**I.Đại số tuyến tính**

**1.Khái niệm ma trận**

1.1 Định nghĩa: Một ma trận cỡ  là một bảng số hình chữ nhật gồm m hàng, n cột có dạng . Với (là trường số thực hoặc trường số phức C).

1. **Phép nhân ma trận**

2.1 Định nghĩa: Giả sử A và B là 2 ma trận cỡ  và  tương ứng:

A = , B = .

Tích AB là ma trận C cỡ C =  được xác định bởi công thức



với phần tử  của ma trận C.

Như vậy tích AB chỉ được xác định khi số cột của A bằng số hàng của B. phần tử  của ma trận tích được tính bằng cách nhân tương ứng các phần tử trên hàng i của A với các phần tử trên cột j của B rồi cộng lại.

Ta có thể mô tả cách tính  qua sơ đồ

hang ihang I

1. **Định thức của ma trận vuông**

3.1 Định nghĩa: Cho ma trận vuông cấp n: 

Định thức của A là một số kí hiệu là det(A) hay |A| xác định bởi công thức:



Mỗi tích  gọi là một số hạng của định thức, định thức của ma trận vuông cấp n gọi là định thức cấp n.

1. **Khái niệm hạng của ma trận**

Xét ma trận cỡ : 

Định nghĩa 4.1: Gọi k là số nguyên dương không vượt quá m,n. Ma trận vuông cấp k tạo bởi các phần tử nằm trên k hàng, k cột nào đó của A gọi là ma trận con cấp k, định thức của nó là định thức con cấp k của A.

Định nghĩa 4.2: Hạng của ma trận A là cấp cao nhất của định thức con khác 0 của ma trận A.

Ta kí hiệu hạng của ma trận A la rankA. Trường hợp A = 0 ta quy ước rankA = 0.

1. **Ma trận nghịch đảo**

Ta ký hiệu là tập hợp các ma trận vuông cấp n trên trường K.

Ta gọi I là ma trận đơn vị cấp n.

Định nghĩa 5.1: Cho ma trận . Nếu tồn tại ma trận  sao cho AB = BA = I thì ta nói A khả nghịch và B là ma trận nghịch đảo của A, kí hiệu .

Như vậy .

Định lí 5.1: Ma trận khả nghịch khi và chỉ khi A không suy biến hay .

1. **Khái niệm không gian vector** 
   1. Định nghĩa không gian vector

Giả sử V là tập hợp không rỗng mà phần tử gọi là vector, K là trường số thực hoặc trường số phức C. Tập hợp V gọi là không gian vector trên K nếu:

a, Trên V có phép cộng, nghĩa là với 2 vector có vector tổng của x,y là .

b, Trên V có phép nhân vector với một số trong K, nghĩa là với ,có vector tích của số k với x là .

* 1. **Định nghĩa không gian vector con**

Cho V là không gian vector trên trường K và W là tập hợp con khác rỗng của V. Ta nói W đóng kín với các phép toán vector của V nếu:

a, Với bất kì thì .

b, Với bất kì ,  thì .

Đôi khi người ta gọi là phép kín thay cho đóng kín.

* 1. **Hệ trực giao và cơ sở trực chuẩn**

Định nghĩa 6.3.1: Trong không gian có tích vô hướng, hệ vector  gọi là hệ vector trực giao nếu đôi một trực giao với nhau nghĩa là  ( là tích vô hướng của 2 vector) với mọi .

Định nghĩa 6.3.2: Hệ vector được gọi là hệ trực chuẩn nếu nó là hệ trực giao và mỗi vector là đơn vị, nghĩa là

 với  và  với i=1,2,…,m.

Định nghĩa 6.3.3: Trong không gian Euclid n chiều một cơ sở

B =  được gọi là cơ sở trực chuẩn nếu B =  là hệ trực chuẩn.

**II,Giải tích**

1. **Đạo hàm 1 biến số** 
   1. Định nghĩa: Cho hàm số f(x) xác định trong khoảng (a,b) nói rằng hàm số f(x) khả vi tại điểm  nếu tồn tại giới hạn



Số A; giới hạn của tỉ số , khi  được gọi là đạo hàm của hàm số f(x) lấy tại điểm x = c; và kí hiệu .

Nếu hàm số f(x) khả vi tại mọi điểm  thì ta nói rằng f(x) khả vi trong khoảng (a,b).

1. **Đạo hàm nhiều biến số**

Cho hàm số u = f(x,y) xác định trong 1 miền D; là 1 điểm của D. Nếu cho , hàm số 1 biến số có đạo hàm tại , thì đạo hàm đó được gọi là đạo hàm riêng của f đối với x tại  và được ký hiệu là hay hay .

Đặt . Biểu thức đó được gọi là số gia riêng của f(x,y) theo x tại . Ta có



Tương tự như vậy, người ta định nghĩa đạo hàm riêng của f đối với y tại , kí hiệu là

 hay  hay 

Các đạo hàm riêng của hàm số n biến số (n > 2) được định nghĩa tương tự. Khi tính đạo hàm riêng của hàm số theo biến số nào, chỉ việc xem như hàm số chỉ phụ thuộc biến số ấy, các biến số khác được coi như không đổi, rồi áp dụng các quy tắc tính đạo hàm của hàm số một biến số.

