5.2 $x_0 = 0,5$; $h_1 = 0,05$; $h_2 = a$?

a. B1: $\overline{f'_{sp1}}(x_0) = \frac{f(x_0 + 0,05) - f(0,5)}{0,05} = \frac{0,5225 - 0,4894}{0,05} = 0,866$.

$\overline{f'_{3pG}}(x_0) = \frac{1}{2h_1}\left(-f(0,45) + f(0,55)\right)$

$\simeq \frac{1}{2.0,05}(-0,435 + 0,5225) = 0,875$.

B2: $\overline{f'_{sp1}}(x_0) = \frac{f(0,6) - f(0,5)}{0,05} = \frac{0,5646 - 0,4894}{0,05} = 1,504$

$\overline{f'_{3pG}}(x_0) = \frac{1}{2.0,1}(-f(0,4) + f(0,6)) = \frac{1}{0,2}(-0,3894 + 0,564$

$= 0,876$.

b. B1: $\delta \overline{f'_{sp1}}(0,5) = \left|\frac{\overline{f'_{sp1}}(0,5) - f'(0,5)}{f'(0,5)}\right| = 0,0132$

$\delta \overline{f'_{3pG}}(0,5) = \left|\frac{\overline{f'_{3pG}}(0,5) - f'(0,5)}{f'(0,5)}\right| = 6,638.10^{-4}$

B2: $\delta \overline{f'_{sp1}}(0,5) = \left|\frac{\overline{f'_{sp1}}(0,5) - f(0,5)}{f'(0,5)}\right| = 0,9415$

$\delta \overline{f'_{3pG}}(0,5) = \left|\frac{\overline{f'_{3pG}}(0,5) - f'(0,5)}{f'(0,5)}\right| = 1,803.10^{-3}$

=> B1 cho kết quả chính xác hơn vì sai số thấp hơn.

5.4 $h_1 = 0,1$; $h_2 = 0,2$; $x_0 = 2,5$; $f''(x) = 12x - 6$.

a. B1: $\overline{f''}(x_0) = \frac{1}{h_1^2}\left(f(x_0 - h) - 2f(x_0) + f(x_0 + h)\right)$

$= \frac{1}{0,1^2}\left(f(2,4) - 2f(2,5) + f(2,6)\right)$

$= 24$

B2: $f''(x_{00}) = \frac{1}{h_2^2}(f(2,3) - 2f(2,5) + f(2,7))$

$= \frac{1}{0,2^2}(8,464 - 2.12,5 + 17,196) = 24.$

b. B1: $\delta \overline{f''}(x_0) = \left| \frac{\overline{f''}(x_0) - f''(x_0)}{f''(x_0)} \right| = 0$

B2: $\delta f''(x_0) = \left| \frac{\overline{f''}(x_0) - f''(x_0)}{f''(x_0)} \right| = 0.$

=> Hai bảng cho kết quả như nhau.

5.9. $h = 0,05$;

i) a. $\overline{f'_{SPT}}(1) = \left| \frac{f(1,05) - f(1)}{0,05} \right| = \left| \frac{8,6082 - 8,1459}{0,05} \right| = 9,256$

b. $\overline{f'_{SPL}}(1) = \frac{f(1) - f(0,95)}{0,005} = \frac{8,1459 - 2,6441}{0,05} = 9,636.$

c. $\overline{f'_{3DG}}(1) = \frac{0 - f(0,95) + f(1,05)}{2.0,05} = 9,646.$

ii) a. $\overline{g'_{SPT}}(2) = \frac{g(2,05) - g(2)}{0,05} = \frac{1,9565 - 1,2215}{0,05} = 3,7$

$\overline{g'_{SPL}}(2) = \frac{g(2) - g(1,95)}{0,05} = \frac{1,2215 - 1,621}{0,05} = 3,01$

$\overline{g'_{3DG}}(2) = \frac{-g(1,95) + g(2,05)}{2.0,05} = \frac{-1,621 + 1,9565}{2.0,05} = 3,355.$

5.8.

a. Tốc độ phát triển của nhóm vi khuẩn này là:

Dùng công thức 3 điểm giữa với $x_0 = 6$, $h = 3$.

$$\overline{f'_{3DG}}(x_0) = \frac{-f(3) + f(9)}{2 \cdot 3} = \frac{-58,284 + 339,611}{2 \cdot 3} = 48,0645.$$

b. Gia tốc

$$\overline{f''}(x_0) = \frac{f(3) - 2f(6) + f(9)}{3^2} = \frac{58,284 - 2 \cdot 139,42 + 339,611}{3^2}$$

$$= 13,1239$$

=> Vì gia tốc dương nên nhóm vi khuẩn nhanh dần chứ chưa thể không tính là đều.

