{aligned}$$

Giải. $$\begin{aligned}\text{VT} &= (B\backslash C)\backslash(B\backslash A) \\ &= (B\cap\overline{C})\backslash(B\cap\overline{A}) && \text{(triệt hiệu)} \\ &= (B\cap\overline{C})\cap\overline{(B\cap\overline{A})} && \text{(triệt hiệu)} \\ &= (B\cap\overline{C})\cap(\overline{B}\cup A) && \text{(De Morgan)} \\ &= \overline{C}\cap(B\cap(\overline{B}\cup A)) && \text{(giao hoán, kết hợp)} \\ &= \overline{C}\cap((B\cap\overline{B})\cup(B\cap A)) && \text{(phân phối)} \\ &= \overline{C}\cap(\emptyset\cup(B\cap A)) && \text{(bù)} \\ &= \overline{C}\cap(B\cap A) && \text{(trung hòa)} \\ &= (A\cap B)\cap\overline{C} && \text{(giao hoán)}\end{aligned}$$

Giải. $$\begin{aligned}
\text{VT} &= (B\backslash C)\backslash(B\backslash A) \\
&= (B\cap\overline{C})\backslash(B\cap\overline{A}) && \text{(triệt hiệu)} \\
&= (B\cap\overline{C})\cap\overline{(B\cap\overline{A})} && \text{(triệt hiệu)} \\
&= (B\cap\overline{C})\cap(\overline{B}\cup A) && \text{(De Morgan)} \\
&= \overline{C}\cap(B\cap(\overline{B}\cup A)) && \text{(giao hoán, kết hợp)} \\
&= \overline{C}\cap((B\cap\overline{B})\cup(B\cap A)) && \text{(phân phối)} \\
&= \overline{C}\cap(\emptyset\cup(B\cap A)) && \text{(bù)} \\
&= \overline{C}\cap(B\cap A) && \text{(trung hòa)} \\
&= (A\cap B)\cap\overline{C} && \text{(giao hoán)} \\
&= (A\cap B)\backslash C = \text{VP} && \text{(triệt hiệu)}
\end{aligned}$$

Giải.
$$
\begin{aligned}
\text{VT} &= (B\setminus C)\setminus(B\setminus A) \\
&= (B\cap\overline{C})\setminus(B\cap\overline{A}) && \text{(triệt hiệu)} \\
&= (B\cap\overline{C})\cap\overline{(B\cap\overline{A})} && \text{(triệt hiệu)} \\
&= (B\cap\overline{C})\cap(\overline{B}\cup A) && \text{(De Morgan)} \\
&= \overline{C}\cap(B\cap(\overline{B}\cup A)) && \text{(giao hoán, kết hợp)} \\
&= \overline{C}\cap((B\cap\overline{B})\cup(B\cap A)) && \text{(phân phối)} \\
&= \overline{C}\cap(\emptyset\cup(B\cap A)) && \text{(bù)} \\
&= \overline{C}\cap(B\cap A) && \text{(trung hòa)} \\
&= (A\cap B)\cap\overline{C} && \text{(giao hoán)} \\
&= (A\cap B)\setminus C = \text{VP} && \text{(triệt hiệu)}
\end{aligned}
$$

Ví dụ.(tự làm) Cho các tập hợp A, B và $C\subset E$. Chứng minh
$$A\cap(B\setminus C) = (A\cap B)\setminus(A\cap C).$$

2.1.3. Tập các tập con của một tập hợp

2.1.3. Tập các tập con của một tập hợp

Định nghĩa. Cho X là một tập hợp.

2.1.3. Tập các tập con của một tập hợp

Định nghĩa. Cho X là một tập hợp. Khi đó tập tất cả các tập con của X được ký hiệu là $\boldsymbol{P(X)}$.

2.1.3. Tập các tập con của một tập hợp

Định nghĩa. Cho X là một tập hợp. Khi đó tập tất cả các tập con của X được ký hiệu là $\boldsymbol{P(X)}$.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b\}$.

2.1.3. Tập các tập con của một tập hợp

Định nghĩa. Cho X là một tập hợp. Khi đó tập tất cả các tập con của X được ký hiệu là $\boldsymbol{P(X)}$.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b\}$. Khi đó

$$P(X) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

2.1.3. Tập các tập con của một tập hợp

Định nghĩa. Cho X là một tập hợp. Khi đó tập tất cả các tập con của X được ký hiệu là $\boldsymbol{P(X)}$.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b\}$. Khi đó

$$P(X) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

Ví dụ.(tự làm) Cho $X = \{1, 2, 3\}$. Tìm tập $P(X)$?

2.1.3. Tập các tập con của một tập hợp

Định nghĩa. Cho X là một tập hợp. Khi đó tập tất cả các tập con của X được ký hiệu là $\boldsymbol{P(X)}$.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b\}$. Khi đó

$$\boldsymbol{P(X) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}}$$

Ví dụ.(tự làm) Cho $X = \{1, 2, 3\}$. Tìm tập $P(X)$?

Câu hỏi. Nếu tập X có n phần tử thì tập $P(X)$ có bao nhiêu phần tử?

2.1.3. Tập các tập con của một tập hợp

Định nghĩa. Cho X là một tập hợp. Khi đó tập tất cả các tập con của X được ký hiệu là $\boldsymbol{P(X)}$.

Ví dụ. Cho $X = \{a, b\}$. Khi đó

$$P(X) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

Ví dụ.(tự làm) Cho $X = \{1, 2, 3\}$. Tìm tập $P(X)$?

Câu hỏi. Nếu tập X có n phần tử thì tập $P(X)$ có bao nhiêu phần tử?

Đáp án. $|X| = n \Rightarrow |P(X)| = 2^n$.

2.1.4. Tích Descartes

2.1.4. Tích Descartes

Định nghĩa. ***Tích Descartes*** của tập hợp A với tập hợp B là một tập hợp chứa tất cả các bộ có dạng (x, y) với x là một phần tử của A và y là một phần tử của B, ký hiệu $\boldsymbol{A \times B}$,

2.1.4. Tích Descartes

Định nghĩa. ***Tích Descartes*** của tập hợp A với tập hợp B là một tập hợp chứa tất cả các bộ có dạng (x, y) với x là một phần tử của A và y là một phần tử của B, ký hiệu $\boldsymbol{A \times B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \times B = \{(x, y) \,|\, x \in A \land y \in B\}}$$

2.1.4. Tích Descartes

Định nghĩa. ***Tích Descartes*** của tập hợp A với tập hợp B là một tập hợp chứa tất cả các bộ có dạng (x, y) với x là một phần tử của A và y là một phần tử của B, ký hiệu $\boldsymbol{A \times B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \times B = \{(x, y) \,|\, x \in A \wedge y \in B\}}$$

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$ và $B = \{x, y\}$. Khi đó

$$A \times B =$$

2.1.4. Tích Descartes

Định nghĩa. ***Tích Descartes*** của tập hợp A với tập hợp B là một tập hợp chứa tất cả các bộ có dạng (x, y) với x là một phần tử của A và y là một phần tử của B, ký hiệu $\boldsymbol{A \times B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}}$$

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$ và $B = \{x, y\}$. Khi đó

$$A \times B = \{(1, x), (1, y), (2, x), (2, y), (3, x), (3, y)\}$$

2.1.4. Tích Descartes

Định nghĩa. ***Tích Descartes*** của tập hợp A với tập hợp B là một tập hợp chứa tất cả các bộ có dạng (x, y) với x là một phần tử của A và y là một phần tử của B, ký hiệu $\boldsymbol{A \times B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \times B = \{(x, y) \,|\, x \in A \wedge y \in B\}}$$

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$ và $B = \{x, y\}$. Khi đó

$$A \times B = \{(1, x), (1, y), (2, x), (2, y), (3, x), (3, y)\}$$

2.1.4. Tích Descartes

Định nghĩa. ***Tích Descartes*** của tập hợp A với tập hợp B là một tập hợp chứa tất cả các bộ có dạng (x, y) với x là một phần tử của A và y là một phần tử của B, ký hiệu $\boldsymbol{A \times B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \times B = \{(x, y) \,|\, x \in A \wedge y \in B\}}$$

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$ và $B = \{x, y\}$. Khi đó

$$A \times B = \{(1, x), (1, y), (2, x), (2, y), (3, x), (3, y)\}$$

Câu hỏi. Nếu $|A| = n$ và $|B| = m$ thì $|A \times B| =?$

2.1.4. Tích Descartes

Định nghĩa. ***Tích Descartes*** của tập hợp A với tập hợp B là một tập hợp chứa tất cả các bộ có dạng (x, y) với x là một phần tử của A và y là một phần tử của B, ký hiệu $\boldsymbol{A \times B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \times B = \{(x, y) \,|\, x \in A \wedge y \in B\}}$$

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$ và $B = \{x, y\}$. Khi đó

$$A \times B = \{(1, x), (1, y), (2, x), (2, y), (3, x), (3, y)\}$$

Câu hỏi. Nếu $|A| = n$ và $|B| = m$ thì $|A \times B| =$? **Đáp án.** $n \times m$.

2.1.4. Tích Descartes

Định nghĩa. ***Tích Descartes*** của tập hợp A với tập hợp B là một tập hợp chứa tất cả các bộ có dạng (x, y) với x là một phần tử của A và y là một phần tử của B, ký hiệu $\boldsymbol{A \times B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \times B = \{(x, y) \,|\, x \in A \wedge y \in B\}}$$

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$ và $B = \{x, y\}$. Khi đó

$$A \times B = \{(1, x), (1, y), (2, x), (2, y), (3, x), (3, y)\}$$

Câu hỏi. Nếu $|A| = n$ và $|B| = m$ thì $|A \times B| =?$ **Đáp án.** $n \times m$.