1. **Chain Rules**

Hàm f và g là các hàm phân biệt , đạo hàm của là



Ngoài ra bằng cách cho (hay có thể viết ) . Như vậy đạo hàm của F là



**III, Xác suất**

1. **Bernoulli**
   1. Định nghĩa: (Dãy phép thử Bernoulli) Tiến hành n phép thử độc lập. Giả sử trong mỗi phép thử chỉ có thể xảy ra một trong 2 trường hợp: hoặc sự kiện A xảy ra hoặc sự kiện A không xảy ra. Xác suất xảy ra sự kiện A trong mỗi phép thử luôn bằng p. Đó chính là dãy phép thử Bernoulli.
   2. Công thức Bernoulli

Xác suất để sự kiện A xuất hiện đúng k lần trong n phép thử của dãy phép thử



1. **Công thức xác suất đầy đủ và công thức Bayes** 
   1. Định nghĩa nhóm đầy đủ

Nhóm các sự kiện của 1 phép thử được gọi là nhóm đầy đủ nếu thỏa mãn 2 điều kiện:

+

+.

Tính chất: 

* 1. Công thức xác suất đầy đủ

Giả sử  là một nhóm đầy đủ các sự kiện . Xét sự kiện H sao cho H chỉ xảy ra khi 1 trong các sự kiện  xảy ra. Nói cách khác H xảy ra thì 1 sự kiện  nào đó xảy ra. Khi đó ta có công thức xác suất đầy đủ

.

* 1. Công thức Bayes

Trong công thức xác suất đầy đủ, H là sự kiện kết quả, còn các sự kiện   là các sự kiện nguyên nhân. Nếu biết nguyên nhân nào xảy ra thì ta xác định được xác suất xảy ra H.

Bây giờ ngược lại, người ta biết được kết quả xảy ra H, muốn tính xác suất để nguyên nhân thứ I xảy ra là bao nhiêu, tức là đi tính  được gọi là xác suất tiền nghiệm, còn  được gọi là hậu nghiệm. Ta có công thức Bayes:



1. **Biến ngẫu nhiên rời rạc**
   1. Định nghĩa bảng phân phối xác suất

Phân bố xác xuất của 1 biến ngẫu nhiên rời rạc X là bảng trên đó ta ghi cả giá trị mà X có thể nhận kèm theo xác suất để nó nhận các giá trị đó

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | … |  | … |
|  |  |  | … |  | … |

Trong đó tập các giá trị của X là  được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Các xác suất  thỏa mãn

+ 

+.

Hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X:



* 1. Các tham số đặc trưng
     1. Kỳ vọng

Kỳ vọng là đại lượng đặc trung cho giá trị trung bình. (đôi khi người ta gọi nó là giá trị trung bình bởi công thức tính của nó chính là tính giá trị trung bình cho trường hợp thu được vô hạn số liệu)

Kí hiệu: E(X) hoặc EX

Công thức tính: với X rời rạc ta có: EX = 

* + 1. Phương sai

Phương sai : trung bình của bình phương sai số.

Kí hiệu: V(X) hoặc VX

Công thức tính : 

Với (X-EX) là sai số, hoặc là độ lệch khỏi giá trị trung bình. Người ta thường biến đổi để đưa công thức tính phương sai về dễ tính hơn:



Với X là biến ngẫu nhiên rời rạc:





* + 1. Độ lệch chuẩn

Đơn vị đo của phương sai bằng bình phương đơn vị đo của biến ngẫu nhiên. Để dễ đánh giá mức độ phân tán hơn, người ta đưa ra khái niệm độ lệch chuẩn.

Ý nghĩa: dùng để đo độ phân tán dữ liệu xung quanh giá trị trung bình EX.

Ký hiệu: σ(X) hoặc σ

Công thức tính: 

* + 1. Mode

Khái niệm: Mode của biến ngẫu nhiên X, kí hiệu là mod(X), là giá trị của biến ngẫu nhiên X có khả năng xuất hiện lớn nhất trong một lân cận nào đó của nó. Đối với biến ngẫu nhiên rời rạc, mod(X) là giá trị của X ứng với xác suất lớn nhất. Như vậy một biến ngẫu nhiên có thể có một mode hoặc nhiều mode.

Ký hiệu: mod(X)

* 1. Entropy

Nếu một sự kiện [ngẫu nhiên rời rạc](https://vi.wikipedia.org/w/index.php?title=Ng%E1%BA%ABu_nhi%C3%AAn_r%E1%BB%9Di_r%E1%BA%A1c&action=edit&redlink=1" \o "Ngẫu nhiên rời rạc (trang chưa được viết)) x, có thể nhận các giá trị là 1..n, thì entropy của nó là:

.

với p(i) là xác suất xảy ra của giá trị i. Như vậy, entropy của x cũng là [giá trị kì vọng](https://vi.wikipedia.org/wiki/Gi%C3%A1_tr%E1%BB%8B_k%E1%BB%B3_v%E1%BB%8Dng" \o "Giá trị kỳ vọng) của các [độ ngạc nhiên](https://vi.wikipedia.org/w/index.php?title=%C4%90%E1%BB%99_ng%E1%BA%A1c_nhi%C3%AAn&action=edit&redlink=1" \o "Độ ngạc nhiên (trang chưa được viết)) của các giá trị mà x có thể nhận. Entropy càng nhỏ thì càng dễ đoán (nhỏ nhất bằng 0), càng lớn thì càng khó đoán.

* 1. Phân phối chuẩn ( phân phối Gauss)
     1. Định nghĩa: Biến ngẫu nhiên X được gọi là tuân theo phân phối chuẩn với 2 tham số  và (với ) nếu hàm mật độ xác suất có dạng:



Trong đó : EX = 

VX = 

mod(x) = 

* + 1. Phân phối chuẩn tổng quát

Nếu X  ta có  . Từ đó ta xây dựng công thức tính:

+ 

+ 

+ 

+ 

(có hàm Laplace:  và hàm mật độ xác suất hay hàm mật độ Gauss là: )