## BÀI TẬP GIẢI TÍCH 2

PHÙNG TRỌNG THỰC

cuu duong than cong . com

- 1. Miền giá trị của hàm số  $f(x,y) = \cos(1-x^2+y^2)$  là?
  - (a) [-1,1] (b)  $[\cos{(1)},1]$  (c)  $[-\cos{(1)},1]$  (d) Phương án khác
- 2. Miền xác định và miền giá trị của hàm số

$$f(x,y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$$

là?

(a) 
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = (0, \infty)$$

(b) 
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 1\}, E = (0, \infty)$$

© 
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = \mathbb{R}$$

(d) 
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = (-\infty, 0]$$

3. Miền xác định và miền giá trị của hàm số

$$f(x,y) = \frac{\sin(\sqrt{1 - x^2 - y^2})}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}$$

là?

(a) 
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = (-\infty, 1)$$

(b) 
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = (-\infty, \infty)$$

© 
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = [-\sin 1, \sin 1)$$

(d) 
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}, E = [\sin 1, 1)$$

4. Miền giá trị của hàm số

$$f(x, y, z) = \left(3\sin\sqrt{3 - x^2 - y^2 - z^4} - 2\right)^2$$

là?

(a) 
$$[0,4]$$
 (b)  $[0,1]$  (c)  $[1,4]$  (d)  $[2,4]$ 

5. Mặt

$$x - y - \frac{y^2}{2} - 2z + z^2 - \frac{3}{2} = 0$$

là mặt gì?

- (a) Elliptic Paraboloid (b) Hyperbolic Paraboloid
- (c) Nón (d) Hyperboloid một tầng
- 6. Mặt

$$x^2 - 2x - y^2 - 2y + z^2 - 2z = 0$$

là mặt gì?

- (a) Elliptic Paraboloid (b) Nón
- (c) Hyperboloid một tầng (d) Hyperboloid hai tầng
- 7. Mặt

$$x^2 + 4x + y^2 + 2y + z^2 - 2z = -5$$

là mặt gì?

- (a) Cầu (b) Nón
- (c) Hyperboloid một tầng (d) Hyperbolic Paraboloid
- 8. Mặt

$$x^2 - 4x - y^2 - 2y - z^2 + 2z + 2 = 0$$

là mặt gì?

- (a) Nón (b) Cầu
- (c) Hyperboloid một tầng (d) Hyperboloid hai tầng
- 9. Mặt

$$z^2 - 4z - x + 5 = 0$$

là mặt gì?

- (a) Trụ parabol (b) Nón
- © Trụ d Trụ hyperbol
- 10. Mặt

$$3 - x - \sqrt{3 + y^2 - z^2} = 0$$

là mặt gì?

- (a) Mặt nón một phía (b) Nửa mặt cầu
- © Nửa mặt hyperboloid một tầng d Trụ parabol
- 11. Mặt

$$z = \sqrt{x^2 - 2x + y^2}$$

là mặt gì?

- (a) Mặt nón một phía (b) Nửa mặt cầu
- © Nửa mặt hyperboloid một tầng 🔞 Nửa mặt Elliptic Paraboloid
- 12. Cho  $f(x,y) = \sin(x-y)$ . Tính  $f_{xyx}^{\prime\prime\prime}(1,1)$ .
  - $\textcircled{a} \ 0 \quad \textcircled{b} \ 1 \quad \textcircled{c} \ -1 \quad \textcircled{d} \ 2$

13. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^3 + y^2)}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Giá trị  $f'_x(0,0)$  là?

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d)  $\frac{1}{2}$
- 14. Cho

$$f(x,y) = x\cos(|x|y).$$

Giá trị  $f'_{x}(0,0)$  là?

- a 0 b 1 c -1 d 2
- 15. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^3 \sin(1-|x|)}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Giá trị  $f'_x(0,1)$  là?

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) Không tồn tại
- 16. (\*)Cho

$$f(x,y) = |x^2 - y^2| \cos(x).$$

Giá trị  $f"_{xy}(0,0)$  là?

- ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ −1 ⓓ 2
- 17. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \sqrt{1+x^2+y^2} - 1 & \text{khi } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Giá trị  $f_y'(0,1)$  là?

(a) 
$$-1$$
 (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (c)  $1$  (d)  $\sqrt{2}$  ONE Than CONE

18. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{|y-1|^5}{x^2 + (y-1)^2} & \text{khi } (x,y) \neq (0,1), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,1). \end{cases}$$

Giá trị  $f'_{u}(0,1)$  là?

(a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) Không tồn tại

19. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^4 + y^2} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Giá trị của  $\lim_{(x,y)\to(0,0)}f\left(x,y\right)$  là?

- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) Không tồn tại

20. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y^2}{x^6 + y^4} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Giá trị của  $\lim_{(x,y)\to(0,0)}f\left(x,y\right)$ là?

- (b) -1 (c) 1 (d) Không tồn tại

21. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^4 + y^2} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Giá trị của  $\lim_{(x,y)\to(0,0)}f\left(x,y\right)$  là? (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) Không tồn tại

22. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \sin(x) + y^2}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Giá trị của  $\lim_{(x,y)\to(0,0)}f\left(x,y\right)$ là?

- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) Không tồn tại

23. Tìm

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{(x^2-1)(x-1)+2y^2}{(x-1)^2+y^2}.$$

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) Không tồn tại

24. Cho  $f(x,y) = |x| \sqrt{2x^2 + y^2}$ . Miền xác định của hàm số  $f'_x$  là?

- (a)  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$  (b)  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,y) : y \neq 0\}$
- $\bigcirc$   $\mathbb{R}^2$   $\bigcirc$   $\bigcirc$   $\bigcirc$
- 25. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Giá trị của  $f_{xy}^{"}(0,0)$  là?

- (b) 1 (c) 2 (d) Không tồn tại
- 26. Cho

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^4}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Giá trị của  $f''_{xy}(0,0)$  và  $f''_{yx}(0,0)$  lần lượt là?