Khái niệm tích Descartes cũng được mở rộng cho hữu hạn tập hợp,

2.1.4. Tích Descartes

Định nghĩa. ***Tích Descartes*** của tập hợp A với tập hợp B là một tập hợp chứa tất cả các bộ có dạng (x, y) với x là một phần tử của A và y là một phần tử của B, ký hiệu $\boldsymbol{A \times B}$, nghĩa là

$$\boldsymbol{A \times B = \{(x, y) \,|\, x \in A \wedge y \in B\}}$$

Ví dụ. Cho $A = \{1, 2, 3\}$ và $B = \{x, y\}$. Khi đó

$$A \times B = \{(1, x), (1, y), (2, x), (2, y), (3, x), (3, y)\}$$

Câu hỏi. Nếu $|A| = n$ và $|B| = m$ thì $|A \times B| =?$ **Đáp án.** $n \times m$.

Khái niệm tích Descartes cũng được mở rộng cho hữu hạn tập hợp, nghĩa là

$$\boldsymbol{A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_k = \{(x_1, x_2, \ldots, x_k) \,|\, x_i \in A_i, \forall i = \overline{1, k}\}}$$

2.2. Ánh xạ

1. **Định nghĩa ánh xạ**
2. **Ánh xạ hợp**
3. **Ảnh và ảnh ngược**
4. **Các loại ánh xạ**
5. **Ánh xạ ngược**

2.2.1. Định nghĩa

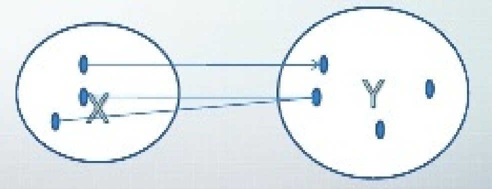
2.2.1. Định nghĩa

Định nghĩa. Một ***ánh xạ*** f từ tập X vào tập Y là một phép liên kết từ X vào Y sao cho **mỗi phần tử** x của X được liên kết **duy nhất** với **một phần tử** y của Y,

2.2.1. Định nghĩa

Định nghĩa. Một ***ánh xạ*** f từ tập X vào tập Y là một phép liên kết từ X vào Y sao cho **mỗi phần tử** x của X được liên kết **duy nhất** với **một phần tử** y của Y, ký hiệu: $y = f(x)$

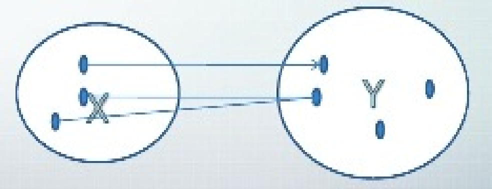
$$\begin{array}{rccl} f: & X & \longrightarrow & Y \\ & x & \longmapsto & y = f(x). \end{array}$$



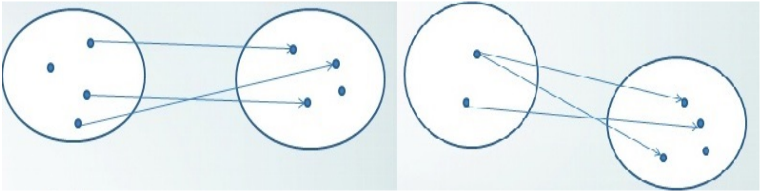
2.2.1. Định nghĩa

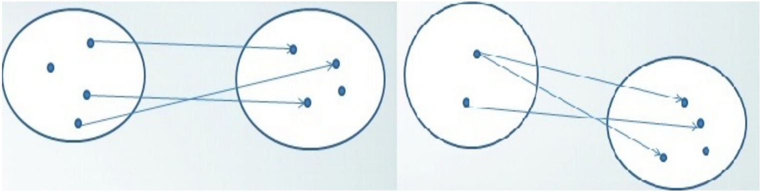
Định nghĩa. Một ***ánh xạ*** f từ tập X vào tập Y là một phép liên kết từ X vào Y sao cho **mỗi phần tử** x của X được liên kết **duy nhất** với **một phần tử** y của Y, ký hiệu: $y = f(x)$

$$\begin{aligned} f: \quad X &\longrightarrow \quad Y \\ x &\longmapsto \quad y = f(x). \end{aligned}$$

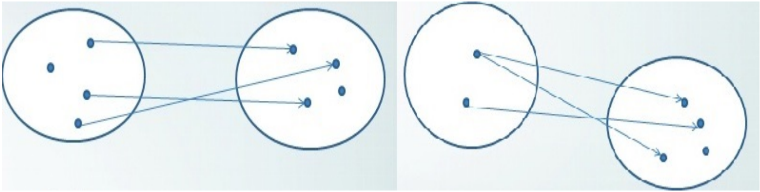


Khi đó X được gọi là ***tập nguồn***, Y được gọi là ***tập đích***.





Không là ánh xạ

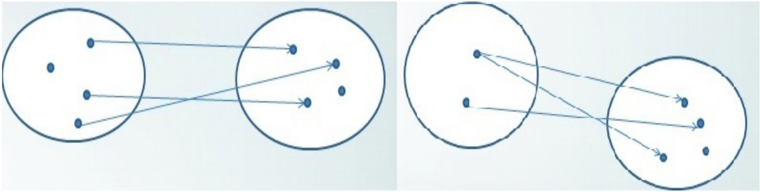


Không là ánh xạ

Ví dụ.

a) *Ánh xạ đồng nhất trên X*

$$\begin{array}{rccc} Id_X: & X & \longrightarrow & X \\ & x & \longmapsto & x. \end{array}$$



Không là ánh xạ

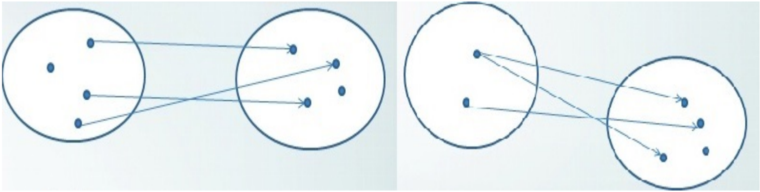
Ví dụ.

a) *Ánh xạ đồng nhất trên X*

$$\begin{aligned} Id_X : \quad X &\longrightarrow X \\ x &\longmapsto x. \end{aligned}$$

b) Xét ánh xạ

$$\begin{aligned} pr_A : \quad A \times B &\longrightarrow A \\ (a, b) &\longmapsto a. \end{aligned}$$



Không là ánh xạ

Ví dụ.

a) ***Ánh xạ đồng nhất trên X***

$$\begin{array}{rccc} Id_X: & X & \longrightarrow & X \\ & x & \longmapsto & x. \end{array}$$

b) Xét ánh xạ

$$\begin{array}{rccc} pr_A: & A \times B & \longrightarrow & A \\ & (a,b) & \longmapsto & a. \end{array}$$

Khi đó pr_A được gọi là ***phép chiếu thứ nhất***

Nhận xét. Nếu X, Y là tập hợp các số (chẳng hạn, $\emptyset \neq X, Y \subset \mathbb{R}$) thì $f : X \to Y$ còn được gọi là ***hàm số***.

Nhận xét. Nếu X, Y là tập hợp các số (chẳng hạn, $\emptyset \neq X, Y \subset \mathbb{R}$) thì $f : X \to Y$ còn được gọi là ***hàm số***. Như vậy, hàm số chính là một trường hợp riêng của ánh xạ.

Nhận xét. Nếu X, Y là tập hợp các số (chẳng hạn, $\emptyset \neq X, Y \subset \mathbb{R}$) thì $f : X \to Y$ còn được gọi là ***hàm số***. Như vậy, hàm số chính là một trường hợp riêng của ánh xạ.

Định nghĩa. Hai ánh xạ f, g được gọi là ***bằng nhau*** khi và chỉ khi chúng có cùng tập nguồn, có cùng tập đích và

$$\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}).$$

Nhận xét. Nếu X, Y là tập hợp các số (chẳng hạn, $\emptyset \neq X, Y \subset \mathbb{R}$) thì $f : X \to Y$ còn được gọi là ***hàm số***. Như vậy, hàm số chính là một trường hợp riêng của ánh xạ.

Định nghĩa. Hai ánh xạ f, g được gọi là ***bằng nhau*** khi và chỉ khi chúng có cùng tập nguồn, có cùng tập đích và

$$\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}).$$

Nhận xét. Vậy $f \neq g \Leftrightarrow \exists x \in X, f(x) \neq g(x)$.

Nhận xét. Nếu X, Y là tập hợp các số (chẳng hạn, $\emptyset \neq X, Y \subset \mathbb{R}$) thì $f : X \to Y$ còn được gọi là ***hàm số***. Như vậy, hàm số chính là một trường hợp riêng của ánh xạ.

Định nghĩa. Hai ánh xạ f, g được gọi là ***bằng nhau*** khi và chỉ khi chúng có cùng tập nguồn, có cùng tập đích và

$$\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}, \boldsymbol{f(x) = g(x)}.$$

Nhận xét. Vậy $f \neq g \Leftrightarrow \exists x \in X, f(x) \neq g(x)$.

Ví dụ. Xét ánh xạ $f(x) = (x-1)(x+1)$ và $g(x) = x^2 - 1$ từ $\mathbb{R}$ vào $\mathbb{R}$.

Nhận xét. Nếu X, Y là tập hợp các số (chẳng hạn, $\emptyset \neq X, Y \subset \mathbb{R}$) thì $f : X \to Y$ còn được gọi là ***hàm số***. Như vậy, hàm số chính là một trường hợp riêng của ánh xạ.

Định nghĩa. Hai ánh xạ f, g được gọi là ***bằng nhau*** khi và chỉ khi chúng có cùng tập nguồn, có cùng tập đích và

$$\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}).$$

Nhận xét. Vậy $f \neq g \Leftrightarrow \exists x \in X, f(x) \neq g(x)$.