5.9. Chọn $x_0 = 6$, $h = 3$

B1 $\overline{f'_{3DG}}(x_0) = \frac{-f(3) + f(9)}{2 \cdot 3} = \frac{-9,648 + 11,893}{2 \cdot 3} = 0,3748.$

B2 $\overline{g'_{3DG}}(x_0) = \frac{-g(3) + g(9)}{2 \cdot 3} = \frac{-10,212 + 12,625}{2 \cdot 3} = 0,4069$

=> Tốc độ phát triển của công ty 2 nhanh nhất.

5.11

- Tại $t = 0$

$$f'_{SPT}(0) = \frac{f(25) - f(0)}{25} = \frac{32}{25} = 1,28.$$

Gia tốc $= 0$

- Tại $t = 25$.

$f'_{3PG}(25) = \frac{-f(0) + f(50)}{2.25} = \frac{58}{50} = 1,16.$

$f''_{3PG}(25) = \frac{f(0) - 2f(25) + f(50)}{25^2} = \frac{-2.32 + 58}{25^2} = -9,6.10^{-3}$

- $t = 50$:

$f'_{3PG}(50) = \frac{-f(25) + f(75)}{2.25} = \frac{-32 + 78}{50} = \frac{46}{50} = 0,92.$

$f''_{3PG}(50) = \frac{f(25) - 2f(50) + f(75)}{2.25} = \frac{32 - 2.58 + 78}{2.25} = -0,12$

- $t = 75$:

$f'_{3PG}(75) = \frac{-f(50) + f(100)}{2.25} = \frac{-58 + 92}{2.25} = 0,68$

$f''_{3PG}(75) = \frac{f(50) - 2f(75) + f(100)}{2.25} = \frac{58 - 2.78 + 92}{2.25} = -0,12$

- $t = 100$:

$f'_{3PG}(100) = \frac{-f(75) + f(125)}{2.25} = 0,44$

$f''_{3PG}(100) = \frac{f(75) - 2f(100) + f(125)}{2.25} = \frac{78 - 2.92 + 100}{2.25} = -0,12$

- $t = 125$:

$f'_{3PSPL}(125) = \frac{f(125) - f(100)}{2.25} = 0,32$

$f''(125) =$

5.12

a) $t = 13h10 = \frac{79}{6}$; $13h40 = \frac{41}{3}$

$\overline{f'_{SPL}}\left(\frac{79}{6}\right) = \frac{f\left(\frac{79}{6}\right) + f\left(\frac{41}{3}\right)}{0,5} = \frac{27}{0,5} = 54$ (km/h)

- $t = 13h55 = 167/12$

$\overline{f'_{SPL}}(167/12) = \frac{f(167/12) - f(41/3)}{0,25} = \frac{42 - 27}{0,25} = 60$ (km/h)

- $t = 15h09 = 302/20$

$\overline{f'_{SPL}}(302/20) = \frac{f(302/20) - f(167/12)}{21/60} = \frac{92 - 42}{21/60} = 42,857$ (km/h)

$\Rightarrow t = 15h29 = 929/60$

$\overline{f'_{SPL}}(929/60) = \frac{f(929/60) - f(302/20)}{113} = \frac{115 - 92}{113} = 69$

- $t = 15h55 = 191/12$

$\overline{f'_{SPL}}(191/12) = \frac{f(191/12) - f(929/60)}{13/30} = \frac{148 - 115}{13/30} = 76,153$

- $t = 17h04 = 256/15$.

$\overline{f'_{SPL}}(256/15) \overset{\text{chậm}}{=} \frac{200 - 148}{1,15} = 45,218$

b) Xe chạy ~~nhanh~~ chậm nhất ở Long Khánh

Xe chạy nhanh nhất ở Gia Ray.