- (a) 0 và 0 (b) Không tồn tại và 0
- (c) Cả hai không tồn tại
- (d) 1 và không tồn tại
- 27. Phương trình mặt phẳng tiếp tuyến (tiếp diện) của mặt  $(x+1)^2 (y-1)^2 z = 0$  tại điểm M(1,1,4) là?

  - (a) z = 4x (b) z 4x y = 0 (c) z = 4y (d) 2z = x
- 28. Phương trình mặt phẳng tiếp tuyến (tiếp diện) của mặt Ellipsoid

$$\frac{(x+1)^2}{6} + \frac{(y-1)^2}{6} + \frac{z^2}{12} = 1$$

tại điểm  $M\left(1,1,-2\right)$  là?

- (a) z + 2x + 4 = 0 (b) z 2x + 4 = 0
- (c) z 4y + 4 = 0 (d) z + 4y 4 = 0
- 29. Đạo hàm theo hướng  $\overrightarrow{v} = (1,1)$  của hàm  $f(x,y) = \arcsin\left(\frac{x}{y}\right)$  tại điểm M(1,-2) là?
  - (a)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$  (c)  $-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$  (d) Không tồn tại
- 30. Giá trị nhỏ nhất của đạo hàm theo hướng mà hàm số

$$f\left(x,y,z\right) = xe^{yz}$$

đạt được tại điểm  $M\left(1,0,1\right)$  là?

- (a)  $\sqrt{2}$  (b)  $-\sqrt{2}$  (c) 0 (d)  $-\sqrt{3}$
- 31. Giá trị lớn nhất của đạo hàm theo hướng mà hàm số

$$f(x,y) = \sin(2x + y)$$

đạt được tại điểm M(0,0) là?

- (a)  $\sqrt{2}$  (b)  $\sqrt{3}$  (c) 2 (d)  $\sqrt{5}$

32. Vectơ đơn vị  $\overrightarrow{v}$  làm cho đạo hàm theo hướng  $\overrightarrow{v}$  tại điểm M(1,1) của hàm số  $f(x,y) = x^2y + \ln(x-y+1)$  đạt được giá trị nhỏ nhất là?

(a)  $\overrightarrow{v} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  (b)  $\overrightarrow{v} = (-1, 0)$  (c)  $\overrightarrow{v} = (0, -1)$  (d) Không tồn tại

33. Vectơ đơn vị  $\overrightarrow{v}$  làm cho đạo hàm theo hướng  $\overrightarrow{v}$  tại điểm M(1,2,1) của hàm số  $f(x,y) = e^{x-2y+3z}$  đạt được giá trị lớn nhất là?

(a)  $\overrightarrow{v} = \left(\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}\right)$  (b)  $\overrightarrow{v} = \left(\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}\right)$  (c)  $\overrightarrow{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right)$  (d)  $\overrightarrow{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right)$ 

34. Tìm độ dài của vecto gradient của hàm  $f(x, y, z) = \sin(2x - 3y + 6z)$  tại điểm  $M_0(0, 0, 0)$ .

(a)  $\sqrt{5}$  (b)  $\sqrt{11}$  (c) 6 (d) 7

- 35. Tìm góc giữa hai vectơ gradient của hàm  $f\left(x,y\right) = \left(\sqrt{3}x+y\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}y\right)$  tại các điểm  $M_1\left(0,0\right)$  và  $M_2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{2-\pi}{\pi}\right),1\right)$ .

  (a)  $30^\circ$  (b)  $60^\circ$  (c)  $90^\circ$  (d)  $120^\circ$
- 36. Cho các số thực a, b thay đổi và hàm  $f(x, y, z) = e^{(6a-2b)x+(2a+6b)y+(a^2+b^2-10)z}$ . Giá trị nhỏ nhất của độ dài vectơ gradient của hàm f tại điểm  $M_0(0,0,0)$  là?

(a) 10 (b) 20 (c) 30 (d) Phương án khác

37. Cho  $f(x,y) = \arctan(x-y)$ . Tìm df(1,1).

(a) dx - dy (b) dx + dy (c) dx - 2dy (d) 2dx - dy

38. Cho  $f(x,y) = \cos(\ln(x+y))$ . Tìm  $d^2 f(1,0)$ .

(a)  $-(dx + dy)^2$  (b)  $-(dx - dy)^2$  (c)  $(dx + dy)^2$  (d)  $(dx - dy)^2$ 

- 39. Cho  $f(x,y) = \cos(x^2 2y^2)$ . Tìm  $d^2 f\left(\sqrt{\pi}, \frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$ .

  (a)  $-dx^2 dy^2$  (b)  $2dx^2 dy^2$  (c)  $-2dx^2 dy^2$  (d)  $-2dx^2 + 4dy^2$
- 40. Cho  $f(x,y) = x^2 e^{xy}$ . Biết

 $\begin{cases} x = \cos(t), \\ y = \sin^2(t). \end{cases}$ 

Giá trị của  $df|_{t=0}$  là?

- (a) 0 (b) 2dt (c) -2dt (d) dt
- 41. Cho  $z=z\left(x,y\right)$  là hàm ẩn suy ra từ ràng buộc  $2z^2+xy^3=\frac{3xz}{y}$ . Biết  $z\left(1,1\right)=1$ . Giá trị của  $z_y'\left(1,1\right)$  là? (a)  $-\frac{2}{3}$  (b)  $-\frac{1}{6}$  (c) -6 (d) 1

42. Cho hàm f(x, y, z), trong đó

$$\begin{cases} x = \sin(u + 2v), \\ y = \cos(u - v), \\ z = u + v. \end{cases}$$

Biết  $f_x'\left(0,1,0\right)=f_y'\left(0,1,0\right)=f_z'\left(0,1,0\right)=2.$  Giá trị của  $f_v'|_{u=0,v=0}$  là?