Ví dụ. Xét ánh xạ $f(x) = (x-1)(x+1)$ và $g(x) = x^2 - 1$ từ $\mathbb{R}$ vào $\mathbb{R}$. Ta có $f = g$.

Nhận xét. Nếu X, Y là tập hợp các số (chẳng hạn, $\emptyset \neq X, Y \subset \mathbb{R}$) thì $f : X \to Y$ còn được gọi là ***hàm số***. Như vậy, hàm số chính là một trường hợp riêng của ánh xạ.

Định nghĩa. Hai ánh xạ f, g được gọi là ***bằng nhau*** khi và chỉ khi chúng có cùng tập nguồn, có cùng tập đích và

$$\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}).$$

Nhận xét. Vậy $f \neq g \Leftrightarrow \exists x \in X, f(x) \neq g(x)$.

Ví dụ. Xét ánh xạ $f(x) = (x-1)(x+1)$ và $g(x) = x^2 - 1$ từ $\mathbb{R}$ vào $\mathbb{R}$. Ta có $f = g$.

Ví dụ. Cho $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = 3x + 4$ và $g(x) = 4x + 3$. Hỏi $f = g$ không?

Nhận xét. Nếu X, Y là tập hợp các số (chẳng hạn, $\emptyset \neq X, Y \subset \mathbb{R}$) thì $f : X \to Y$ còn được gọi là ***hàm số***. Như vậy, hàm số chính là một trường hợp riêng của ánh xạ.

Định nghĩa. Hai ánh xạ f, g được gọi là ***bằng nhau*** khi và chỉ khi chúng có cùng tập nguồn, có cùng tập đích và

$$\forall x \in X, f(x) = g(x).$$

Nhận xét. Vậy $f \neq g \Leftrightarrow \exists x \in X, f(x) \neq g(x)$.

Ví dụ. Xét ánh xạ $f(x) = (x-1)(x+1)$ và $g(x) = x^2 - 1$ từ $\mathbb{R}$ vào $\mathbb{R}$. Ta có $f = g$.

Ví dụ. Cho $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = 3x + 4$ và $g(x) = 4x + 3$. Hỏi $f = g$ không?

Giải. Vì $f(0) \neq g(0)$ nên $f \neq g$.

2.2.2. Ánh xạ hợp

Định nghĩa. Cho $f : X \longrightarrow Y$ và $g : Y \longrightarrow Z$,

2.2.2. Ánh xạ hợp

Định nghĩa. Cho $f : X \longrightarrow Y$ và $g : Y \longrightarrow Z$, lúc đó $\boldsymbol{g_\circ f} : X \longrightarrow Z$ là ***ánh xạ hợp*** của g và f, được xác định bởi

2.2.2. Ánh xạ hợp

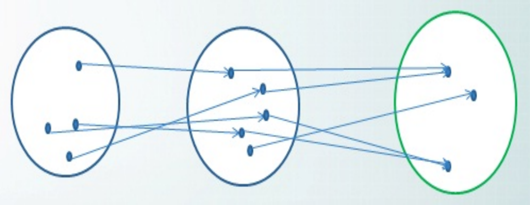
Định nghĩa. Cho $f : X \longrightarrow Y$ và $g : Y \longrightarrow Z$, lúc đó $\boldsymbol{g_\circ f} : X \longrightarrow Z$ là ***ánh xạ hợp*** của g và f, được xác định bởi

$$\boldsymbol{g_\circ f(x) = g(f(x))}.$$

2.2.2. Ánh xạ hợp

Định nghĩa. Cho $f : X \longrightarrow Y$ và $g : Y \longrightarrow Z$, lúc đó $g_\circ f : X \longrightarrow Z$ là ***ánh xạ hợp*** của g và f, được xác định bởi

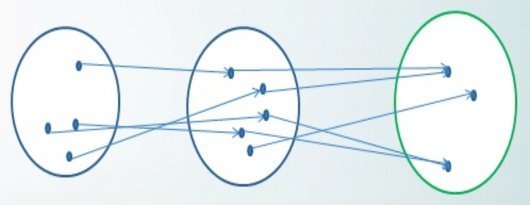
$$g_\circ f(x) = g(f(x)).$$



2.2.2. Ánh xạ hợp

Định nghĩa. Cho $f : X \longrightarrow Y$ và $g : Y \longrightarrow Z$, lúc đó $g_\circ f : X \longrightarrow Z$ là ***ánh xạ hợp*** của g và f, được xác định bởi

$$g_\circ f(x) = g(f(x)).$$

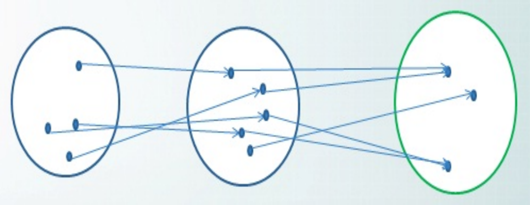


Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó*

2.2.2. Ánh xạ hợp

Định nghĩa. Cho $f : X \longrightarrow Y$ và $g : Y \longrightarrow Z$, lúc đó $g_\circ f : X \longrightarrow Z$ là ***ánh xạ hợp*** của g và f, được xác định bởi

$$g_\circ f(x) = g(f(x)).$$



Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó*

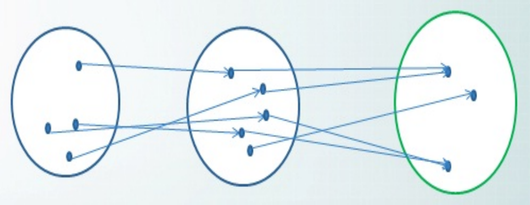
i) $f_\circ Id_X = f$

ii) $Id_Y \circ f = f$

2.2.2. Ánh xạ hợp

Định nghĩa. Cho $f : X \longrightarrow Y$ và $g : Y \longrightarrow Z$, lúc đó $\boldsymbol{g_\circ f} : X \longrightarrow Z$ là ***ánh xạ hợp*** của g và f, được xác định bởi

$$\boldsymbol{g_\circ f(x) = g(f(x))}.$$



Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó*

- i) $f_\circ Id_X = f$
- ii) $Id_Y \circ f = f$

Ví dụ. Cho $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 2$ và $g(x) = 3x - 1$. Xác định $g_\circ f$ và $f_\circ g$.

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) =$$

$$\boldsymbol{f(x) = x + 2, \;\; g(x) = 3x - 1}$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) = g(x+2) =$$

$$\boldsymbol{f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1}$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) = g(x+2) = 3(x+2) - 1 =$$

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) = g(x+2) = 3(x+2) - 1 = 3x + 5.$$

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) = g(x+2) = 3(x+2) - 1 = 3x + 5.$$

Vậy ánh xạ $g_\circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $g_\circ f(x) = 3x + 5$.

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) = g(x+2) = 3(x+2) - 1 = 3x + 5.$$

Vậy ánh xạ $g_\circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $g_\circ f(x) = 3x + 5$.

ii) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$f_\circ g(x) = f(g(x)) =$$

$$\boldsymbol{f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1}$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) = g(x+2) = 3(x+2) - 1 = 3x + 5.$$

Vậy ánh xạ $g_\circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $g_\circ f(x) = 3x + 5$.

ii) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$f_\circ g(x) = f(g(x)) = f(3x - 1) =$$

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) = g(x+2) = 3(x+2) - 1 = 3x + 5.$$

Vậy ánh xạ $g_\circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $g_\circ f(x) = 3x + 5$.

ii) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$f_\circ g(x) = f(g(x)) = f(3x-1) = (3x-1) + 2 =$$

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) = g(x+2) = 3(x+2) - 1 = 3x + 5.$$

Vậy ánh xạ $g_\circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $g_\circ f(x) = 3x + 5$.

ii) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$f_\circ g(x) = f(g(x)) = f(3x-1) = (3x-1) + 2 = 3x + 1.$$

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) = g(x+2) = 3(x+2) - 1 = 3x + 5.$$

Vậy ánh xạ $g_\circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $g_\circ f(x) = 3x + 5$.

ii) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$f_\circ g(x) = f(g(x)) = f(3x-1) = (3x-1) + 2 = 3x + 1.$$

Vậy ánh xạ $f_\circ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $f_\circ g(x) = 3x + 1$.

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_\circ f(x) = g(f(x)) = g(x+2) = 3(x+2) - 1 = 3x + 5.$$

Vậy ánh xạ $g_\circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $g_\circ f(x) = 3x + 5$.

ii) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$f_\circ g(x) = f(g(x)) = f(3x-1) = (3x-1) + 2 = 3x + 1.$$

Vậy ánh xạ $f_\circ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $f_\circ g(x) = 3x + 1$.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 - 1$ và $g(x) = 2 - 3x$. Xác định $g_\circ f$ và $f_\circ g$.

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

Giải. i) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$g_{\circ}f(x) = g(f(x)) = g(x+2) = 3(x+2) - 1 = 3x + 5.$$

Vậy ánh xạ $g_{\circ}f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $g_{\circ}f(x) = 3x + 5$.

ii) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$f_{\circ}g(x) = f(g(x)) = f(3x-1) = (3x-1) + 2 = 3x + 1.$$

Vậy ánh xạ $f_{\circ}g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $f_{\circ}g(x) = 3x + 1$.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 - 1$ và $g(x) = 2 - 3x$. Xác định $g_{\circ}f$ và $f_{\circ}g$.

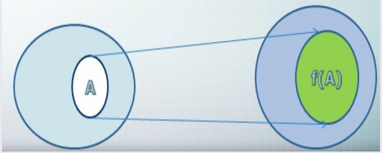
Ví dụ.(tự làm) Cho hai hàm số $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ với $f(x) = 2x + 3$ và $f_{\circ}g(x) = 4x + 1$. Tìm $g(x)$?

