

**BÀI TẬP 3**  
**TOÁN ỨNG DỤNG VÀ THỐNG KÊ – CQ17-11**  
(Sinh viên nộp file Word hoặc PDF hoặc Notebook)

**Câu 1.** (4 điểm). Cho xích Markov  $\{X_0, X_1, \dots\}$  có tập trạng thái  $\{0, 1, 2\}$  với ma trận chuyển (transition matrix):

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Biết  $\Pr(X_0 = 0) = \Pr(X_0 = 1) = \frac{1}{4}$ . Tìm:

- a)  $\Pr(X_9 = 0 | X_1 = 2, X_7 = 1, X_4 = 2)$ .
- b)  $\Pr(X_0 = 2 | X_1 = 1)$ .
- c)  $\Pr(X_1 = X_3 = 2)$ .
- d)  $E(X_3)$ .

**Câu 2.** (2 đ). Cho xích Markov  $\{X_0, X_1, \dots\}$  có ma trận chuyển  $P$ . Đặt  $Y_n = X_{3n}$  với  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Chứng tỏ  $\{Y_0, Y_1, \dots\}$  là xích Markov và tìm ma trận chuyển.

**Câu 3.** (4 đ). Một hộp bi, ban đầu gồm 2 viên bi đỏ. Lặp lại quá trình bốc bi như sau: bốc ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, thay viên bi bốc được bằng viên bi mới cùng màu với xác suất 0.7 hoặc khác màu (đỏ thành đen, đen thành đỏ) với xác suất 0.3. Tính xác suất bốc được bi đỏ ở lần bốc thứ 5.

--- HẾT ---