- (a) 0 (b) 2 (c) 6 (d) 8
- 43. Cho hàm f(x), với f'(1) = 2. Biết rằng  $x = u^2 v^3$ . Tìm vi phân df(3,2).
  - (a) 12du 24dv (b) 12du 12dv (c) 24du 12dv (d) 12du + 24dv
- 44. Cho  $z=z\left( x,y\right)$  là hàm ẩn suy ra từ ràng buộc

$$xz^{2} + \sin(y+z) - \frac{2}{\pi}z = yz$$

Biết  $z\left(0,0\right)=\frac{\pi}{2}.$  Tìm vi phân  $dz\left(0,0\right).$ 

- (a)  $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 dx \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 dy$  (b)  $\left(\frac{\pi}{2}\right)^3 dx \left(\frac{\pi}{2}\right)^3 dy$
- $\bigcirc \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 dx + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 dy \quad \bigcirc \left(\frac{\pi}{2}\right)^3 dx \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 dy$
- 45. Cho hàm  $f(u,v)=u^2-2uv$ . Biết  $u=\sin{(x-y)}$  và  $v=\cos{(x-2y)}$ . Tìm  $df|_{x=0,y=0}$ .
  - (a) 2(dy-dx) (b) 2(dx-dy) (c) 2(dx+dy) (d) 2(2dx-dy)
- 46. Cho hàm  $f\left(s,t\right)=\sin\left(s+2t\right)$ . Biết  $s=\sin\left(u+v\right)$  và t=u+v. Tìm  $\left.df\right|_{u=1,v=-1}$ .
  - $\textcircled{a} \ 2 \left( du + dv \right) \quad \textcircled{b} \ -2 \left( du + dv \right) \quad \textcircled{c} \ 3 \left( du + dv \right) \quad \textcircled{d} \ -3 \left( du + dv \right)$
- 47. Cho hàm  $g:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$  thỏ<br/>a $g'\left(1\right)=-2.$  Xét hàm  $f\left(x,y\right)=g\left(x+3y\right).$  Tìm  $\left.df\right|_{x=-2,y=1}.$ 
  - (a) -2(dx + 3dy) (b) -2(dx 3dy) (c) -2(4du + 6dv) (d) -2(-2du + 3dv)
- 48. Cho hàm  $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$  thỏ<br/>ah'(0)=-1. Xét hàm f(u,v)=h(u-2v). Biết rằng

CUU GUONE 
$$\begin{cases} u = u\left(s,t\right) \\ v = v\left(s,t\right) \end{cases}$$
 COM

, thêm nữa  $u\left(1,-1\right)=2,v\left(1,-1\right)=1,u_{s}'\left(1,-1\right)=1,u_{t}'\left(1,-1\right)=2,v_{s}'\left(1,-1\right)=3,v_{t}'\left(1,-1\right)=4.$  Tìm  $df|_{s=1,t=-1}$  .

- (a) 3ds 4dt (b) 4ds + 5dt (c) 5ds 4dt (d) 5ds + 6dt
- 49. Cho mặt z = z(x, y) suy từ phương trình ràng buộc

$$(z-1)\sin(z) - yz\sin(x-2) + y - 1 = 0.$$

Biết z(2,1)=1. Phương trình mặt phẳng tiếp diện của mặt z=z(x,y) tại điểm M(2,1,1) là?

(a) 
$$\sin(1)(z-1) - x + y + 1 = 0$$
 (b)  $\sin(1)(z-1) + x + y - 1 = 0$ 

© 
$$\sin(1)(z-1) - x + y - 1 = 0$$
 d  $\sin(1)(z-1) + x - y + 1 = 0$ 

50. Cho  $z=z\left( x,y\right)$  là hàm ẩn suy từ ràng buộc

$$xz - \ln(y + z) = z.$$

Giá trị của z" $_{xx}$  (1,0) là?

(a) 
$$-1$$
 (b) 0 (c) 3 (d) 4

51. Cho  $z=z\left( x,y\right)$  là hàm ẩn suy từ ràng buộc

$$z - e^{x-z} - y = 0.$$

Biết z(1,0) = 1. Tìm  $d^2z(1,0)$ .

(a) 
$$\frac{1}{8} (dx - dy)^2$$
 (b)  $\frac{1}{8} (dx + dy)^2$  (c)  $\frac{1}{4} (dx - dy)^2$  (d)  $\frac{1}{4} (dx + dy)^2$ 

52. Cho  $z=z\left( x,y\right)$  là hàm ẩn suy từ ràng buộc

$$\sin(z) - \sin(x+z) - yz = 0.$$

Biết z(0,1) = 0. Tìm  $d^2z(0,1)$ .

(a) 
$$(dx - dy)^2$$
 (b)  $(dx + dy)^2$  (c)  $2dxdy$  (d)  $-4dxdy$ 

53. Cho z = z(x, y) là hàm ẩn suy từ ràng buộc

$$\ln\left(\cos\left(\sin\left(y+z\right)\right)\right) - \arctan\left(\cos\left(x+z\right)\right) = -z.$$

Biết 
$$z\left(\frac{\pi}{2},0\right)=0$$
. Tìm  $d^2z\left(\frac{\pi}{2},0\right)$ .

(a)  $\frac{1}{8}\left(dx+2dy\right)^2$  (b)  $\frac{1}{8}\left(dx-2dy\right)^2$  (c)  $\frac{1}{8}\left(dx-dy\right)^2$  (d) Phương án khác

54. Cho hàm  $t(x,y) = 3xy - 2y^2$ . Tìm d(dt)(1,1).

(a) 
$$4dy^2 + 6dxdy$$
 (b)  $-4dy^2 + 6dxdy$  (c)  $-4dy^2 - 6dxdy$  (d)  $-dy^2 + 6dxdy$ 

55. Cho hàm  $f(s,t) = \sin(s+2t)$ . Biết  $s = \sin(u+v)$  và t = u+v. Tìm  $d^2 f\Big|_{u=1,v=-1}$ .

(a) 0 (b) 
$$2(du + dv)^2$$
 (c)  $2(du - dv)^2$  (d)  $-2(du + dv)^2$ 

56. Cho hàm  $z(x,y) = f(\sqrt{x+2y})$ . Biết hàm  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  thoả f'(2) = 0 và f''(2) = 1. Tìm  $d^2z(2,1)$ .

$$\textcircled{a} \ \frac{1}{16} \left( dx + 2 dy \right)^2 \quad \textcircled{b} \ \frac{1}{8} \left( dx + 2 dy \right)^2 \quad \textcircled{c} \ \frac{1}{4} \left( 2 dx - dy \right)^2 \quad \textcircled{d} \ \text{Phương án khác}$$