2.2.3. Ảnh và ảnh ngược

2.2.3. Ảnh và ảnh ngược

Định nghĩa. Cho $f : X \longrightarrow Y$,

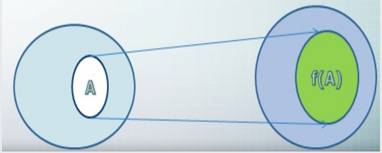
a) Cho $A \subset X$, ***ảnh*** của A bởi f là tập $\boldsymbol{f(A) = \{f(x) \mid x \in A\}} \subset Y$;



2.2.3. Ảnh và ảnh ngược

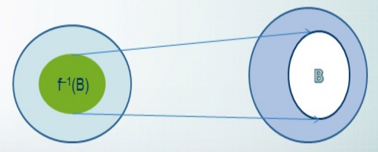
Định nghĩa. Cho $f : X \longrightarrow Y$,

a) Cho $A \subset X$, ***ảnh*** của A bởi f là tập $\boldsymbol{f(A) = \{f(x) \mid x \in A\}} \subset Y$;



b) Cho $B \subset Y$, ***ảnh ngược*** của B bởi f là tập

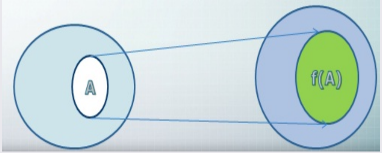
$$\boldsymbol{f^{-1}(B) = \{x \in X \mid f(x) \in B\}} \subset X.$$



2.2.3. Ảnh và ảnh ngược

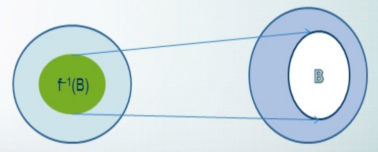
Định nghĩa. Cho $f : X \longrightarrow Y$,

a) Cho $A \subset X$, ***ảnh*** của A bởi f là tập $\boldsymbol{f(A) = \{f(x) \,|\, x \in A\}} \subset Y$;



b) Cho $B \subset Y$, ***ảnh ngược*** của B bởi f là tập

$$\boldsymbol{f^{-1}(B) = \{x \in X \,|\, f(x) \in B\}} \subset X.$$



c) Ta ký hiệu $\boldsymbol{Im(f) = f(X)}$, gọi là ***ảnh của*** f.

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- (a) $f([1, 3])$; $f([-2, -1])$; $f([-1, 3])$; $f((1, 5))$;
- (b) $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2, 5])$?

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- a. $f([1, 3])$; $f([-2, -1])$; $f([-1, 3])$; $f((1, 5))$;
- b. $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2, 5])$?

Đáp án.

$$a)\ f([1, 3]) =$$

Ví dụ. Cho $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ được xác định $f(x)=x^2+1$. Hãy tìm

- (a) $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;
- (b) $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = \ [2,10];$$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

a) $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;

b) $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = [2,10]; \qquad f([-2,-1]) =$$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- a) $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;
- b) $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$a)\ f([1,3]) = \ [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = \ [2,5];$

Ví dụ. Cho $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ được xác định $f(x)=x^2+1$. Hãy tìm

- a) $f([1,3]);\ \ f([-2,-1]);\ \ f([-1,3]);\ \ f((1,5));$
- b) $f^{-1}(1);\ \ f^{-1}(2);\ \ f^{-1}(-5);\ \ f^{-1}([2,5])?$

Đáp án.

$a)\ f([1,3]) = \ [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = \ [2,5];$

$f([-1,3]) =$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- (a) $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;
- (b) $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = [2,5];$$

$$f([-1,3]) = [1,10];$$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- a) $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;
- b) $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$a)$ $f([1,3]) = [2,10]$; $\quad f([-2,-1]) = [2,5]$;

$f([-1,3]) = [1,10]$; $\quad f((1,5)) =$

Ví dụ. Cho $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ được xác định $f(x)=x^2+1$. Hãy tìm

- a $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;
- b $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = [2,5];$$

$$f([-1,3]) = [1,10]; \quad f((1,5)) = (2,26).$$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- a) $f([1,3]);\ \ f([-2,-1]);\ \ f([-1,3]);\ \ f((1,5));$
- b) $f^{-1}(1);\ \ f^{-1}(2);\ \ f^{-1}(-5);\ \ f^{-1}([2,5])?$

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = [2,5];$$

$$f([-1,3]) = [1,10]; \quad f((1,5)) = (2,26).$$

$$b)\ f^{-1}(1) =$$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- (a) $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;
- (b) $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = [2,5];$$

$$f([-1,3]) = [1,10]; \quad f((1,5)) = (2,26).$$

$$b)\ f^{-1}(1) = \{0\};$$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- (a) $f([1,3]);\ \ f([-2,-1]);\ \ f([-1,3]);\ \ f((1,5));$
- (b) $f^{-1}(1);\ \ f^{-1}(2);\ \ f^{-1}(-5);\ \ f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = \ [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = \ [2,5];$$

$$f([-1,3]) = \ [1,10]; \quad f((1,5)) = (2,26).$$

$$b)\ f^{-1}(1) = \ \{0\}; \qquad f^{-1}(2) =$$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- a) $f([1,3]);\ f([-2,-1]);\ f([-1,3]);\ f((1,5));$
- b) $f^{-1}(1);\ f^{-1}(2);\ f^{-1}(-5);\ f^{-1}([2,5])?$

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = [2,5];$$

$$f([-1,3]) = [1,10]; \quad f((1,5)) = (2,26).$$

$$b)\ f^{-1}(1) = \{0\}; \qquad f^{-1}(2) = \{-1,1\};$$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- (a) $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;
- (b) $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$a)$ $f([1,3]) = [2,10]$; $\quad f([-2,-1]) = [2,5]$;

$f([-1,3]) = [1,10]$; $\quad f((1,5)) = (2,26)$.

$b)$ $f^{-1}(1) = \{0\}$; $\quad f^{-1}(2) = \{-1,1\}$;

$f^{-1}(-5) =$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- a) $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;
- b) $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$a)$ $f([1,3]) = [2,10]$; $f([-2,-1]) = [2,5]$;

$f([-1,3]) = [1,10]$; $f((1,5)) = (2,26)$.

$b)$ $f^{-1}(1) = \{0\}$; $f^{-1}(2) = \{-1,1\}$;

$f^{-1}(-5) = \emptyset$;

Ví dụ. Cho $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ được xác định $f(x)=x^2+1$. Hãy tìm

- a) $f([1,3]);\ \ f([-2,-1]);\ \ f([-1,3]);\ \ f((1,5));$
- b) $f^{-1}(1);\ \ f^{-1}(2);\ \ f^{-1}(-5);\ \ f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = [2,5];$$

$$f([-1,3]) = [1,10]; \quad f((1,5)) = (2,26).$$

$$b)\ f^{-1}(1) = \{0\}; \qquad f^{-1}(2) = \{-1,1\};$$

$$f^{-1}(-5) = \emptyset; \qquad f^{-1}([2,5]) =$$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- (a) $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;
- (b) $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = [2,5];$$
$$f([-1,3]) = [1,10]; \quad f((1,5)) = (2,26).$$

$$b)\ f^{-1}(1) = \{0\}; \qquad f^{-1}(2) = \{-1,1\};$$
$$f^{-1}(-5) = \emptyset; \qquad f^{-1}([2,5]) = [-2,-1] \cup [1,2].$$

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 + 1$. Hãy tìm

- a $f([1,3])$; $f([-2,-1])$; $f([-1,3])$; $f((1,5))$;
- b $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(2)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([2,5])$?

Đáp án.

$$a)\ f([1,3]) = [2,10]; \qquad f([-2,-1]) = [2,5];$$
$$f([-1,3]) = [1,10]; \quad f((1,5)) = (2,26).$$

$$b)\ f^{-1}(1) = \{0\}; \qquad f^{-1}(2) = \{-1,1\};$$
$$f^{-1}(-5) = \emptyset; \qquad f^{-1}([2,5]) = [-2,-1] \cup [1,2].$$

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^2 - 2x + 3$. Hãy tìm

- a $f([1,5])$; $f([-5,-2])$; $f([-3,3])$; $f((0,5))$;
- b $f^{-1}(1)$; $f^{-1}(3)$; $f^{-1}(-5)$; $f^{-1}([3,11])$?

2.2.4. Các loại ánh xạ

2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$.

2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***đơn ánh*** nếu

2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***đơn ánh*** nếu

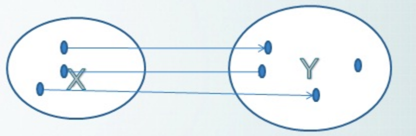
$$\text{“}\forall \boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2} \in \boldsymbol{X}, \boldsymbol{x_1} \neq \boldsymbol{x_2} \to \boldsymbol{f(x_1)} \neq \boldsymbol{f(x_2)}\text{”},$$

2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***đơn ánh*** nếu

$$\text{“}\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)\text{”},$$

nghĩa là hai phần tử khác nhau bất kỳ trong X thì có ảnh khác nhau trong Y.

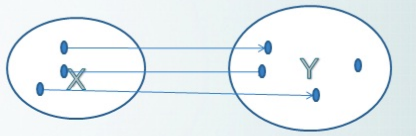


2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***đơn ánh*** nếu

$$\text{“}\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)\text{”},$$

nghĩa là hai phần tử khác nhau bất kỳ trong X thì có ảnh khác nhau trong Y.



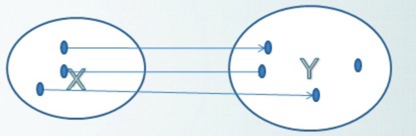
Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó:*

2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***đơn ánh*** nếu

$$\text{“}\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)\text{”},$$

nghĩa là hai phần tử khác nhau bất kỳ trong X thì có ảnh khác nhau trong Y.



Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó:*

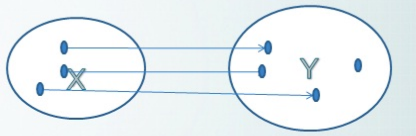
1. f *đơn ánh* $\Leftrightarrow$

2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***đơn ánh*** nếu

$$\text{“}\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)\text{”},$$

nghĩa là hai phần tử khác nhau bất kỳ trong X thì có ảnh khác nhau trong Y.



Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó:*

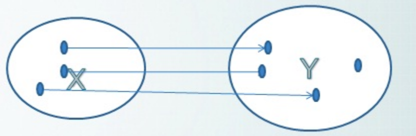
i) f *đơn ánh* $\Leftrightarrow$ “$\forall x_1, x_2 \in X, f(x_1) = f(x_2) \to x_1 = x_2$”.

2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***đơn ánh*** nếu

$$\text{“}\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)\text{”},$$

nghĩa là hai phần tử khác nhau bất kỳ trong X thì có ảnh khác nhau trong Y.



Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó:*

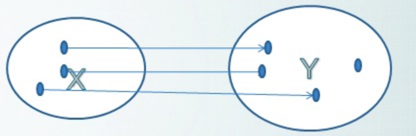
- i) f *đơn ánh* $\Leftrightarrow$ “$\forall x_1, x_2 \in X, f(x_1) = f(x_2) \to x_1 = x_2$”.
- ii) f *không đơn ánh* $\Leftrightarrow$

2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***đơn ánh*** nếu

$$\text{“}\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)\text{”},$$

nghĩa là hai phần tử khác nhau bất kỳ trong X thì có ảnh khác nhau trong Y.



Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó:*

i) f *đơn ánh* $\Leftrightarrow$ “$\forall x_1, x_2 \in X, f(x_1) = f(x_2) \to x_1 = x_2$”.

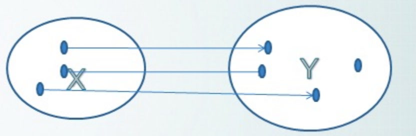
ii) f *không đơn ánh* $\Leftrightarrow$ “$\exists x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \wedge f(x_1) = f(x_2)$”.

2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***đơn ánh*** nếu

$$\text{“}\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)\text{”},$$

nghĩa là hai phần tử khác nhau bất kỳ trong X thì có ảnh khác nhau trong Y.



Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó:*

i) f *đơn ánh* $\Leftrightarrow$ “$\forall x_1, x_2 \in X, f(x_1) = f(x_2) \to x_1 = x_2$”.

ii) f *không đơn ánh* $\Leftrightarrow$ “$\exists x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \wedge f(x_1) = f(x_2)$”.

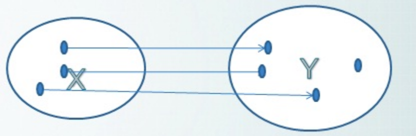
Chứng minh. i) Sử dụng luật logic $p \to q \Leftrightarrow \neg q \to \neg p$.

2.2.4. Các loại ánh xạ

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***đơn ánh*** nếu

$$“\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)”,$$

nghĩa là hai phần tử khác nhau bất kỳ trong X thì có ảnh khác nhau trong Y.



Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó:*

- i) f *đơn ánh* $\Leftrightarrow$ “$\forall x_1, x_2 \in X, f(x_1) = f(x_2) \to x_1 = x_2$”.
- ii) f *không đơn ánh* $\Leftrightarrow$ “$\exists x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \wedge f(x_1) = f(x_2)$”.

Chứng minh. i) Sử dụng luật logic $p \to q \Leftrightarrow \neg q \to \neg p$.
ii) Sử dụng luật logic $\neg(p \to q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$
nên

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$
nên $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$
nên $f(x_1) \neq f(x_2)$. Do đó f là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$
nên $f(x_1) \neq f(x_2)$. Do đó f là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$
nên $f(x_1) \neq f(x_2)$. Do đó f là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$,

$$f(x_1) = f(x_2)$$

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$ nên $f(x_1) \neq f(x_2)$. Do đó f là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$,

$$f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1^3 + x_1 = x_2^3 + x_2$$

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$
nên $f(x_1) \neq f(x_2)$. Do đó f là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} f(x_1) = f(x_2) &\Leftrightarrow x_1^3 + x_1 = x_2^3 + x_2 \\ &\Leftrightarrow x_1^3 - x_2^3 + x_1 - x_2 = 0 \end{aligned}$$

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$ nên $f(x_1) \neq f(x_2)$. Do đó f là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} f(x_1) = f(x_2) &\Leftrightarrow x_1^3 + x_1 = x_2^3 + x_2 \\ &\Leftrightarrow x_1^3 - x_2^3 + x_1 - x_2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 1) = 0 \end{aligned}$$

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$ nên $f(x_1) \neq f(x_2)$. Do đó f là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}
f(x_1) = f(x_2) &\Leftrightarrow x_1^3 + x_1 = x_2^3 + x_2 \\
&\Leftrightarrow x_1^3 - x_2^3 + x_1 - x_2 = 0 \\
&\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 1) = 0 \\
&\Leftrightarrow x_1 - x_2 = 0 \ \ (\text{vì } x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 1 \geq 1)
\end{aligned}$$

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$ nên $f(x_1) \neq f(x_2)$. Do đó f là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}
f(x_1) = f(x_2) &\Leftrightarrow x_1^3 + x_1 = x_2^3 + x_2 \\
&\Leftrightarrow x_1^3 - x_2^3 + x_1 - x_2 = 0 \\
&\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 1) = 0 \\
&\Leftrightarrow x_1 - x_2 = 0 \quad (\text{vì } x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 1 \geq 1) \\
&\Leftrightarrow x_1 = x_2
\end{aligned}$$

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $x_1 + 3 \neq x_2 + 3$ nên $f(x_1) \neq f(x_2)$. Do đó f là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}
f(x_1) = f(x_2) &\Leftrightarrow x_1^3 + x_1 = x_2^3 + x_2 \\
&\Leftrightarrow x_1^3 - x_2^3 + x_1 - x_2 = 0 \\
&\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 1) = 0 \\
&\Leftrightarrow x_1 - x_2 = 0 \;\; (\text{vì } x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 1 \geq 1) \\
&\Leftrightarrow x_1 = x_2
\end{aligned}$$

Do đó f là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Ta có $f(-1) = f(0) = 0$ mà $-1 \neq 0$.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Ta có $f(-1) = f(0) = 0$ mà $-1 \neq 0$. Do đó f không là đơn ánh.

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Ta có $f(-1) = f(0) = 0$ mà $-1 \neq 0$. Do đó f không là đơn ánh.

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***toàn ánh*** nếu

Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Ta có $f(-1) = f(0) = 0$ mà $-1 \neq 0$. Do đó f không là đơn ánh.

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***toàn ánh*** nếu

$$\text{“}\forall \boldsymbol{y} \in \boldsymbol{Y}, \exists \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X} \text{ sao cho } \boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\text{”},$$

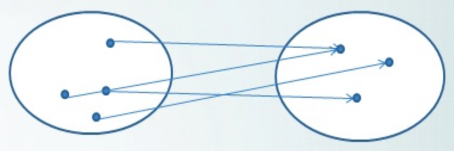
Ví dụ. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 + x$. Xét tính đơn ánh của f.

Giải. Ta có $f(-1) = f(0) = 0$ mà $-1 \neq 0$. Do đó f không là đơn ánh.

Định nghĩa. Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Ta nói f ***toàn ánh*** nếu

$$\text{“}\forall \boldsymbol{y} \in \boldsymbol{Y}, \exists \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X} \text{ sao cho } \boldsymbol{y} = \boldsymbol{f(x)}\text{”},$$

nghĩa là mọi phần tử thuộc Y đều là ảnh của ít nhất một phần tử thuộc X.



Ví dụ.

a) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$

Ví dụ.

a) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là toàn ánh.

Ví dụ.

a) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là toàn ánh.

b) Cho $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$

Ví dụ.

a) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là toàn ánh.

b) Cho $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$ không là toàn ánh.

Ví dụ.

a) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là toàn ánh.

b) Cho $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$ không là toàn ánh.

Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó,*

Ví dụ.

a) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là toàn ánh.

b) Cho $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$ không là toàn ánh.

Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó,*

i) *f là toàn ánh $\Leftrightarrow$ với mọi $y \in Y$, phương trình $y = f(x)$ có nghiệm*

Ví dụ.

a) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là toàn ánh.

b) Cho $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$ không là toàn ánh.

Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó,*

i) *f là toàn ánh $\Leftrightarrow$ với mọi $y \in Y$, phương trình $y = f(x)$ có nghiệm*

ii) *f không là toàn ánh $\Leftrightarrow$ tồn tại $y_0 \in Y$ sao cho phương trình $y_0 = f(x)$ vô nghiệm*

Ví dụ.

a) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là toàn ánh.

b) Cho $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$ không là toàn ánh.

Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó,*

- i) *f là toàn ánh $\Leftrightarrow$ với mọi $y \in Y$, phương trình $y = f(x)$ có nghiệm*
- ii) *f không là toàn ánh $\Leftrightarrow$ tồn tại $y_0 \in Y$ sao cho phương trình $y_0 = f(x)$ vô nghiệm*

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 - 3x + 5$. Hỏi f có toàn ánh không?

Ví dụ.

a) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là toàn ánh.

b) Cho $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$ không là toàn ánh.

Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó,*

- i) *f là toàn ánh $\Leftrightarrow$ với mọi $y \in Y$, phương trình $y = f(x)$ có nghiệm*
- ii) *f không là toàn ánh $\Leftrightarrow$ tồn tại $y_0 \in Y$ sao cho phương trình $y_0 = f(x)$ vô nghiệm*

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 - 3x + 5$. Hỏi f có toàn ánh không?

Giải. Với $y = 0$ ta có phương trình $y = f(x)$ vô nghiệm.

Ví dụ.

a) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là toàn ánh.

b) Cho $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$ không là toàn ánh.

Mệnh đề. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó,*

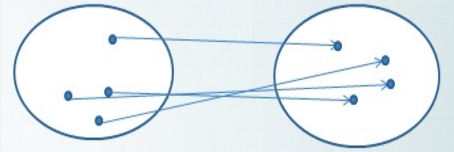
- i) *f là toàn ánh $\Leftrightarrow$ với mọi $y \in Y$, phương trình $y = f(x)$ có nghiệm*
- ii) *f không là toàn ánh $\Leftrightarrow$ tồn tại $y_0 \in Y$ sao cho phương trình $y_0 = f(x)$ vô nghiệm*

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 - 3x + 5$. Hỏi f có toàn ánh không?

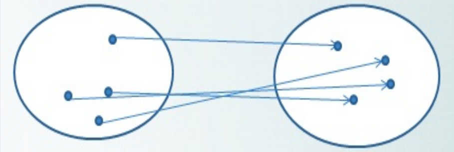
Giải. Với $y = 0$ ta có phương trình $y = f(x)$ vô nghiệm. Suy ra f không toàn ánh.

Định nghĩa. Ta nói $f : X \to Y$ là một ***song ánh***

Định nghĩa. Ta nói $f : X \to Y$ là một ***song ánh*** nếu f vừa là đơn ánh vừa là toàn ánh



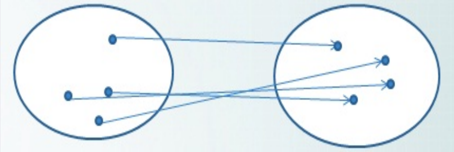
Định nghĩa. Ta nói $f : X \to Y$ là một ***song ánh*** nếu f vừa là đơn ánh vừa là toàn ánh



nghĩa là

$$\forall y \in Y, \exists!\, x \in X : f(x) = y$$

Định nghĩa. Ta nói $f : X \to Y$ là một ***song ánh*** nếu f vừa là đơn ánh vừa là toàn ánh



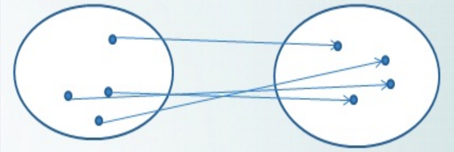
nghĩa là

$$\forall y \in Y, \exists!\ x \in X : f(x) = y$$

Ví dụ.

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$

Định nghĩa. Ta nói $f : X \to Y$ là một ***song ánh*** nếu f vừa là đơn ánh vừa là toàn ánh



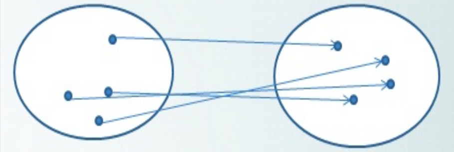
nghĩa là

$$\forall y \in Y, \exists!\, x \in X : f(x) = y$$

Ví dụ.

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là song ánh

Định nghĩa. Ta nói $f : X \to Y$ là một ***song ánh*** nếu f vừa là đơn ánh vừa là toàn ánh



nghĩa là

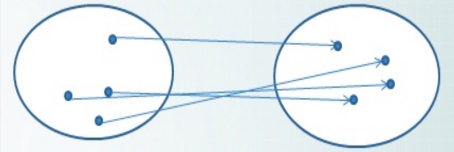
$$\forall y \in Y, \exists!\, x \in X : f(x) = y$$

Ví dụ.

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là song ánh

b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$

Định nghĩa. Ta nói $f : X \to Y$ là một ***song ánh*** nếu f vừa là đơn ánh vừa là toàn ánh



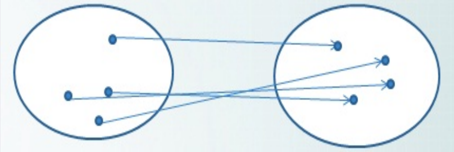
nghĩa là

$$\forall y \in Y, \exists!\, x \in X : f(x) = y$$

Ví dụ.

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là song ánh
b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$ không là song ánh

Định nghĩa. Ta nói $f : X \to Y$ là một ***song ánh*** nếu f vừa là đơn ánh vừa là toàn ánh



nghĩa là

$$\forall y \in Y, \exists!\, x \in X : f(x) = y$$

Ví dụ.

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $f(x) = x^3 + 1$ là song ánh
b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ được xác định $g(x) = x^2 + 1$ không là song ánh

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 3$. Hỏi f có song ánh không?

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$,

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x)$$

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3$$

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$.

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh.

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh.

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$. Khi đó*

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$. Khi đó*

1. *f, g đơn ánh*

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$. Khi đó*

1. *f, g đơn ánh $\Rightarrow g_\circ f$ đơn ánh*

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$. Khi đó*

1. *f, g đơn ánh $\Rightarrow g_\circ f$ đơn ánh $\Rightarrow f$ đơn ánh;*

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$. Khi đó*

1. *f, g đơn ánh $\Rightarrow g_\circ f$ đơn ánh $\Rightarrow f$ đơn ánh;*
2. *f, g toàn ánh*

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$. Khi đó*

1. f, g *đơn ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *đơn ánh* $\Rightarrow f$ *đơn ánh;*
2. f, g *toàn ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *toàn ánh*

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$. Khi đó*

1. f, g *đơn ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *đơn ánh* $\Rightarrow f$ *đơn ánh;*
2. f, g *toàn ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *toàn ánh* $\Rightarrow g$ *toàn ánh;*

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$. Khi đó*

- (i) f, g *đơn ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *đơn ánh* $\Rightarrow f$ *đơn ánh;*
- (ii) f, g *toàn ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *toàn ánh* $\Rightarrow g$ *toàn ánh;*
- (iii) f, g *song ánh*

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$. Khi đó*

1. f, g *đơn ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *đơn ánh* $\Rightarrow f$ *đơn ánh;*
2. f, g *toàn ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *toàn ánh* $\Rightarrow g$ *toàn ánh;*
3. f, g *song ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *song ánh*

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta có

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x + 3 \Leftrightarrow x = y - 3.$$

Như vậy, với mọi $y \in \mathbb{R}$, tồn tại $x = y - 3 \in \mathbb{R}$ để $y = f(x)$. Do đó f là toàn ánh. Hơn nữa f là đơn ánh. Vậy, f là song ánh.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ xác định bởi $f(x) = 2x + 1$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ xác định bởi $f(x) = x + 5$. Hỏi f có song ánh không?

Tính chất. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$. Khi đó*

(i) f, g *đơn ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *đơn ánh* $\Rightarrow f$ *đơn ánh;*

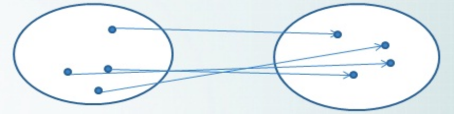
(ii) f, g *toàn ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *toàn ánh* $\Rightarrow g$ *toàn ánh;*

(iii) f, g *song ánh* $\Rightarrow g_\circ f$ *song ánh* $\Rightarrow f$ *đơn ánh,* g *toàn ánh.*

2.2.5. Ánh xạ ngược

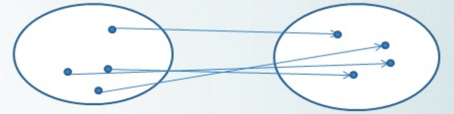
2.2.5. Ánh xạ ngược

Định nghĩa. Cho $f : X \to Y$ là một song ánh.



2.2.5. Ánh xạ ngược

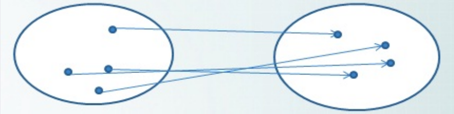
Định nghĩa. Cho $f : X \to Y$ là một song ánh.



Khi đó, với mọi $y \in Y$, tồn tại duy nhất một phần tử $x \in X$ thỏa $f(x) = y$.

2.2.5. Ánh xạ ngược

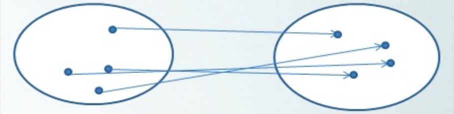
Định nghĩa. Cho $f : X \to Y$ là một song ánh.



Khi đó, với mọi $y \in Y$, tồn tại duy nhất một phần tử $x \in X$ thỏa $f(x) = y$. Do đó tương ứng $y \mapsto x$ là một ánh xạ từ Y vào X.

2.2.5. Ánh xạ ngược

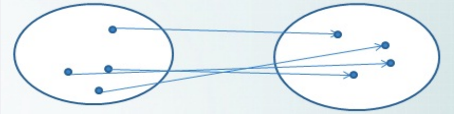
Định nghĩa. Cho $f : X \to Y$ là một song ánh.



Khi đó, với mọi $y \in Y$, tồn tại duy nhất một phần tử $x \in X$ thỏa $f(x) = y$. Do đó tương ứng $y \mapsto x$ là một ánh xạ từ Y vào X. Ta gọi đây là ***ánh xạ ngược*** của f và ký hiệu $\boldsymbol{f^{-1}}$.

2.2.5. Ánh xạ ngược

Định nghĩa. Cho $f : X \to Y$ là một song ánh.