57. Cho hàm z = f(u, v), biết u = 3x - y;  $v = x^2 + y$ . Khi đó  $d^2z(x, y)$  là?

(a) 
$$f''_{uu} (3dx - dy)^2 + f''_{vv} (2xdx + dy)^2 + 2f''_{uv} (3dx - dy) (2xdx + dy)$$

(b) 
$$f''_{uu} (3dx - dy)^2 + f''_{vv} (2xdx + dy)^2 + 2f''_{uv} (3dx - dy) (2xdx + dy) + 2f'_v (dx)^2$$

(c) 
$$f''_{uu} (3dx - dy)^2 + f''_{vv} (2xdx + dy)^2 + 2f''_{uv} (3dx - dy) (2xdx + dy) - 2f'_v (dx)^2$$

- (d) Phương án khác
- 58. Tìm khai triển Maclaurint của hàm số

$$f(x,y) = \frac{x-y}{1-x-2y}$$

tới cấp 3.

(a) 
$$x - y + x^2 + 2y^2 + xy + 3x^3 - 4y^3 + 3x^2y$$

(b) 
$$x - y + x^2 - 2y^2 + 2xy + x^3 - y^3 + 3x^2y$$

(c) 
$$x - y + x^2 - 2y^2 + xy + x^3 - 4y^3 + 3x^2y$$

(d) 
$$2x - 2y + x^2 - 2y^2 + xy + x^3 - 4y^3 + 3x^2y$$

59. Tìm khai triển Maclaurint của hàm số

$$f\left(x,y\right) = \ln\left(\left(1+2x-y\right)^{6}\right)\sqrt[3]{1-x-y}$$

tới cấp 2.

(a) 
$$12x - 6y + 8xy - 16x^2 + y^2$$

(b) 
$$12x - 6y + 10xy - 16x^2 - y^2$$

© 
$$2x - 6y + 10xy - 16x^2 - 2y^2$$

- (d) Phương án khác
- 60. Tìm khai triển Maclaurint của hàm số

$$f(x,y) = e^y \cos(xy)$$

tới cấp 3.

(a) 
$$1 + y + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{6}y^3$$
 duong than cong. com

(c) 
$$1 + y + y^2 + 2x^2y - \frac{1}{6}y^3$$

- (d) Phương án khác
- 61. Tìm khai triển Maclaurint của hàm số

$$f(x,y) = \arctan(x) \sqrt[4]{1 - xy}$$

tới cấp 3.

(a) 
$$x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2y}{4}$$

(a) 
$$x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2y}{4}$$
  
(b)  $x - y - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2y}{4}$   
(c)  $x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^2y}{6}$ 

$$x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^2y}{6}$$

- (d) Phương án khác
- 62. Tìm khai triển Maclaurint của hàm số

$$f(x,y) = \left(e^{x^2 - 1}\right)\sqrt{1 + y}$$

tới cấp 2.

(a) 
$$\frac{1}{2} + \frac{y}{4} - \frac{y^2}{16}$$

(a) 
$$\frac{1}{2} + \frac{y}{4} - \frac{y^2}{16}$$
  
(b)  $\frac{1}{e} + \frac{y}{2e} + \frac{x^2}{e} - \frac{y^2}{8e}$ 

(c) 
$$-e - x - x^2 - xy + y^2$$

- (d) Phương án khác
- 63. Tìm khai triển Taylor tại điểm M(1, -2) của hàm

$$f(x,y) = x^2 - xy - 2y^2 + 4x - 2y + 1.$$

(a) 
$$3+4(x-1)+(x-1)^2+2(y+2)-(x-1)(y+2)-2(y+2)^2$$

(b) 
$$4 + 8(x - 1) + (x - 1)^2 + 5(y + 2) - (x - 1)(y + 2) - 2(y + 2)^2$$

(c) 
$$4 + (x - 1) + (x - 1)^2 + 2(y + 2) - 3(x - 1)(y + 2) - 2(y + 2)^2$$

- (d) Phương án khác
- 64. Tìm khai triển Taylor tới cấp hai tại điểm M(1,0) của hàm

$$f(x,y) = 1 - (x - y)^3$$
.

(a)  $-3(x-1) + 3y - 3(x-1)^2 + 6(x-1)y - 3y^2$ 

(a) 
$$-3(x-1) + 3y - 3(x-1)^2 + 6(x-1)y - 3y^2$$

(b) 
$$-(x-1) + y - 3(x-1)^2 + 6(x-1)y - 3y^2$$

- (d) Phương án khác
- 65. Tìm khai triển Taylor tới cấp ba tại điểm M(1,2) của hàm

$$f(x,y) = \cos(x-1)(x^2 - 2x - y + 1).$$

(a) 
$$-2 + 2(x - 1)^2 - (y - 2) + \frac{1}{2}(x - 1)^2(y - 2)$$

(b) 
$$-2 - 2(x - 1)^2 + (y - 2) + \frac{1}{2}(x - 1)^2(y - 2)$$

© 
$$-2 + 2(x - 1)^2 + (y - 2) + \frac{1}{2}(x - 1)^2(y - 2)$$

- (d) Phương án khác
- 66. Tìm khai triển Taylor tới cấp hai tại điểm M(1,-1) của hàm

$$f\left(x,y\right) = \frac{8x}{y-1}.$$

(a) 
$$-1 + 4(x - 1) - 2(x - 1)(y + 1) - (y + 1)^2$$

(b) 
$$-4 + 4(x - 1) - 2(y + 1) + 2(x - 1)(y + 1) - (y + 1)^2$$

(c) 
$$-4 - 4(x - 1) - 2(y + 1) - 2(x - 1)(y + 1) - (y + 1)^2$$

- (d) Phương án khác
- 67. Tìm  $\frac{\partial^9 f}{\partial x^6 \partial y^3}(0,0)$  của hàm số

$$f(x,y) = \sqrt[10]{1+x^3}\sin(xy)$$
.