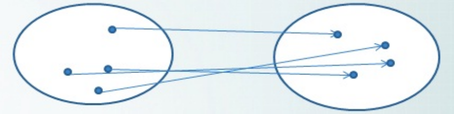


Khi đó, với mọi $y \in Y$, tồn tại duy nhất một phần tử $x \in X$ thỏa $f(x) = y$. Do đó tương ứng $y \mapsto x$ là một ánh xạ từ Y vào X. Ta gọi đây là ***ánh xạ ngược*** của f và ký hiệu $\boldsymbol{f^{-1}}$. Như vậy:

$$\begin{array}{rccl} f^{-1}: & Y & \longrightarrow & X \\ & y & \longmapsto & x \text{ với } f(x) = y. \end{array}$$

2.2.5. Ánh xạ ngược

Định nghĩa. Cho $f : X \to Y$ là một song ánh.



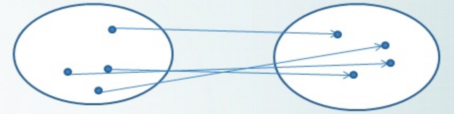
Khi đó, với mọi $y \in Y$, tồn tại duy nhất một phần tử $x \in X$ thỏa $f(x) = y$. Do đó tương ứng $y \mapsto x$ là một ánh xạ từ Y vào X. Ta gọi đây là ***ánh xạ ngược*** của f và ký hiệu $\boldsymbol{f^{-1}}$. Như vậy:

$$\begin{array}{rccl} f^{-1}: & Y & \longrightarrow & X \\ & y & \longmapsto & x \text{ với } f(x) = y. \end{array}$$

Ví dụ. Cho f là ánh xạ từ $\mathbb{R}$ vào $\mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 4$. Chứng tỏ f song ánh và tìm f^{-1}?

2.2.5. Ánh xạ ngược

Định nghĩa. Cho $f : X \to Y$ là một song ánh.



Khi đó, với mọi $y \in Y$, tồn tại duy nhất một phần tử $x \in X$ thỏa $f(x) = y$. Do đó tương ứng $y \mapsto x$ là một ánh xạ từ Y vào X. Ta gọi đây là ***ánh xạ ngược*** của f và ký hiệu $\boldsymbol{f^{-1}}$. Như vậy:

$$\begin{array}{rccl} f^{-1}: & Y & \longrightarrow & X \\ & y & \longmapsto & x \text{ với } f(x) = y. \end{array}$$

Ví dụ. Cho f là ánh xạ từ $\mathbb{R}$ vào $\mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x + 4$. Chứng tỏ f song ánh và tìm f^{-1}?

Đáp án. $f^{-1}(y) = y - 4$.

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccc} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccc} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ & y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccc} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ & y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Định lý. *Cho ánh xạ* $f: X \to Y$.

Ví dụ. Cho

$$f: \begin{array}{ccc} [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$f^{-1}: \begin{array}{ccc} [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Định lý. *Cho ánh xạ* $f : X \to Y$. *Khi đó, nếu* $\forall y \in Y$, *phương trình* $f(x) = y$ *(theo ẩn* x*) có duy nhất một nghiệm*

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccc} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ & y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Định lý. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó, nếu $\forall y \in Y$, phương trình $f(x) = y$ (theo ẩn x) có duy nhất một nghiệm thì f là song ánh.*

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccc} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ & y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Định lý. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó, nếu $\forall y \in Y$, phương trình $f(x) = y$ (theo ẩn x) có duy nhất một nghiệm thì f là song ánh. Hơn nữa, nếu nghiệm đó là x_0 thì $f^{-1}(y) = x_0$.*

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccc} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ & y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Định lý. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó, nếu $\forall y \in Y$, phương trình $f(x) = y$ (theo ẩn x) có duy nhất một nghiệm thì f là song ánh. Hơn nữa, nếu nghiệm đó là x_0 thì $f^{-1}(y) = x_0$.*

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = 5x - 3$. Hỏi f có song ánh không?

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccc} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ & y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Định lý. *Cho ánh xạ $f: X \to Y$. Khi đó, nếu $\forall y \in Y$, phương trình $f(x) = y$ (theo ẩn x) có duy nhất một nghiệm thì f là song ánh. Hơn nữa, nếu nghiệm đó là x_0 thì $f^{-1}(y) = x_0$.*

Ví dụ. Cho $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = 5x - 3$. Hỏi f có song ánh không?

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$,

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccc} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ & y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Định lý. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó, nếu $\forall y \in Y$, phương trình $f(x) = y$ (theo ẩn x) có duy nhất một nghiệm thì f là song ánh. Hơn nữa, nếu nghiệm đó là x_0 thì $f^{-1}(y) = x_0$.*

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = 5x - 3$. Hỏi f có song ánh không?

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta xét phương trình ẩn x sau

$$y = f(x)$$

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccl} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$\begin{array}{rccl} f^{-1}: & [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ & y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Định lý. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó, nếu $\forall y \in Y$, phương trình $f(x) = y$ (theo ẩn x) có duy nhất một nghiệm thì f là song ánh. Hơn nữa, nếu nghiệm đó là x_0 thì $f^{-1}(y) = x_0$.*

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = 5x - 3$. Hỏi f có song ánh không?

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta xét phương trình ẩn x sau

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = 5x - 3$$

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccc} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ & y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Định lý. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó, nếu $\forall y \in Y$, phương trình $f(x) = y$ (theo ẩn x) có duy nhất một nghiệm thì f là song ánh. Hơn nữa, nếu nghiệm đó là x_0 thì $f^{-1}(y) = x_0$.*

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = 5x - 3$. Hỏi f có song ánh không?

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta xét phương trình ẩn x sau

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = 5x - 3 \Leftrightarrow x = \frac{y+3}{5}.$$

Ví dụ. Cho

$$\begin{array}{rccc} f: & [0;2] & \longrightarrow & [0;4] \\ & x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

thì

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & [0;4] & \longrightarrow & [0;2] \\ & y & \longmapsto & \sqrt{y} \end{array}$$

Định lý. *Cho ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó, nếu $\forall y \in Y$, phương trình $f(x) = y$ (theo ẩn x) có duy nhất một nghiệm thì f là song ánh. Hơn nữa, nếu nghiệm đó là x_0 thì $f^{-1}(y) = x_0$.*

Ví dụ. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = 5x - 3$. Hỏi f có song ánh không?

Giải. Với mọi $y \in \mathbb{R}$, ta xét phương trình ẩn x sau

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = 5x - 3 \Leftrightarrow x = \frac{y+3}{5}.$$

Như vậy, phương trình có nghiệm duy nhất, suy ra f là song ánh.

Hơn nữa

$$f^{-1}(y) = \frac{y+3}{5}$$

Hơn nữa

$$f^{-1}(y) = \frac{y+3}{5} \text{ hay } f^{-1}(x) = \frac{x+3}{5}$$

Hơn nữa
$$f^{-1}(y) = \frac{y+3}{5} \text{ hay } f^{-1}(x) = \frac{x+3}{5}$$

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + 1$. Hỏi f có song ánh không? Nếu có, tìm ảnh ngược của f

Hơn nữa

$$f^{-1}(y) = \frac{y+3}{5} \text{ hay } f^{-1}(x) = \frac{x+3}{5}$$

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + 1$. Hỏi f có song ánh không? Nếu có, tìm ảnh ngược của f

Ví dụ.(tự làm) Cho ánh xạ $f : X = (2, +\infty) \to Y = \mathbb{R}$ định bởi

$$f(x) = 4\ln(5x - 10) + 3, \forall x \in X.$$

Chứng minh f là một song ánh và viết ánh xạ ngược f^{-1}.

Hơn nữa

$$f^{-1}(y) = \frac{y+3}{5} \text{ hay } f^{-1}(x) = \frac{x+3}{5}$$

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + 1$. Hỏi f có song ánh không? Nếu có, tìm ảnh ngược của f

Ví dụ.(tự làm) Cho ánh xạ $f : X = (2, +\infty) \to Y = \mathbb{R}$ định bởi

$$f(x) = 4\ln(5x - 10) + 3, \forall x \in X.$$

Chứng minh f là một song ánh và viết ánh xạ ngược f^{-1}.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : X = (3, 6] \to Y = [-27, -6)$ được xác định

$$f(x) = -x^2 + 2x - 3\,, \forall x \in X.$$

Chứng minh f là một song ánh và viết ánh xạ ngược $f^{-1}(x)$.

Hơn nữa

$$f^{-1}(y) = \frac{y+3}{5} \text{ hay } f^{-1}(x) = \frac{x+3}{5}$$

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + 1$. Hỏi f có song ánh không? Nếu có, tìm ảnh ngược của f

Ví dụ.(tự làm) Cho ánh xạ $f : X = (2, +\infty) \to Y = \mathbb{R}$ định bởi

$$f(x) = 4\ln(5x - 10) + 3, \forall x \in X.$$

Chứng minh f là một song ánh và viết ánh xạ ngược f^{-1}.

Ví dụ.(tự làm) Cho $f : X = (3, 6] \to Y = [-27, -6)$ được xác định

$$f(x) = -x^2 + 2x - 3\,, \forall x \in X.$$

Chứng minh f là một song ánh và viết ánh xạ ngược $f^{-1}(x)$.

Mệnh đề. *Cho* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to Z$ *là hai song ánh. Khi đó:*

Mệnh đề. *Cho $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$ là hai song ánh. Khi đó:*

1. f^{-1} *cũng là một song ánh và* $(f^{-1})^{-1} = f$;

Mệnh đề. *Cho* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to Z$ *là hai song ánh. Khi đó:*

1. f^{-1} *cũng là một song ánh và* $(f^{-1})^{-1} = f$*;*
2. $f_{\circ}^{-1} f = Id_X$ *và* $f_{\circ} f^{-1} = Id_Y$

Mệnh đề. *Cho* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to Z$ *là hai song ánh. Khi đó:*

1. f^{-1} *cũng là một song ánh và* $(f^{-1})^{-1} = f$*;*
2. $f^{-1}_{\circ} f = Id_X$ *và* $f_{\circ} f^{-1} = Id_Y$
3. $(g_{\circ} f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

Mệnh đề. *Cho* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to Z$ *là hai song ánh. Khi đó:*

1. f^{-1} *cũng là một song ánh và* $(f^{-1})^{-1} = f$*;*
2. $f_{\circ}^{-1} f = Id_X$ *và* $f_{\circ} f^{-1} = Id_Y$
3. $(g_{\circ} f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

Mệnh đề. *Cho hai ánh xạ* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to X$*. Nếu*

$$g_{\circ} f = Id_X, f_{\circ} g = Id_Y$$

thì f *là song ánh và* g *là ánh xạ ngược của* f*.*

Mệnh đề. *Cho* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to Z$ *là hai song ánh. Khi đó:*

1. f^{-1} *cũng là một song ánh và* $(f^{-1})^{-1} = f$*;*
2. $f_{\circ}^{-1} f = Id_X$ *và* $f_{\circ} f^{-1} = Id_Y$
3. $(g_{\circ} f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

Mệnh đề. *Cho hai ánh xạ* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to X$*. Nếu*

$$g_{\circ} f = Id_X, f_{\circ} g = Id_Y$$

thì f *là song ánh và* g *là ánh xạ ngược của* f*.*

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $g : Y \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } g(x) = \frac{x+1}{x-2}.$$

Mệnh đề. *Cho* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to Z$ *là hai song ánh. Khi đó:*

1. f^{-1} *cũng là một song ánh và* $(f^{-1})^{-1} = f$*;*
2. $f_\circ^{-1} f = Id_X$ *và* $f_\circ f^{-1} = Id_Y$
3. $(g_\circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

Mệnh đề. *Cho hai ánh xạ* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to X$*. Nếu*

$$g_\circ f = Id_X, f_\circ g = Id_Y$$

thì f *là song ánh và* g *là ánh xạ ngược của* f*.*

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $g : Y \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } g(x) = \frac{x+1}{x-2}.$$

Ta dễ dàng kiểm tra $g_\circ f(x) = x$ và $f_\circ g(x) = x$.

Mệnh đề. *Cho* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to Z$ *là hai song ánh. Khi đó:*

- (i) f^{-1} *cũng là một song ánh và* $(f^{-1})^{-1} = f$*;*
- (ii) $f_\circ^{-1} f = Id_X$ *và* $f_\circ f^{-1} = Id_Y$
- (iii) $(g_\circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

Mệnh đề. *Cho hai ánh xạ* $f : X \to Y$ *và* $g : Y \to X$*. Nếu*

$$g_\circ f = Id_X, f_\circ g = Id_Y$$

thì f *là song ánh và* g *là ánh xạ ngược của* f*.*

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $g : Y \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } g(x) = \frac{x+1}{x-2}.$$

Ta dễ dàng kiểm tra $g_\circ f(x) = x$ và $f_\circ g(x) = x$. Do đó f là song ánh

Mệnh đề. *Cho $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$ là hai song ánh. Khi đó:*

1. f^{-1} *cũng là một song ánh và* $(f^{-1})^{-1} = f$;
2. $f_\circ^{-1} f = Id_X$ *và* $f_\circ f^{-1} = Id_Y$
3. $(g_\circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

Mệnh đề. *Cho hai ánh xạ $f : X \to Y$ và $g : Y \to X$. Nếu*

$$g_\circ f = Id_X, f_\circ g = Id_Y$$

thì f là song ánh và g là ánh xạ ngược của f.

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $g : Y \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } g(x) = \frac{x+1}{x-2}.$$

Ta dễ dàng kiểm tra $g_\circ f(x) = x$ và $f_\circ g(x) = x$. Do đó f là song ánh và g là ánh xạ ngược của f.

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ\theta = h$

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ \theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1} h$

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ \theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1} h$
2. $\theta_\circ f = h$

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ \theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1} h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ\theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$
3. $f_\circ\theta_\circ g = h$

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

i) $f_\circ\theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h$

ii) $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$

iii) $f_\circ\theta_\circ g = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h_\circ g^{-1}$

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ \theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1} h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$
3. $f_\circ \theta_\circ g = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1} h_\circ g^{-1}$

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $h : X \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } h(x) = 5x + 3.$$

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ\theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$
3. $f_\circ\theta_\circ g = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h_\circ g^{-1}$

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $h : X \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } h(x) = 5x + 3.$$

Hãy tìm ánh xạ g sao cho $g_\circ f = h$?

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ\theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$
3. $f_\circ\theta_\circ g = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h_\circ g^{-1}$

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $h : X \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } h(x) = 5x + 3.$$

Hãy tìm ánh xạ g sao cho $g_\circ f = h$?

Giải. Ta có $g_\circ f = h \Leftrightarrow g_\circ f_\circ f^{-1} = h_\circ f^{-1}$.

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ\theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$
3. $f_\circ\theta_\circ g = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h_\circ g^{-1}$

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R}\setminus\{1\} \to Y = \mathbb{R}\setminus\{2\}$ và $h : X \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } h(x) = 5x + 3.$$

Hãy tìm ánh xạ g sao cho $g_\circ f = h$?

Giải. Ta có $g_\circ f = h \Leftrightarrow g_\circ f_\circ f^{-1} = h_\circ f^{-1}$. Mà $f_\circ f^{-1} = Id_X$,

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ\theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$
3. $f_\circ\theta_\circ g = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h_\circ g^{-1}$

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $h : X \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } h(x) = 5x + 3.$$

Hãy tìm ánh xạ g sao cho $g_\circ f = h$?

Giải. Ta có $g_\circ f = h \Leftrightarrow g_\circ f_\circ f^{-1} = h_\circ f^{-1}$. Mà $f_\circ f^{-1} = Id_X$, suy ra $g = h_\circ f^{-1}$.

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ\theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$
3. $f_\circ\theta_\circ g = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h_\circ g^{-1}$

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $h : X \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } h(x) = 5x + 3.$$

Hãy tìm ánh xạ g sao cho $g_\circ f = h$?

Giải. Ta có $g_\circ f = h \Leftrightarrow g_\circ f_\circ f^{-1} = h_\circ f^{-1}$. Mà $f_\circ f^{-1} = Id_X$, suy ra $g = h_\circ f^{-1}$. Theo như ví dụ trước ta có $f^{-1}(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$.

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ\theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$
3. $f_\circ\theta_\circ g = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h_\circ g^{-1}$

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $h : X \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } h(x) = 5x+3.$$

Hãy tìm ánh xạ g sao cho $g_\circ f = h$?

Giải. Ta có $g_\circ f = h \Leftrightarrow g_\circ f_\circ f^{-1} = h_\circ f^{-1}$. Mà $f_\circ f^{-1} = Id_X$, suy ra $g = h_\circ f^{-1}$. Theo như ví dụ trước ta có $f^{-1}(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$. Vậy

$$g(x) = h\left(\frac{x+1}{x-2}\right)$$

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ\theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1} h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$
3. $f_\circ\theta_\circ g = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1} h_\circ g^{-1}$

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $h : X \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } h(x) = 5x + 3.$$

Hãy tìm ánh xạ g sao cho $g_\circ f = h$?

Giải. Ta có $g_\circ f = h \Leftrightarrow g_\circ f_\circ f^{-1} = h_\circ f^{-1}$. Mà $f_\circ f^{-1} = Id_X$, suy ra $g = h_\circ f^{-1}$. Theo như ví dụ trước ta có $f^{-1}(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$. Vậy

$$g(x) = h\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = 5\,\frac{x+1}{x-2} + 3$$

Định lý. *Cho f, g là các song ánh. Khi đó*

1. $f_\circ\theta = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h$
2. $\theta_\circ f = h \Leftrightarrow \theta = h_\circ f^{-1}$
3. $f_\circ\theta_\circ g = h \Leftrightarrow \theta = f_\circ^{-1}h_\circ g^{-1}$

Ví dụ. Cho $f : X = \mathbb{R} \setminus \{1\} \to Y = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $h : X \to X$ xác định bởi

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ và } h(x) = 5x+3.$$

Hãy tìm ánh xạ g sao cho $g_\circ f = h$?

Giải. Ta có $g_\circ f = h \Leftrightarrow g_\circ f_\circ f^{-1} = h_\circ f^{-1}$. Mà $f_\circ f^{-1} = Id_X$, suy ra $g = h_\circ f^{-1}$. Theo như ví dụ trước ta có $f^{-1}(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$. Vậy

$$g(x) = h\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = 5\,\frac{x+1}{x-2} + 3 = \frac{8x-1}{x-2}.$$

Nhận xét. Cho X và Y là các tập hữu hạn và ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó

Nhận xét. Cho X và Y là các tập hữu hạn và ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó

1. Nếu f đơn ánh thì $|X| \leq |Y|$;

Nhận xét. Cho X và Y là các tập hữu hạn và ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó

1. Nếu f đơn ánh thì $|X| \leq |Y|$;
2. Nếu f toàn ánh thì $|X| \geq |Y|$;

Nhận xét. Cho X và Y là các tập hữu hạn và ánh xạ $f : X \to Y$. Khi đó

1. Nếu f đơn ánh thì $|X| \leq |Y|$;
2. Nếu f toàn ánh thì $|X| \geq |Y|$;
3. Nếu f song ánh thì $|X| = |Y|$.