(a) 
$$-15$$
 (b)  $-72$  (c)  $-112$  (d)  $0$ 

68. Tìm  $\frac{\partial^4 f}{\partial x^3 \partial y}(0,0)$  của hàm số

$$f(x,y) = \ln(1+xy) e^{x^2-y}$$
.

- (a) 4 (b) 6 (c) 12 (d) 24
- 69. Tìm  $\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y} \left( 1, 0 \right)$  của hàm số

$$f(x,y) = \frac{\arctan(1-x-2y)}{2-x+y}.$$

- (a) 4 (b) 16 (c) 32 (d) 60
- 70. Tìm điểm dừng của hàm số

$$f(x,y) = x^2 - 3xy - 2y - 1.$$

(a) 
$$\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{9}\right)$$
 (b)  $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{4}{9}\right)$  (c)  $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{4}{9}\right)$  (d)  $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}\right)$ 

- 71. Hàm số  $f(x,y) = (x^2 + y^2) e^{-x-y}$  có bao nhiêu điểm dừng?
  - (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) Không có
- 72. Hàm số  $f(x,y) = \sin(x) + \sin(y) + x y + xy^2 1$  có bao nhiêu điểm dừng?
  - (a) 1 (b) 2 (c) Vô số (d) Không có
- 73. Hàm số  $f(x,y)=2x^4+x^2y^2-xy-x+2$  có bao nhiêu điểm dừng?
  - (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) Không có

## 74. Tìm điểm dừng của hàm số

$$f(x,y,z) = x^3 + y^3 + z^2 + x + y - \pi z - (x+y)\sin(z).$$

(a) 
$$(0,0,0)$$
 (b)  $(0,0,\pi)$  (c)  $\left(0,0,\frac{\pi}{2}\right)$  (d) Không tồn tại

## 75. Điểm cực tiểu địa phương của hàm

$$f(x,y) = 3x^2 - 2xy - y - 1$$

là?

$$\textcircled{a} \left(-\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right) \quad \textcircled{b} \left(\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right) \quad \textcircled{c} \left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right) \quad \textcircled{d} \text{ Không tồn tại}$$

76. Cực đại địa phương của hàm

$$f(x,y) = x\sqrt{1+y^2} - y - 3xy - 1$$

đạt được tại điểm nào?

$$\textcircled{a} \left(-\frac{3}{8},\frac{1}{\sqrt{8}}\right) \quad \textcircled{b} \left(-\frac{3}{8},\pm\frac{1}{\sqrt{8}}\right) \quad \textcircled{c} \left(-\frac{3}{8},\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \quad \textcircled{d} \text{ Không tồn tại}$$

77. Hàm số  $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - xy + 2x^3y - 1$  có bao nhiêu điểm cực trị địa phương?

78. Hàm số  $f(x,y) = \frac{1+x^2+y}{\sqrt[3]{y}}$  có cực tiểu tự do bằng bao nhiêu?

(a) 
$$\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$$
 (b)  $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$  (c) 1 (d) Không có

79. Hàm số  $f\left(x,y\right)=2-2x^2+y+x^2y-y^2$  có cực đại địa phương tại điểm nào dưới đây?

$$\text{ (a) } \left(x=0,y=\frac{1}{2}\right) \quad \text{ (b) } \left(x=\sqrt{3},y=2\right) \quad \text{ (c) } \left(x=-\sqrt{3},y=2\right) \quad \text{ (d) Không có điểm cực đại địa phương ham the pharmatical pharm$$

80. Tìm cực trị địa phương của hàm

$$f\left(x,y\right) = x^2 - 2y^2$$

với ràng buộc x - 2y = 1.

(a) Cực tiểu bằng -1 (b) Cực đại bằng -1

 $\bigcirc$  Cực tiểu bằng 2  $\bigcirc$  Cực đại bằng 2

## 81. Phát biểu nào sau đây đúng về cực trị địa phương của hàm

$$f\left(x,y\right) = 7x^3 + xy$$

với ràng buộc x - 3y = 1.

- (a) Hàm có một cực đại và một cực tiểu
- (b) Hàm chỉ có một cực đại

- (c) Hàm chỉ có một cực tiểu
- (d) Hàm có hai cực đại
- 82. Tìm cực trị địa phương của hàm

$$f(x,y) = 4x - 2y - y^2$$

với ràng buộc  $x^2 - y = 1$ .

- (a) Cực tiểu bằng -1 (b) Cực đại bằng 4
- $\begin{picture}(6)\end{picture}$  Cực tiểu bằng 0 $\end{picture}$   $\begin{picture}(6)\end{picture}$  Cực đại bằng 0
- 83. Hàm f(x,y)=4x+6y với ràng buộc  $\frac{x^2}{4}+y^2=1$  sẽ có?
  - (a) Một cực đại và một cực tiểu địa phương
  - (b) Hai cực đại địa phương
  - (c) Một cực tiểu địa phương
  - (d) Không có cực trị địa phương
- 84. Phát biểu nào sau đây đúng về cực trị có điều kiện của hàm  $f(x,y)=xy^2$ , với điều kiện  $x^2+y^2=1$ .
  - (a) Điểm  $\left(x=-\frac{1}{\sqrt{3}},y=\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  là điểm cực tiểu
  - (b) Điểm  $\left(x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  là điểm cực đại
  - $\bigcirc$  Điểm  $\left(x=-\frac{1}{\sqrt{3}},y=\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  không là điểm dừng
  - (d) Điểm  $\left(x=-\frac{1}{\sqrt{3}},y=\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$  không là điểm cực trị
- 85. Giá trị lớn nhất của hàm  $f\left(x,y\right)=7x^2+8xy+y^2$  trên miền  $\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:x^2+y^2\leq 1\right\}$  là?
  - (a) -1 (b) 0 (c) 6 (d) 9
- 86. Giá trị nhỏ nhất của hàm  $f(x,y) = 5x^4 + 2xy^2 2x + 1$  trên miền  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \ge 0, y \ge 0, x + y \le 1\}$  đạt được tại điểm?
  - được tại điểm? (a)  $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$  (b)  $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{10}},0\right)$  (c)  $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{20}},0\right)$  (d) Phương án khác
- 87. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $f\left(x,y\right)=x^{2}+y^{2}$  trên miền

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + xy \le 1\}$$

1à?

(a) 
$$1; \frac{2}{3}$$
 (b)  $2; \frac{2}{3}$  (c)  $2; 0$  (d)  $3; \frac{2}{3}$ 

88. Tính tích phân

$$\int_{[0,1]\times[0,4]} x\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right) dxdy.$$

- (a)  $\frac{272}{15}$  (b)  $\frac{112}{15}$  (c)  $\frac{256}{16}$  (d) Phương án khác
- 89. Tính tích phân

$$\int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(y)}{1 + (\cos x)^{2}} dx dy.$$

- (a)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$  (c)  $\frac{\pi}{2}$  (d) 0
- 90. Tính tích phân  $\iint_D e^{-x} \ln{(y)} \, dx dy, \, \text{trong đó} \, D \, \text{là miền giới hạn bởi} \, 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq e^x.$  <br/> (a)  $1-e^2$  (b)  $1+e^{-2}$  (c)  $1-e^{-2}$  (d)  $2-e^{-2}$
- 91. Tính tích phân

$$\iint_D \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx dy$$

, trong đó D là miền giới hạn bởi các đường x=1 và  $x=-y^2+2y+1$ .

(a) 1 (b) 
$$-2$$
 (c) 2 (d)  $\sqrt{2}$ 

cuu duong than cong .

92. Tính tích phân

$$\iint_{D} 2xy dx dy$$

, trong đó D là miền giới hạn bởi các đường y=0, y=x, x=2, xy=1.

(a) 
$$\ln(2) + \frac{1}{4}$$
 (b)  $\ln(2) + \frac{1}{2}$  (c)  $\ln(2)$  (d)  $\ln(3) - \frac{1}{4}$ 

93. Tính tích phân

$$\iint_{D} x dx dy$$

, trong đó D là miền giới hạn bởi  $y\geq 1+\left(x-1\right)^2, x^2+\left(y-1\right)^2\leq 1.$ 

(a) 
$$\frac{1}{2}$$
 (b)  $\frac{2}{3}$  (c)  $\frac{3}{4}$  (d)  $\frac{1}{4}$ 

Tiph tich phân

94. Tính tích phân

$$\iint_{D} 2x dx dy$$

, trong đó D là miền giới hạn bởi các đường  $x=\sqrt{3-y^2}, x=\sqrt{1+y^2}.$ 

(a) 
$$\frac{3}{5}$$
 (b)  $\frac{8}{3}$  (c)  $\frac{3}{4}$  (d)  $-\frac{1}{4}$ 

95. Tính tích phân

$$\iint_{D} 2y dx dy$$

, trong đó D là miền giới hạn bởi  $y+\frac{1}{5} \leq 0, 16x^2+9y^2 \leq 1.$ 

- 96. Tính tích phân

$$\iint_{D} dx dy$$

, trong đó D là miền giới hạn bởi các đường  $x=\sqrt{y-1},y=\sqrt{1-x^2},x=1.$ 

- (a)  $\frac{1}{3} \pi$  (b)  $2\pi$  (c)  $\frac{1}{3} 2\pi$  (d)  $\frac{4}{3} \frac{\pi}{4}$

97. Tính tích phân

$$\iint_{D} 2x dx dy$$

, trong đó D là miền giới hạn bởi  $|x|-|y|\geq 1, x^2+y^2\leq 5.$ 

- (a) -2 (b) 0 (c) 2 (d) Phương án khác
- 98. Tính tích phân

$$\int_{0}^{1} \int_{y}^{1} e^{x^{2}} dx dy.$$

(a) 
$$\frac{e+1}{2}$$
 (b)  $\frac{e-1}{3}$  (c)  $\frac{e-1}{2}$  (d)  $\frac{e-1}{4}$ 

99. Tính tích phân

$$\int_{0}^{1} \int_{3/\pi}^{1} \sin(y^4) \, dy dx.$$

(a) 
$$\frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}\right)}{2}$$
 (b)  $\frac{\sin^2\left(\frac{1}{4}\right)}{2}$  (c)  $-1$  (d) Phương án khác

100. Tính tích phân

$$\int_{1}^{e} \int_{0}^{\ln(x)} (2x - e) \cos(e^y) \, dy dx.$$

(a) 
$$\cos(1) - \cos(e) - e\sin(1)$$

(b) 
$$\sin(1) - \cos(e) - e\sin(1)$$

(a) 
$$\cos(1) - \cos(e) - e\sin(1)$$
 (b)  $\sin(1) - \cos(e) - e\sin(1)$  (c)  $\sin(1) + \cos(1) - \cos(e)$ 

(d) 
$$\sin(1) + \cos(1) - \cos(e) - e\sin(1)$$

101. Tính tích phân

$$\int_{0}^{1} \int_{x}^{1} e^{\frac{x}{y}} dy dx.$$

(a) 
$$\frac{e+1}{2}$$

$$\bigcirc$$
  $\frac{e-1}{2}$ 

(c) 
$$e - 1$$

(a) 
$$\frac{e+1}{2}$$
 (b)  $\frac{e-1}{2}$  (c)  $e-1$  (d)  $\frac{e-1}{3}$ 

102. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_{1}^{3} dy \int_{1}^{4-y} f(x,y) dx.$$

(a) 
$$\int_{1}^{3} dx \int_{1}^{4-x} f(x,y) dy$$
 (b)  $\int_{1}^{4} dx \int_{1}^{3-x} f(x,y) dy$  (c)  $\int_{1}^{4} dx \int_{3}^{4-x} f(x,y) dy$  (d) Phương án khác

103. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{|1-x^2|}^{1} f(x,y) \, dy.$$

$$(a) \int_{0}^{1} dy \left( \int_{-\sqrt{1-y}}^{-\sqrt{1+y}} f(x,y) \, dx + \int_{\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1+y}} f(x,y) \, dx \right) \qquad (b) \int_{0}^{1} dy \left( \int_{-\sqrt{1+y}}^{-\sqrt{1-y}} f(x,y) \, dx + \int_{\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1+y}} f(x,y) \, dx \right)$$

$$(c) \int_{1}^{2} dy \left( \int_{-\sqrt{y-1}}^{-\sqrt{y+1}} f(x,y) \, dx + \int_{\sqrt{y-1}}^{\sqrt{y+1}} f(x,y) \, dx \right) \qquad (d) \text{ Phương án khác}$$

104. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_{0}^{2} dx \int_{-\frac{x}{2}+1}^{\sqrt{1-\frac{x^{2}}{4}}} f(x,y) \, dy.$$

(a) 
$$\int_{0}^{1} dy \int_{2\sqrt{1-y^2}}^{2-2y} f(x,y) dx$$
 (b)  $\int_{0}^{2} dy \int_{1-y}^{2\sqrt{1-y^2}} f(x,y) dx$  (c)  $\int_{0}^{1} dy \int_{2-2y}^{2\sqrt{1-y^2}} f(x,y) dx$  (d) Phương án khác

105. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_{-1}^{0} dy \int_{\sqrt{-y}-1}^{0} f(x,y) dx.$$

(a) 
$$\int_{-1}^{0} dx \int_{-(x+1)^{2}}^{0} f(x,y) dy$$
 (b)  $\int_{-1}^{1} dx \int_{-(x+1)^{2}}^{0} f(x,y) dy$  (c)  $\int_{-1}^{1} dx \int_{-(x-1)^{2}}^{0} f(x,y) dy$  (d) Phương án khác

106. Đổi thứ tự lấy tích phân sau

$$\int_{0}^{2} dy \int_{-\sqrt{2-y}}^{-\sqrt{2y-y^2}} f(x,y) dx.$$

(a) 
$$\int_{-2}^{-1} dx \int_{0}^{2-x^2} f(x,y) dy + \int_{-1}^{0} dx \left( \int_{0}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy + \int_{1+\sqrt{1-x^2}}^{2-x^2} f(x,y) dy \right)$$

$$\bigcirc \int_{-2}^{-1} dx \int_{0}^{1-x^{2}} f(x,y) dy + \int_{-1}^{0} dx \left( \int_{0}^{-\sqrt{1-x^{2}}} f(x,y) dy + \int_{1+\sqrt{1-x^{2}}}^{2-x^{2}} f(x,y) dy \right)$$

(d) Phương án khác

107. Đổi thứ tư lấy tích phân sau

$$\int_{0}^{2} dy \int_{1-\sqrt{2y-y^{2}}}^{|y-1|} f(x,y) dx.$$

(a) 
$$\int_{0}^{2} dx \int_{1+\sqrt{2x-x^2}}^{|1-x|} f(x,y) dy$$

$$\bigcirc \int_{0}^{1} dx \left( \int_{1-\sqrt{2x-x^{2}}}^{1-x} f(x,y) dy + \int_{x+1}^{1+\sqrt{2x-x^{2}}} f(x,y) dy \right)$$

- (d) Phương án khác
- 108. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi)$ ,  $y = r \sin(\varphi)$ ,

$$\iint\limits_{x^{2}+y^{2}\leq 1}f\left(x,y\right)dxdy.$$

$$\text{a.}\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}d\varphi\int\limits_{\frac{1}{\cos(\varphi)+\sin(\varphi)}}^{1}rf\left(r\cos\left(\varphi\right),r\sin\left(\varphi\right)\right)dr\quad\text{b.}\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_{\frac{1}{\cos(\varphi)+\sin(\varphi)}}^{1}rf\left(r\cos\left(\varphi\right),r\sin\left(\varphi\right)\right)dr$$

(a) 
$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_{\frac{1}{\cos(\varphi) + \sin(\varphi)}}^{1} rf\left(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi)\right) dr$$
 (b) 
$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{\frac{1}{\cos(\varphi) + \sin(\varphi)}}^{1} rf\left(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi)\right) dr$$

$$\bigcirc \int\limits_{0}^{\pi} d\varphi \int\limits_{\frac{1}{\cos(\varphi)+\sin(\varphi)}}^{1} rf\left(r\cos\left(\varphi\right),r\sin\left(\varphi\right)\right) dr \quad \boxed{\text{d}} \text{ Phương án khác}$$

109. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi)$ ,  $y = r \sin(\varphi)$ ,

$$\int_{0}^{2} dx \int_{-\sqrt{4-x^{2}}}^{\sqrt{1-(x-1)^{2}}} f(x,y) \, dy.$$

$$(a) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} d\varphi \int_{0}^{2} rf\left(r\cos\varphi, r\sin\varphi\right) dr + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{0}^{2} rf\left(r\cos\varphi, r\sin\varphi\right) dr \qquad (b) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} d\varphi \int_{2\cos\varphi}^{2} rf\left(r\cos\varphi, r\sin\varphi\right) dr$$

$$\bigcirc \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0} d\varphi \int\limits_{0}^{2\cos\varphi} rf\left(r\cos\varphi,r\sin\varphi\right)dr + \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{2} rf\left(r\cos\varphi,r\sin\varphi\right)dr \quad \text{ (d) Phương án khác }$$

110. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi)$ ,  $y = r \sin(\varphi)$ ,

$$\iint\limits_{\substack{1 \le xy \le 2\\0 \le \frac{x}{\sqrt{3}} \le y \le \sqrt{3}x}} f(x,y) \, dx dy.$$

$$\text{ (a) } \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} d\varphi \int\limits_{\frac{2}{\sqrt{\sin(2\varphi)}}}^{\frac{1}{\sqrt{\sin(2\varphi)}}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right),r\sin\left(\varphi\right)\right) dr \qquad \text{ (b) } \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} d\varphi \int\limits_{\frac{2}{\sqrt{\sin(2\varphi)}}}^{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sin(2\varphi)}}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right),r\sin\left(\varphi\right)\right) dr$$

111. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x=r\cos\left(\varphi\right),y=r\sin\left(\varphi\right),$ 

$$\iint_{-|y| \le x \le -y^2} f(x, y) \, dx dy.$$

$$\underbrace{\frac{3\pi}{4} - \frac{\cos(\varphi)}{\sin^{2}(\varphi)}}_{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{\sin^{2}(\varphi)} rf\left(r\cos\left(\varphi\right), r\sin\left(\varphi\right)\right) dr + \int_{\frac{5\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{2}} d\varphi \int_{0}^{-\frac{\cos(\varphi)}{\sin^{2}(\varphi)}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right), r\sin\left(\varphi\right)\right) dr$$

$$\underbrace{\frac{5\pi}{4}}_{\frac{3\pi}{4}} - \frac{1}{\cos(\varphi)} rf\left(r\cos\left(\varphi\right), r\sin\left(\varphi\right)\right) dr$$

$$\underbrace{\frac{3\pi}{4}}_{\frac{3\pi}{4}} - \frac{\cos(\varphi)}{\sin^{2}(\varphi)} rf\left(r\cos\left(\varphi\right), r\sin\left(\varphi\right)\right) dr$$

$$\underbrace{\frac{3\pi}{4}}_{\frac{3\pi}{4}} - \frac{\cos(\varphi)}{\sin^{2}(\varphi)} rf\left(r\cos\left(\varphi\right), r\sin\left(\varphi\right)\right) dr + \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} d\varphi \int_{0}^{-\frac{1}{\cos(\varphi)}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right), r\sin\left(\varphi\right)\right) dr$$

$$\underbrace{\frac{5\pi}{4}}_{\frac{5\pi}{4}} - \frac{1}{\cos(\varphi)} rf\left(r\cos\left(\varphi\right), r\sin\left(\varphi\right)\right) dr + \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} d\varphi \int_{0}^{-\frac{1}{\cos(\varphi)}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right), r\sin\left(\varphi\right)\right) dr$$

- (d) Phương án khác
- 112. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi)$ ,  $y = r \sin(\varphi)$ ,

$$\iiint\limits_{\mathbf{CUU}} \frac{f\left(x,y\right)dxdy.}{\mathbf{CUU}}$$

- (d) Phương án khác
- 113. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = r \cos(\varphi), y = 1 + r \sin(\varphi)$ ,

$$\iint_{1+x^2 \le y \le 2-(x-1)^2} f(x,y) dxdy.$$

$$\begin{array}{l} \text{ (a)} \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int\limits_{\cos^{2}(\varphi)}^{\frac{\sin(\varphi)}{\cos^{2}(\varphi)}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right),1+r\sin\left(\varphi\right)\right) dr + \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{\cos^{2}(\varphi)}^{\frac{2\cos(\varphi)-\sin(\varphi)}{\cos^{2}(\varphi)}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right),1+r\sin\left(\varphi\right)\right) dr \\ \text{ (b)} \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int\limits_{\cos^{2}(\varphi)}^{\frac{\sin(\varphi)}{\cos^{2}(\varphi)}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right),1+r\sin\left(\varphi\right)\right) dr + \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{\cos^{2}(\varphi)}^{\frac{2\cos(\varphi)}{\cos^{2}(\varphi)}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right),1+r\sin\left(\varphi\right)\right) dr \\ \text{ (c)} \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int\limits_{\cos^{2}(\varphi)}^{\frac{\sin(\varphi)}{\cos^{2}(\varphi)}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right),1+r\sin\left(\varphi\right)\right) dr + \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\sin(\varphi)}{\cos^{2}(\varphi)}} d\varphi \int\limits_{0}^{\frac{2\cos(\varphi)-\sin(\varphi)}{\cos^{2}(\varphi)}} rf\left(r\cos\left(\varphi\right),1+r\sin\left(\varphi\right)\right) dr \end{array}$$

- (d) Phương án khác
- 114. Chuyển tích phân sau sang tọa độ cực  $x = 1 + r\cos(\varphi)$ ,  $y = -1 + r\sin(\varphi)$ ,

$$\begin{array}{c} \text{ (a)} \int\limits_{-\pi}^{0} d\varphi \int\limits_{-2\sin(\varphi)}^{-4\sin(\varphi)} rf\left(1+r\cos\left(\varphi\right),-1+r\sin\left(\varphi\right)\right) dr \\ \text{ (b)} \int\limits_{0}^{\pi} d\varphi \int\limits_{2\sin(\varphi)}^{4\sin(\varphi)} rf\left(1+r\cos\left(\varphi\right),-1+r\sin\left(\varphi\right)\right) dr \\ \text{ (c)} \int\limits_{\pi}^{2\pi} d\varphi \int\limits_{2\sin(\varphi)}^{4\sin(\varphi)} rf\left(1+r\cos\left(\varphi\right),-1+r\sin\left(\varphi\right)\right) dr \end{array}$$

- (d) Phương án khác
- 115. Tìm thể tích miền giới hạn bởi các mặt  $z=1-x^2+y^2$  và z=0.
- - (a)  $3\pi^2$  (b)  $\frac{\pi}{2}$  (c)  $\pi^2$  (d)  $2\pi 1$
- 116. Tìm thể tích miền giới hạn bởi các mặt  $z = x^2 + y^2$  và  $z = 36 3(x^2 + y^2)$ .
  - (a)  $27\pi^2$  (b)  $49\pi$  (c)  $152\pi$  (d)  $162\pi$
- 117. Tìm diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường xy = 3 và x + y = 4.
  - (a)  $2 3 \ln(3)$  (b)  $4 3 \ln(3)$  (c)  $5 + 3 \ln(3)$  (d)  $3 + 3 \ln(3)$

118. Tìm diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường  $y^2=2x+6$  và y=x-1.

(a) 12 (b) 16 (c) 18 (d) 20

119. Tìm thể tích miền giới hạn bởi các mặt  $z=x^2+y^2$  và  $x^2+y^2=2x$ .

(a)  $3\pi^2$  (b)  $\frac{3\pi}{2}$  (c)  $\pi^2$  (d)  $\pi - 1$ 

120. Tìm thể tích miền giới hạn bởi các mặt  $z^2=1+x^2+y^2$  và z=2.

(a)  $\frac{2\pi}{3}$  (b)  $\frac{3\pi}{4}$  (c)  $\frac{\pi}{3}$  (d)  $\frac{4\pi}{3}$ 

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com